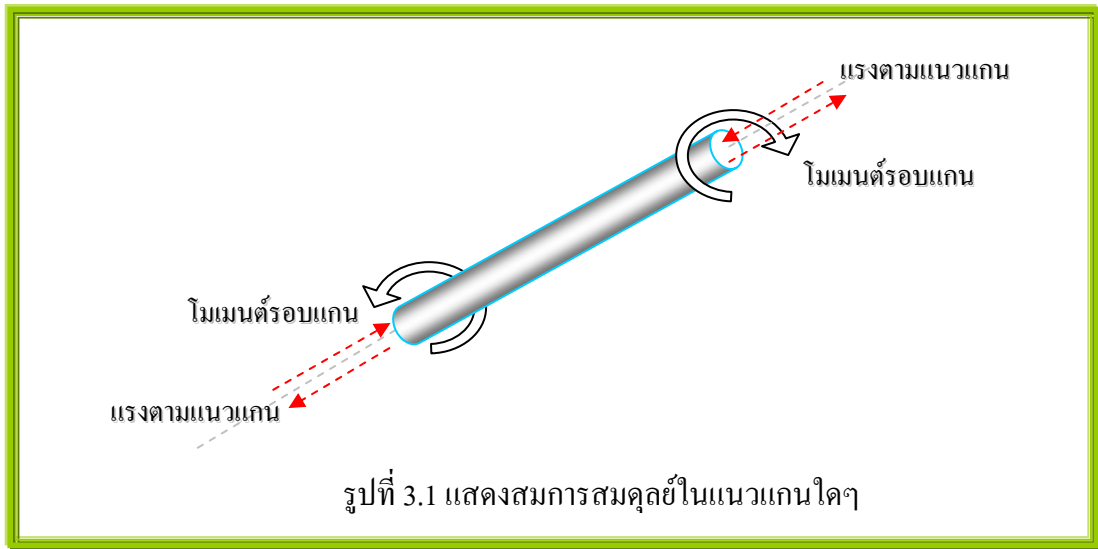


๕ บัดฝุ่น 03 : “สมการสมดุลง่าย” คุณว่า..มาจากไหน..แล้วเวยต้องเป็น 3 หรือ 6”

การแก้สมการใดๆทางคณิตศาสตร์ “จำนวนสมการจะต้องมีมากกว่าหรือเท่ากับตัวแปรที่ยังไม่ทราบค่า” ประโยคนี้เราๆท่านๆรู้และท่อง(คืบคลายคืบว่าออกจะเหมือน...นกแก้วนกขุนทอง)กันตั้งแต่เข้าวงการ(เข้าโรงเรียน)ได้ไม่นานมั้ง แต่เอาหละ..นั่นเป็นประเด็นพื้นฐานหลัก ในการแก้สมการโจทย์ทางการคำนวณในศาสตร์แขนงต่างๆ

ที่นี้ย้อนกลับมามอง(ศาสตร์และศิลป์ใน)การวิเคราะห์โครงสร้างทางวิศวกรรมโยธาบ้าง ในกระบวนการดังกล่าวก็คือลำดับขั้นตอนในการแก้สมการทางคณิตศาสตร์เช่นเดียวกัน ฉะนั้นหลักพื้นฐานเบื้องต้นในการแก้สมการก็ต้องยึดหลักดังกล่าวข้างต้นเหมือนกัน แต่..มีสิ่งที่น่าสนใจเกิดขึ้นอย่างหนึ่งว่า “ในการวิเคราะห์โครงสร้างนั้น..จำนวนสมการหลักๆ(ยังไม่รวมสมการเสริมสภาพคล่องทั้งหลายเหล่านี้)จะขึ้นอยู่กับระบบของแกนอ้างอิง หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือขึ้นอยู่กับมิติมุมมองในการจำลองโครงสร้างเป็นเกณฑ์(ดูรูปที่ 3.2 ประกอบครับ)” ซึ่งแกนอ้างอิงหรือมิติมุมมองต่างๆดังกล่าวนี้(โดยทั่วไปเรามองว่ามีเพียง 2 มิติ และ 3 มิติ เท่านั้น) ประกอบขึ้นจาก “ระนาบใดๆ(plane)” มาประสานเข้าด้วยกัน(ซึ่งตรงนี้หละครับ..จะเกิดการซ้อนทับของตัวแปรและสมการสมดุลง่าย..ทำให้เกิดการลด-ทอนตัวแปรและสมการสมดุลง่ายได้ครึ่งหนึ่งเสมอ) และระนาบใดๆก็ประกอบขึ้นจาก “แนวแกนอ้างอิงใดๆ(axis)” มาเชื่อมต่อกัน โดยการเชื่อมและประสานดังกล่าว(สมมุติว่าเป็น)วางตัวเป็นไปในลักษณะของมุมฉาก(ทฤษฎีพีทาโกรัส)

เอาหละ...ที่นี้ แล้วใน 2 มิติ มีกี่สมการ(เกี่ยวกับตัวแปรหรือแรงใดบ้าง) และใน 3 มิติ มีกี่สมการ(เกี่ยวกับตัวแปรหรือแรงใดบ้าง)...แต่ก่อนอื่นขอให้ทำความเข้าใจก่อนว่า(ดูรูปที่ 3.1 และ 3.3 ประกอบครับ) “แนวแกนใดๆใน 3 มิติ(ที่อิสระ) ให้ถือว่าสมการสมดุลง่ายเพียง 2 สมการเท่านั้นคือ สมการสมดุลง่ายของแรงตามแนวแกน 1 สมการ(อันเนื่องมาจากแรงต่างที่กระทำในแนวแกนนั้น) และสมการสมดุลง่ายของโมเมนต์รอบแนวแกนอันเนื่องมาจากการกระทำของแรงในแนวแกนอื่น(2 แนวแกนที่เหลือ)ที่ตั้งฉากกับแนวแกนดังกล่าวอีก 1 สมการ” แต่ “การยุบบางแกนทิ้ง(กรณี 2 มิติ)” และ “การประสานแกนเข้าด้วยกัน(กรณี 3 มิติ)” จะทำให้เกิดการลด-ทอนสมการสมดุลง่ายโดยอัตโนมัติ ขอให้สังเกตให้ดีว่า(ในตอนี้)ผมจะใช้คำว่าแรงตามแนวแกนเฉยๆ(โดยไม่ระบุลงไปเลยว่าเป็นแรงอัด-ดึง หรือแรงเฉือน) และใช้คำว่าโมเมนต์หมุนรอบแนวแกนเฉยๆ(โดยไม่ระบุลงไปเลยว่าเป็นโมเมนต์คด หรือ โมเมนต์บิด) ทั้งนี้เนื่องจากว่าการที่เราจะเรียกแรงต่างๆ(แรงตามแนวแกนและโมเมนต์)ว่าเป็นแรงใดได้นั้น(แรงอัด,แรงดึง,แรงเฉือน, โมเมนต์คด และโมเมนต์บิด) จักต้องทำความเข้าใจในระบบของแกนอ้างอิงให้ดีเสียก่อน(ผมเขียนไว้ใน “บัดฝุ่น04”)



① ในระบบ 2 มิติ(เฉพาะ In Plane หรือ ระนาบ ไม่รวม ระบบกริด): ซึ่งอาจจะเป็น ระนาบ x-y(แกน x ต่อกับแกน y ซึ่งควรจะมิตสมการสมดุลย์ 4 สมการตามที่เขียนไว้ด้านบน..แต่..ทำไมจึงมีแค่ 3 สมการ..อ่านต่อไปครับ) , y-z(นี่ก็เช่นเดียวกัน) หรือ x-z(นี่ก็เช่นเดียวกัน) แต่..ประเด็นมันอยู่ที่ว่าในสภาพความเป็นจริงนั้นโครงสร้างจะอยู่ในสภาพ 3 มิติ แต่ทว่าในบางกรณี นั้นเราก็สามารถที่จะยุบมิติ(แนวแกน)ในบางทิศทางให้เหลือเพียง 2 มิติได้ เมื่อระยะในมิติ (แนวแกนใดๆ)ใดเมื่อเทียบกับระยะในอีก 2 มิติ(แนวแกน)ที่เหลือแล้ว มีค่าน้อยมากจนให้ถือว่า เป็นศูนย์(ดูรูปที่ 3.4 ประกอบครับ) เช่น แผ่นกระดาษ แผ่นกระดานดำ ฯลฯ ซึ่งจากเงื่อนไข ดังกล่าวนี้(เพื่อความเข้าใจให้ดูรูปที่ 3.5 ประกอบ..ซึ่งเป็นตัวอย่างในระบบแกน x-y)ทำให้แรงที่ ขนานกับแนวแกน ไม่สามารถพัฒนาตัวเองไปสู่โมเมนต์ให้หมุนรอบแนวแกนทั้ง 2 ของตนเองได้ เนื่องจากแกนของโมเมนต์เป็นศูนย์(ตามรูปที่ 3.5 แกนของโมเมนต์คือ ระยะตามแนวแกน z ซึ่งถูก ยุบไปจึงเป็นศูนย์) แต่กลับทำให้เกิดโมเมนต์หมุนรอบแนวแกน z ทั้งหมดแทน(จึงสามารถใช้ สมการสมดุลย์ของโมเมนต์รอบแกน z เพียงสมการเดียวได้ ในที่นี้ตามรูป 3.5 คือ $\sum M_z = 0$)คือ $M_z = F_x \cdot y_1$ และ $M_z = F_y \cdot x_1$ ในขณะที่ในแต่ละแนวแกนก็จะมีแรงกระทำตามแนวแกนนั้นๆแยก โดยอิสระจากกัน(ส่วนแนวแกนที่ยุบไปเป็นไปไม่ได้ที่จะมีแรงมากระทำ จึงเหลือสมการสมดุลย์ ของแรงเพียง 2 สมการใน 2 แนวแกนที่เหลือในที่นี้ตามรูป 3.4 คือ $\sum F_x = 0$ และ $\sum F_y = 0$)คือ F_x และ F_y ดังนั้นกล่าวโดยสรุป สมการสมดุลย์ของแรงในโครงสร้างระบบระนาบ(หรือระบบ 2 มิติ)จึงมีเพียง 1.สมการสมดุลย์ของแรงตามแนวแกนทั้งสอง(In Plane... โดยตัดสมการของแรงตาม แนวแกนที่ยุบทิ้งไปเพราะไม่มีแนวแกนที่จะดุลย์สมการได้) 2 สมการ 2.สมการสมดุลย์ของ โมเมนต์ที่หมุนรอบจุด(หมุน)ของแกนที่ยุบทิ้งไปอีก 1 สมการ ทั้งหมดรวมเป็น 3 สมการ

② ในระบบ 3 มิติ(Space หรือ อวกาศ) : ซึ่งเกิดจากระบบแกนในระนาบ 3 ระนาบมาประสานกันในแนวตั้งฉากคือ x-y , y-z และ x-z นั้นหมายความว่าไม่มีการยุบในแนวแกนใดๆ ดังนั้นในแต่ละแนวแกนจึงอิสระ ทำให้มีสมการสมดุลคงอยู่อย่างสมบูรณ์นั่นคือ 2 สมการต่อแนวแกน และเมื่อแต่ละแนวแกนมาต่อเชื่อมกันเป็นระนาบ(2 มิติ) ก็จะทำให้มีสมการสมดุล $2*2 = 4$ สมการต่อระนาบ และในขณะที่เดียวกันเมื่อนำระนาบ 3 ระนาบมาประสานกัน(วางในแนวที่ตั้งฉากกัน) ซึ่งจะทำให้มีสมการสมดุล $3*(2*2) = 12$ สมการ แต่ทำไมถึงบอกว่ามีเพียง 6 สมการ ซึ่งสามารถอธิบายได้ดังนี้คือ เมื่อ 3 ระนาบมาประสานกัน(ดูรูปที่ 3.6 ประกอบ)จะเห็นว่ามียู่ 3 แนวแกนที่แต่ละระนาบมาประสานหรือเชื่อมเข้าด้วยกัน(ในรูปที่ 3.6 ก็คือบริเวณที่กรอบสี่เหลี่ยมไขปลาคือรอบอยู่) ซึ่งในแต่ละแนวแกนที่ 2 ระนาบมาประสานเข้าด้วยกัน ก็จะได้สมการสมดุล 4 สมการต่อแนวแกนที่ประสานกัน(ถ้าไม่ประสานจะเป็น 2 สมการต่อแนวแกน) แต่เพราะด้วยเหตุการณ์ “การประสานแกน” ดังกล่าว จึงทำให้สมการสมดุล 4 สมการต่อแนวแกนที่ประสานกันใช้ร่วมกันได้ ดังนั้นจึงสามารถลดสมการสมดุลจาก 4 มาเหลือ 2 สมการต่อแนวแกนที่ประสานกัน ดังนั้นสมการสมดุลในระบบ 3 มิติจึงมีค่าเท่ากับ $3*(2*2) - 3(2) = 6$ สมการ ดังนั้นกล่าวโดยสรุป สมการสมดุลของแรงในโครงสร้างระบบ 3 มิติ(Space หรืออวกาศ)จึงมีเพียง 1.สมการสมดุลของแรงตามแนวแกนทั้งสองสาม 3 สมการ 2.สมการสมดุลของโมเมนต์ที่หมุนรอบแกนแกนทั้ง 3 อีก 3 สมการ ทั้งหมดรวมเป็น 6 สมการ

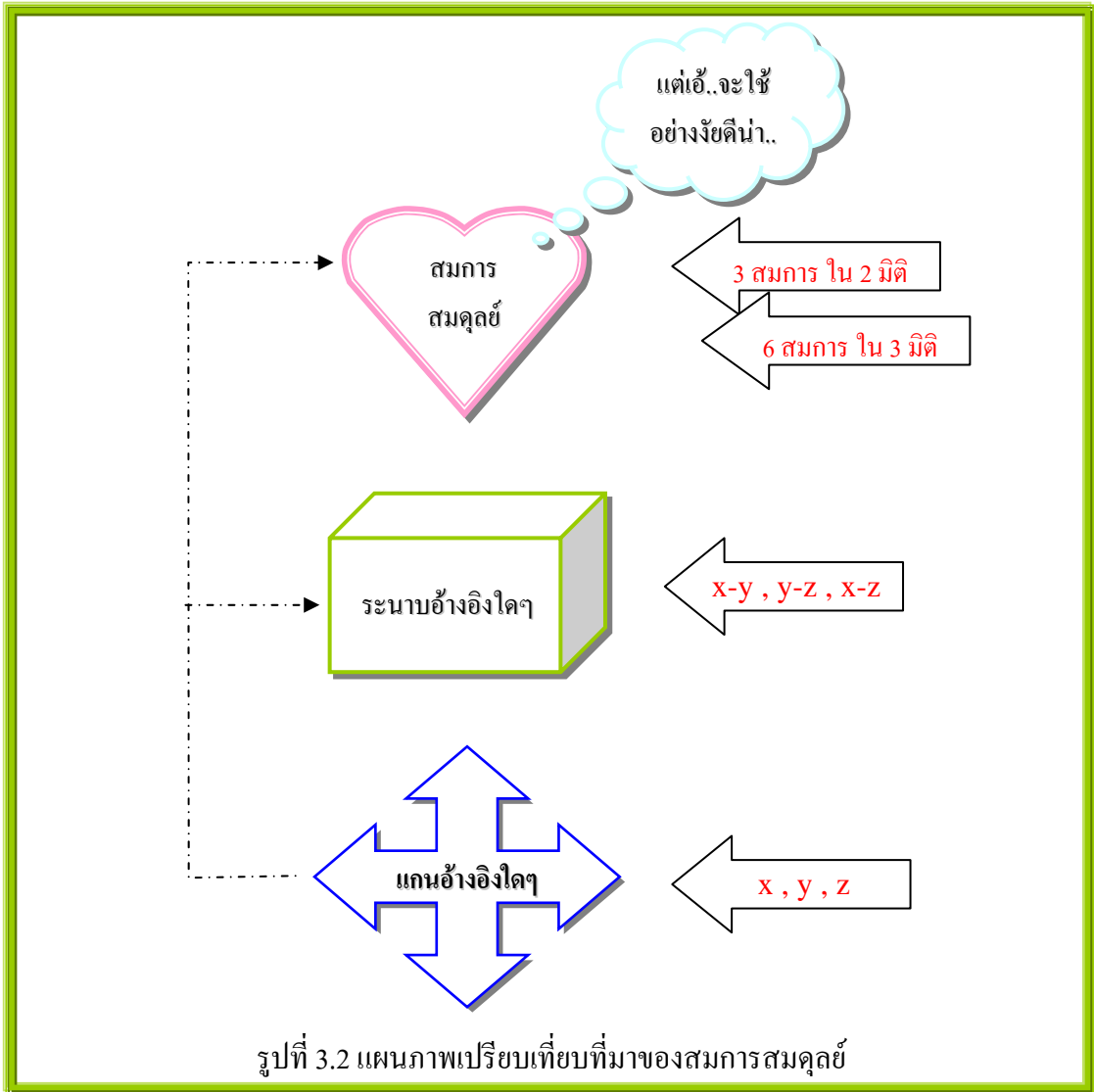
ผมได้ทำสมการขึ้นมาชุดหนึ่งเพื่อใช้อธิบายหรือหาสมการสมดุลอย่างง่ายไว้ดังนี้

$$E_{sq.} = 3A_x - 3 ; \text{หาสมการสมดุลทั้งระบบที่พิจารณา}$$

$$M = 2A_x - 3 ; \text{หาสมการสมดุลของโมเมนต์ทั้งหมด}$$

$$F_{ax.} = E_{sq.} - M ; \text{หาสมการสมดุลของแรงตามแนวแกนทั้งหมด}$$

เมื่อ A_x คือ จำนวนแนวแกนในระบบที่กำลังพิจารณานั้นๆ(2 มิติ และ 3 มิติ)



จำนวนสมการสมดุลย์

- สมการหาจำนวนแรงในระนาบ(มิติ)ใด ๆ

$$Esq. = 3A_x - 3$$
- สมการหาจำนวนโมเมนต์ในระนาบ(มิติ)ใด ๆ

$$M = 2A_x - 3$$
- สมการแรงตามแนวแกนในระนาบ(มิติ)ใด ๆ

$$F_{ax} = Esq. - M$$

ที่มา : อ.เสริมพันธ์ เอี่ยมจะบก

รูปที่ 3.3 แรงตามแนวแกนต่างๆ(ทิศทางบวกตามกฎมือขวาคือให้นิ้วโป้งชี้ไปตามหัวลูกศร)

