

ปี ๒๕๓๖

นางสาวกต.

- 1. ๓๓๓๓๓๓๓๓
- 2. ๓๓๓๓๓๓๓๓๓๓ } ๓๓๓๓๓๓๓.
- 3. ๓๓๓๓๓๓๓๓
- 4. ๓๓๓๓๓๓๓๓๓๓ → ๓๓๓๓๓๓



# CVE313

การออกแบบคอนกรีตเสริมเหล็ก  
โดยวิธีกำลัง

## Reinforced concrete Design Strength Methods



โดย

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วรรณัทธ์ คงสง

สามัญวิศวกรโยธา สย.6516

คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยรามคำแหง

ปีการศึกษา 2549 (ชุดที่ 2)

## คำนำ

การออกแบบโครงสร้างคอนกรีต นับได้ว่าเป็นความสำคัญยิ่งในการออกแบบก่อสร้างอาคารหรือรูปแบบโครงสร้างอื่นใด เนื่องจากคอนกรีตมีความสามารถรับกำลังอัดได้สูงแต่รับกำลังดึงได้ต่ำ เพื่อให้เกิดกำลังความสามารถรับน้ำหนักบรรทุกได้มากขึ้นและรับกำลังดึงได้ดี จึงต้องเสริมด้วยวัสดุที่สามารถต้านทานกำลังดึงหรือมีประสิทธิภาพสูง เช่น เหล็ก จึงเรียกว่า คอนกรีตเสริมเหล็ก ดังนั้นจึงต้องศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับพฤติกรรมของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก และวิธีการออกแบบอย่างเป็นขั้นตอน เพื่อให้ผู้ที่ศึกษาได้เข้าใจจึงเรียบเรียงและเขียนไว้อย่างมีระเบียบ โดยจัดแบ่งเนื้อหาออกเป็นบทซึ่งประกอบด้วยหัวข้อที่มีความสัมพันธ์กันทั้งหมดตามมาตรฐาน ว.ส.ท. 1008-38 ว่าด้วยมาตรฐานสำหรับอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กโดยวิธีกำลัง

ตำราการออกแบบคอนกรีตเสริมเหล็กโดยวิธีกำลังเล่มนี้ ผู้เขียนได้เรียบเรียงขึ้นเพื่อเป็นเอกสารประกอบการสอนสำหรับกระบวนวิชา CVE313 การออกแบบคอนกรีตเสริมเหล็ก ตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง สำหรับนักศึกษาสาขาวิศวกรรมโยธา สาขาวิศวกรรมสิ่งแวดล้อม และผู้สนใจทั่วไป

หากตำราชุดนี้มีข้อผิดพลาดประการใด หรือมีข้อเสนอแนะโปรดได้แจ้งให้ทราบเพื่อจะได้ปรับปรุงให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และขอขอบคุณทุกท่านที่ได้อ่านผลงานของผู้เขียนไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้ช่วยศาสตราจารย์วรานนท์ คงสง

PhD, MECE, BECE, BSCE, BITS สย.6516

วุฒิสมาชิกของ ว.ส.ท. และสมาคมคอนกรีตไทย

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง

## สารบัญ

บทที่ 1 บทนำ	1
บทที่ 2 วัสดุงานคอนกรีต	2
บทที่ 3 การวิเคราะห์และออกแบบภายใต้แรงดัด	3
บทที่ 4 แรงเฉือน แรงดัดทแยงและแรงบิดทวน	4
บทที่ 5 การวิเคราะห์และออกแบบสำหรับแรงบิด	5
บทที่ 6 การออกแบบคาน	6
บทที่ 7 การออกแบบแผ่นพื้น	7
บทที่ 8 การออกแบบบันได	8
บทที่ 9 เสาสั้น	9
บทที่ 10 เสาขาว	10
บทที่ 11 การออกแบบฐานราก	11
บทที่ 12 การออกแบบกำแพง	12

final

๕ ๕ หน่วย. บรรยาย 1 หน่วย. ๕ คะแนน. — แนวคิด คำนวณได้. เสริมส่งโปรแกรม.

① ตรวจสอบข้อหน้าเงื่อนไข (จากบทที่ ๑) ขึ้นชื่อค่า Ex 6.3.  
ข้อ ๑๒. ๒ ข้อ. (๓๐ คะแนน)

② มี [ ทอดสั้น (ขนาด ๑๐๐) ] แรงดัดคอนกรีตหนาแน่นโฟม ๑๖๐ (15)

③ 109 (ขนาด ๑๐๐) ๑๖๐ [ โฟม ] ทำหน้าที่เป็น งานพิมพ์หรือการพิมพ์อื่น ๆ

④ ออกแบบฐานรากของเสา (30)

⑤ บรรยาย. (5 คะแนน)

100  
35  
65  
70  
35

## 1

## บทนำ

## INTROCUPTION

## 1.1 กล่าวนำ

หากเรานำวัสดุเหล่านี้คือ ซีเมนต์ (Cement) หิน (Rock) และทราย (Sand) มาผสมคลุกเคล้ากันด้วยน้ำ (Water) ที่มีปริมาณเพียงพอเรียกว่า คอนกรีต (Concrete) หรือคอนกรีตล้วน (Plain concrete) มีความสามารถในการรับกำลังอัด (Compressive strength) ได้สูง แต่รับกำลังดึง (Tensile strength) ได้ต่ำมากเมื่อมีสถานะเป็นของแข็ง (Solid State) เสมือนว่าเป็นหินประคิษฐ์โดยมนุษย์ซึ่งเป็นไปตามลักษณะรูปทรง (Shape) ที่เราได้หล่อขึ้นด้วยแบบหล่อ หากต้องการให้คอนกรีตรับกำลังดึงได้ดีจึงต้องเสริมด้วยวัสดุที่มีคุณสมบัติในการรับกำลังดึง เช่น เหล็ก โดยการเสริมเหล็กเส้นในตำแหน่งที่เหมาะสม ซึ่งจะช่วยการรับแรงเฉือน (Shear force) และแรงดึงทะแยง (Diagonal force) เรียกว่า คอนกรีตเสริมเหล็ก (Reinforced concrete) โดยเรียกชื่อย่อว่า “คสล.”

โดยพฤติกรรมของเหล็กเสริมนั้นสามารถรับกำลังอัดได้ใกล้เคียงกับกำลังดึงในทางปฏิบัติ จึงนำเหล็กเสริมให้รับกำลังอัดด้วย เช่นคานที่เสริมเหล็กที่ขอบผิวบนเพื่อรับแรงอัดในบริเวณที่เกิดแรงอัด (Compression zone) และยังสามารถช่วยลดการแอ่นตัว หรือ โกงตัว (Deflection) ของคานได้ หรือเสริมเหล็กในเสาคอนกรีตเพื่อรับแรงอัด การเสริมเหล็กมีส่วนลดการแตกร้าว (Cracking) ของเนื้อคอนกรีต และเมื่อหล่อเป็นที่เรียบร้อยแล้วในช่วงระยะเวลาหนึ่งจะต้องบ่มด้วยน้ำ หรือ ความชื้นให้เนื้อคอนกรีตเกิดปฏิกิริยาได้อย่างเหมาะสม เป็นต้น

เหตุผลที่คอนกรีตและเหล็กเสริมสามารถทำงานประสานร่วมกันได้อย่างกลมกลืนเป็นอย่างดี ด้วยเหตุผล 3 ประการคือ

- 1) คอนกรีตมีการยึดเกาะ (Bond) กับผิว โดยรอบของเหล็กเสริม (Reinforcing steel) เพื่อไม่ให้เกิดการเคลื่อนหรือลื่นไถล (Slip) ของเหล็กเสริม ไปจากตำแหน่งเดิม
- 2) ด้วยอัตราส่วนผสมที่ดีทั้งมวลรวมหยาบ (Coarse aggregate) และมวลรวมละเอียด (Fine aggregate) ของคอนกรีตสามารถป้องกันการเกิดสนิมที่ผิวเหล็กเสริมเนื่องจากความชื้น (Moisture)
- 3) การขยายตัวเชิงเส้นของคอนกรีตและเหล็กเสริมมีความใกล้เคียงกันมากคือ คอนกรีตมีอัตราส่วนการขยายตัวเป็น  $1 \times 10^{-5}$  -  $1.3 \times 10^{-5}$  ส่วนเหล็กเสริมมีอัตราส่วนการขยายตัวเป็น  $1.2 \times 10^{-5}$

## 1.2 วิธีการออกแบบ (Design methods)

การคำนวณออกแบบโครงสร้างคอนกรีต (Structural concrete design) ซึ่งเสริมด้วยเหล็กเส้น เป็นการประมาณขนาดหน้าตัดขององค์อาคารคอนกรีต (Concrete members) และปริมาณของเหล็กเสริมที่มีความเหมาะสม เพื่อการใช้งานได้อย่างปลอดภัยต่อชีวิตและทรัพย์สิน โดยที่พิจารณาถึงความสามารถต้านกำลังที่จะต้านทานแรงที่กระทำหรือน้ำหนักบรรทุก (loading) ต่างๆ ที่กระทำตลอดอายุการใช้งาน (Serviceability load) ของสภาวะน้ำหนักบรรทุกใช้งานหรือสภาวะน้ำหนักบรรทุกปกติ (Service load) ซึ่งจะไม่ทำให้องค์อาคารเกิดการแอ่นตัวหรือการโก่งตัว (Deflection) หรือเกิดการแตกร้าวเป็นรอยที่กว้างจึงมีวิธีการเฉพาะของแต่ละส่วน โครงสร้าง ขึ้นอยู่กับลักษณะของแรงที่กระทำ โดยมีวิธีการออกแบบ 2 วิธีคือ

- 1) วิธีหน่วยแรงใช้งาน (Working Stress Design Method)
- 2) วิธีกำลัง (Strength Design Method)

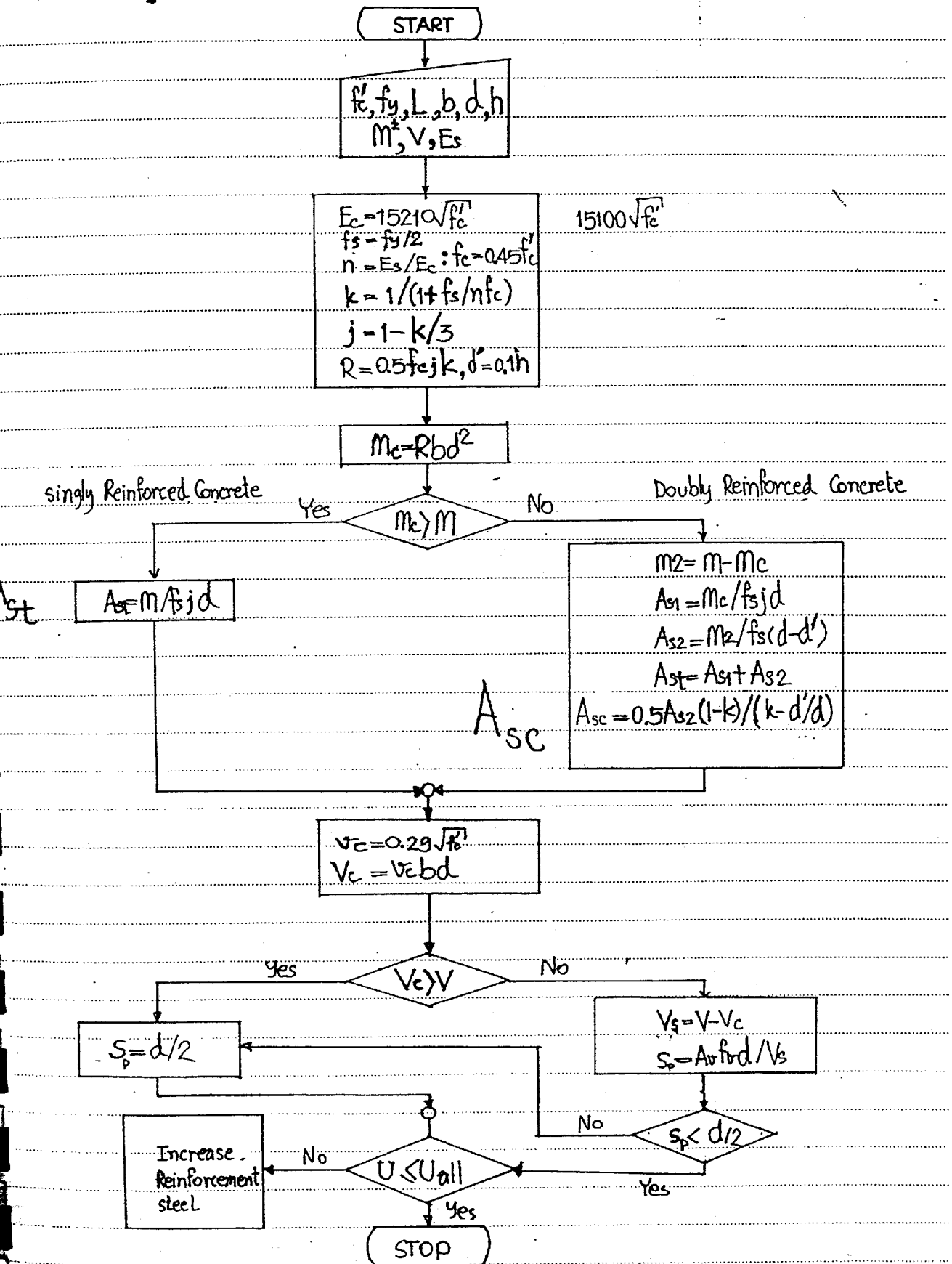
### 1.2.1 วิธีหน่วยแรงใช้งาน (Working Stress Design Method)

การคำนวณออกแบบด้วยวิธีหน่วยแรงใช้งาน (Working Stress Design Methods, WSD) หรือเรียกว่าวิธีทฤษฎีอิลาสติก (Elastic theory method) ซึ่งอาศัยหลักการของทฤษฎีเส้นตรง (Straight Line Theory) เริ่มใช้กันมาตั้งแต่ปี ค.ศ. 1900 โดยใช้การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยทฤษฎีอิลาสติกภายใต้น้ำหนักบรรทุกปกติ (Service Load) เพื่อหาหน่วยแรง (Stress) ที่เกิดขึ้นภายในชิ้นส่วนองค์อาคารต่างๆ แล้วออกแบบขนาดหน้าตัดนั้นๆ ภายใตกฎเกณฑ์หน่วยแรงที่ยอมให้ของคอนกรีตและเหล็กเสริม กล่าวคือ หน่วยแรงที่เกิดขึ้นจริงภายในองค์อาคารต้องไม่มากกว่าหน่วยแรงที่ยอมให้ใช้ วิธีนี้จึงได้รับความนิยมเป็นอย่างมากทั้งในประเทศไทยและต่างประเทศจนถึงปัจจุบัน ดูรูปที่ 1.1 แสดงขั้นตอนการออกแบบตามทฤษฎีหน่วยแรงใช้งาน

### 1.2.2 วิธีกำลัง (Strength Design Method)

การคำนวณออกแบบด้วยวิธีกำลัง (Strength Design Method, SDM) เดิมทีเรียกว่าการออกแบบด้วยวิธีกำลังประลัย (Ultimate Strength Method) ซึ่งได้นำมาใช้ในปี ค.ศ. 1963 ตามมาตรฐาน American Concrete Institute หรือ ACI ต่อมาในปี ค.ศ. 1971 ได้กำหนดการคำนวณออกแบบโดยให้พิจารณาทั้งในด้านกำลัง (Strength) และสภาวะการใช้งาน (Serviceability) และต่อมาในปี ค.ศ. 1983 มาตรฐาน ACI เรียกการออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กว่าวิธีกำลัง (Strength Design Method) เป็นการออกแบบโครงสร้างให้สามารถต้านทานแรงกระทำหรือน้ำหนักบรรทุกประลัย (Ultimate Load) โดยนำค่าตัวคูณประกอบกำลัง (Load Factor) คูณกับน้ำหนักบรรทุกใช้งาน และใช้ทฤษฎีอิลาสติกวิเคราะห์โครงสร้างซึ่งให้ความปลอดภัยและง่ายต่อการออกแบบ จากนั้นทำการ

# Reinforced Concrete Beam Design with Working Stress Method



รูปที่ 1.1 ขั้นตอนการออกแบบตามกำลังวิธีทฤษฎีความเค้น

ออกแบบขนาดหน้าตัดขององค์อาคารโดยใช้กำลังสูงสุดของคอนกรีตและหน่วยแรงที่จุดครากของเหล็กเสริม (Yield Stress) วิธีนี้ในปัจจุบันได้รับความนิยมมากขึ้นสำหรับการออกแบบโครงสร้าง

### 1.3 มาตรฐานกำหนดความปลอดภัยของน้ำหนักบรรทุก (Load Factor)

มาตรฐานของวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย (ว.ส.ท.) ในพระบรมราชูปถัมภ์ ได้กำหนดความปลอดภัยในการออกแบบโครงสร้างอาคารโดยอาศัยแนวทางของ ACI ซึ่งปรับปรุงให้เหมาะสมกับการใช้งานในประเทศไทยตั้งแต่ปี พ.ศ. 2515 ต่อมาได้พิจารณาในด้านมาตรฐานการก่อสร้างที่ทันสมัยขึ้นจึงได้ออกมาตรฐาน ว.ส.ท.1008-38 ขึ้นในปี พ.ศ. 2538 กำหนดมาตรฐานความปลอดภัยของน้ำหนักบรรทุกไว้เป็นดังนี้ (ว.ส.ท.1008-38 ข้อ 4202)

1) ในกรณีทีคิदन้าหนักบรรทุกคงที่กับน้ำหนักบรรทุกจร ไม่คิदन้าหนักบรรทุกที่เกิดจากแผ่นดินไหว และแรงลม ให้เป็นไปตามนี้

$$U = 1.4D + 1.7L \quad (1.1)$$

เมื่อ U คือน้าหนักบรรทุกประลัษ (Ultimate Load)

D คือน้าหนักบรรทุกคงที่ (Dead Load)

L คือน้าหนักบรรทุกจร (Live Load)

2) ในกรณีทีคิदन้าหนักบรรทุกคงที่กับน้ำหนักบรรทุกจร และแรงลม

$$U = 1.4D + 1.7L$$

$$\text{หรือ } U = 0.75(1.4D + 1.7L + 1.7W) \quad (1.2a)$$

$$\text{หรือ } U = 0.9D + 1.3W \quad (1.2b)$$

เมื่อ W คือแรงลม (Wind Load)

3) ในกรณีทีคิदन้าหนักบรรทุกคงที่กับน้ำหนักบรรทุกจร และแรงแผ่นดินไหว

$$U = 1.4D + 1.7L$$

$$\text{หรือ } U = 0.75(1.4D + 1.7L + 1.7E) \quad (1.3a)$$

$$\text{หรือ } U = 0.9D + 1.3E \quad (1.3b)$$

เมื่อ E คือแรงแผ่นดินไหว (Earthquake load)

4) ในกรณีทีคิदन้าหนักบรรทุกคงที่กับน้ำหนักบรรทุกจร และแรงดันดินทางชันข้าง (H)

$$U = 1.4D + 1.7L$$

$$\text{หรือ } U = 1.4D + 1.7L + 1.7H \quad (1.4a)$$

หรือ เมื่อ D มีค่าทางตรงข้าม H คือ

$$U = 0.9D + 1.7L + 1.7H \quad (1.4b)$$

หรือ เมื่อ L มีค่าทางตรงข้าม H คือ

$$U = 1.4D + 1.7H \quad (1.4c)$$

หรือ เมื่อ D และ L มีค่าทางตรงข้าม H คือ

$$U = 0.9D + 1.7H \quad (1.4d)$$

5) ในกรณีที่เกิดน้ำหนักบรรทุกคงที่กับน้ำหนักบรรทุกจร และลมตามต้นของของไหล (F)

$$U = 1.4D + 1.7L$$

$$\text{หรือ } U = 1.4(D + F_v) + 1.7L + 1.7F \quad (1.5a)$$

หรือ เมื่อ D มีค่าทางตรงข้าม F คือ

$$U = 0.9(D + F_v) + 1.7L + 1.7F \quad (1.5b)$$

หรือ เมื่อ L มีค่าทางตรงข้าม F คือ

$$U = 1.4(D + F_v) + 1.4F \quad (1.5c)$$

หรือ เมื่อ D และ L มีค่าทางตรงข้าม F คือ

$$U = 0.9(D + F_v) + 1.4F \quad (1.5d)$$

เมื่อ  $F_v$  คือ ลมตามต้นของของไหลในแนวตั้งกระทำพร้อมๆ กับ F

6) ในกรณีที่เกิดการกระแทกหรือเกิดแรงกระแทก (Impact Load) ให้ใช้ค่าลมกรทุกลมกรที่ส่งมาแทนค่า L ด้วย  $L + I$  เมื่อ I เป็นแรงกระแทก ทั้งนี้ให้พิจารณาเฉพาะน้ำหนักบรรทุกจรที่เกิดการกระแทก

๗) ในกรณีที่เกิดน้ำหนักบรรทุกคงที่กับน้ำหนักบรรทุกจรแต่โดยรวมทั้งเกิดการทรุดตัว (Settlement) การคืบ (Creep) การหดตัว (Shrinkage) หรือการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ (Temperature Change) พิจารณาตามนี้

$$U = 1.4D + 1.7L$$

$$\text{หรือ } U = 0.75(1.4D + 1.7T + 1.7L) \quad (1.6a)$$

$$\text{หรือ } U = 1.4D + 1.4T \quad (1.6b)$$

เมื่อ T คือ แรงที่เกิดจากผลที่ส่งมาข้างต้น



ในการหาค่ากำลังที่ต้อกร (Required strength) ในรูปของน้ำหนักบรรทุกประลัย U ที่คำนวณได้ในแต่ละกรณี จากสมการที่ (1.1) ถึง (1.6) นั้นให้ใช้ค่าที่มากที่สุด และเมื่อปี พ.ศ. 2515 มาตรฐานจ.ส.ท. กำหนดให้ใช้ตัวคูณประกอบน้ำหนักบรรทุก ดังนี้

$$U = 1.7D + 2.0L \tag{1.7}$$

จากสมการที่ (1.7) จะเห็นว่า กำหนดให้ใช้ตัวคูณประกอบเป็น 1.7 แทนค่า 1.4 คูณกับน้ำหนักบรรทุกคงที่ และ 2.0 แทนค่า 1.7 คูณกับน้ำหนักบรรทุกจร สำหรับกฎขู่กำลังประลัยที่ใช้ออกแบบอาคารสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กในประเทศไทย ได้เริ่มมีผลในปี พ.ศ. 2522 สมพระราชบัญญัติควบคุมอาคารของกรุงเทพมหานคร โดยให้ใช้ตัวคูณประกอบดังสมการที่ (1.7)

เนื่องด้วยมาตรฐานฝีมือแรงงานและเทคนิคหรือเทคโนโลยีที่ทันสมัยและเปลี่ยนแปลงทั้งในแง่พื้นที่ มาตรฐานจ.ส.ท. 1008-38 ได้แนะนำวิธีการออกแบบเพื่อประกอบการจัดสันใจเกี่ยวกับตัวคูณประกอบน้ำหนักบรรทุกไว้เป็นดังนี้

$$U = 1.5D + 1.8L \tag{1.8}$$

การที่วิศวกรผู้ออกแบบจะนำสมการที่ (1.1) ถึง (1.8) ไปใช้ออกแบบโครงสร้างให้มอยู่ในดุลยพินิจเหมาะสม เพื่อหลีกเลี่ยงผลที่ปดตมกับต่อชีวิตและทรัพย์สินของผู้ใช้อาคารนั้นด้วย

### 1.4 มาตรฐานความปลอดภัยตัวคูณลดกำลัง (Strength reduction factor)

จากหัวข้อ 1.3 กล่าวถึง มาตรฐานความปลอดภัยของกำลังที่ต้อกร หรือการลดน้ำหนักบรรทุกประลัยที่จะนำไปวิเคราะห์โครงสร้างหาต้านอยแรงต่างๆ โมเมนต์ดัด แรงเฉือน หรือแรงที่เกิดขึ้นภายในองค์อาคาร ในหัวข้อนี้ จะได้กล่าวถึง การลดกำลังขององค์อาคารตามลักษณะหน่วยแรง หรือแรงต้านทาน ที่คำนวณได้จากกำลังของคอนกรีตและเหล็กเสริม ทั้งนี้ เนื่องจากการก่อสร้างฝีมือแรงงาน ความแปรปรวนของส่วนผสม คุณภาพของวัสดุที่นำมาใช้งาน มาตรฐานจ.ส.ท. 1008-38 ข้อ 4203 ได้กำหนดมาตรฐานความปลอดภัยตัวคูณลดกำลังตามลักษณะการพังทลายเชิงโครงสร้าง หรือองค์อาคาร และสามสำคัญ

ของค้ำยันนั้น  $\phi$  โดยกำหนดให้  $\phi$  เป็นสัญลักษณ์ตัวคูณลดกำลังไว้เป็นดังนี้

ลักษณะแรงแ	$\phi$
1) สำหรับกดอัด	0.90
2) สำหรับแรงดึงตามแนวแกน	0.95
3) สำหรับแรงเฉือน แรงบิดแฉกแรงดัดทแยง	0.85
4) สำหรับโครงสร้างรับแรงอัดเสริมเหล็กปลอกเกลี้ยง	0.75
5) สำหรับโครงสร้างรับแรงอัดเสริมเหล็กปลอกเกลี้ยง	0.70
6) สำหรับแรงกด	0.70
7) สำหรับ การตัดในคอนกรีตตม	0.65

ถ้าผู้ออกแบบเห็นว่าการก่อสร้างในสถานที่นั้นไม่มีการควบคุมงานที่ดี ก็สามารถใช้ค่าตัวคูณลดกำลัง ตมค่าแนะนำของ มทราฐนอ.ส.ท. 1008-38 ข้อ 4203 ได้

### 1.5 น้ำหนักบรรทุก (Loading) -

การออกแบบโครงสร้างเพื่อประโยชน์การใช้งานเฉพาะของรับสิ่งของเครื่องใช้ต่าง ๆ ซึ่งจะมีภาระที่เกิดขึ้นบนองค์อาคารเป็นน้ำหนักบรรทุกรวมน้ำหนักของโครงสร้างนั้นด้วย น้ำหนักบรรทุกที่กระทำสามารถจำแนกเป็นประเภทได้ดังนี้

#### 1.5.1 น้ำหนักบรรทุกคงที่ (Dead Load, D)

เป็นน้ำหนักบรรทุกที่กระทำต่อโครงสร้างแบบถาวร ตลอดอายุการใช้งานหรือมีการเปลี่ยนแปลง อาจเป็นน้ำหนักของคอนกรีต เหล็กเสริม ปูนทราย หรือผนัง ก่ออิฐ หรือฉนวน ดังนี้

น้ำหนักคอนกรีตเสริมเหล็ก	1600 - 2400	kg/m <sup>3</sup>
น้ำหนักเหล็กโครงสร้าง	7850	kg/m <sup>3</sup>
น้ำหนักผนังก่ออิฐ	120 - 360	kg/m <sup>2</sup>
น้ำหนักผนังไม้	15 - 30	kg/m <sup>2</sup>
น้ำหนักกระเบื้องผนังฉาบ	5 - 45	kg/m <sup>2</sup>
น้ำหนักฝ้าเพดาน	5 - 15	kg/m <sup>2</sup>
เป็นต้น		

## 1.5.2 น้ำหนักบรรทุกจร (Live load, L)

เป็นน้ำหนักบรรทุกที่กระทำต่อโครงสร้างในลักษณะเปลี่ยนแปลงตำแหน่งได้ หรือเคลื่อนย้ายได้เสมอ เช่น น้ำหนักของผู้อาศัย น้ำหนักเครื่องใช้สิ่งของต่างๆ ดังแสดงในตารางที่ 1.1 แสดงน้ำหนักบรรทุกจรอาคารประเภทต่างๆ และตารางที่ 1.2 สัดอากาศต่อน้ำหนักบรรทุกจรของอาคาร ตามข้อบัญญัติกฎหมายหนนคร โดยที่ค่ามาตรฐานของแบบอาคารได้ทั่วไปซึ่งเป็น ข้อมูลน้ำหนักบรรทุกที่ได้จากสัมพัทธ์ตามเป็นจริง

ตารางที่ 1.1 ขนาดน้ำหนักบรรทุกจรในแนวดิ่งของอาคารประเภทต่างๆ  
(ข้อบัญญัติกรุงเทพมหานคร)

ประเภทและส่วนต่างๆ ของอาคาร	น้ำหนักบรรทุกจร (กก./ตร.ม.)
1. หลังคา	50
2. กันสาดหรือหลังคาคอนกรีต	100
3. ที่พักอาศัย โรงเรียนอนุบาล ห้องน้ำ ห้องส้วม	150
4. ห้องแถว ตึกแถว ที่ใช้พักอาศัย อาคารชุด หอพัก โรงแรมและห้องคนไข้พิเศษของโรงพยาบาล	200
5. สำนักงาน ธนาคาร	250
6. (ก) อาคารพาณิชย์ ส่วนของห้องแถว ตึกแถวที่ใช้เพื่อการพาณิชย์ มหาวิทยาลัย วิทยาลัย โรงเรียน และโรงพยาบาล	300
(ข) ห้องโถง บันได ช่องทางเดิน ของอาคารชุด หอพัก โรงแรม สำนักงานและธนาคาร	300
7. (ก) ตลาด อาคารสรรพสินค้า หอประชุม โรงมหรสพ ภัตตาคาร ห้องประชุม ห้องอ่านหนังสือในห้องสมุดและหอสมุด ที่จอดหรือเก็บรถยนต์นั่งหรือรถจักรยานยนต์	400
(ข) ห้องโถง บันได ช่องทางเดิน ของอาคารพาณิชย์ มหาวิทยาลัย วิทยาลัยและโรงเรียน	400
8. (ก) คลังสินค้า โรงกีฬา พิพิธภัณฑ์ อิมจันทร์ โรงงานอุตสาหกรรม โรงพิมพ์ ห้องเก็บเอกสารและพัสดุ	500
(ข) ห้องโถง บันได ช่องทางเดิน ของตลาด อาคารสรรพสินค้า ห้องประชุม หอประชุม โรงมหรสพ ภัตตาคาร ห้องสมุด และหอสมุด	500
9. ห้องเก็บหนังสือ ของห้องสมุดหรือหอสมุด	600
10. ที่จอดหรือเก็บรถยนต์บรรทุกเปล่า	800

ตารางที่ 1.2 อัตราการลดน้ำหนักบรรทุกจากรินแนวดิ่ง (ข้อบัญญัติกรุงเทพมหานคร)

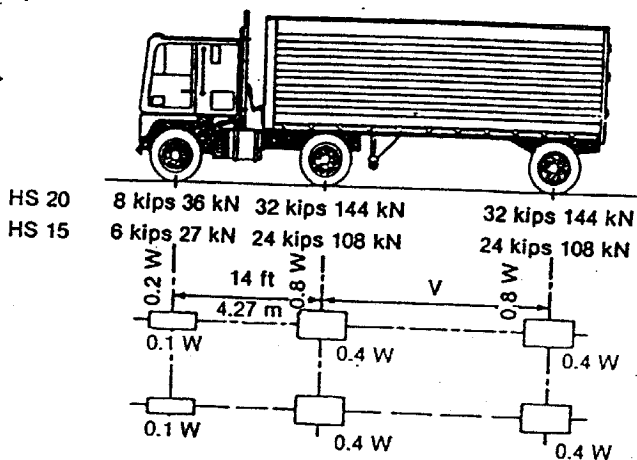
การรับน้ำหนักของพื้น	อัตราการลดน้ำหนักบรรทุกจากรินแนวดิ่งบนพื้นแต่ละชั้นเป็นร้อยละ
1) หลังคาหรือดาดฟ้า	—
2) ชั้นที่หนึ่งถัดจากหลังคาหรือดาดฟ้า	—
3) ชั้นที่สองถัดจากหลังคาหรือดาดฟ้า	—
4) ชั้นที่สามถัดจากหลังคาหรือดาดฟ้า	10
5) ชั้นที่สี่ถัดจากหลังคาหรือดาดฟ้า	20
6) ชั้นที่ห้าถัดจากหลังคาหรือดาดฟ้า	30
7) ชั้นที่หกถัดจากหลังคาหรือดาดฟ้า	40
8) ชั้นที่เจ็ดถัดจากหลังคาหรือดาดฟ้าและชั้นต่อไป	50

แรงแผ่นดินไหว เป็นแรงแกระทำกันทั้งของโครงสร้างในชั้นระนาบตั้งและได้ดำเนินการบรรทุกจรมันกัน ตามตารางที่ 1.3 แสดงขนาดแรงแผ่นดินไหว

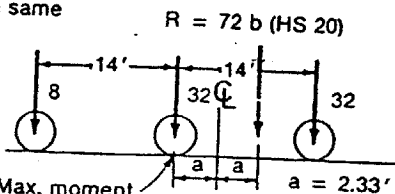
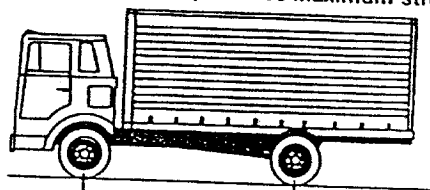
ตารางที่ 1.3 ขนาดของแรงแผ่นดินไหวตามความสูงของอาคาร (ข้อบัญญัติกรุงเทพมหานคร)

ความสูงของอาคาร (H เมตร)	หน่วยแรงแผ่นดินไหวอย่างน้อย (กก./ตร.ม.)	ความเร็วลม ( $C_d = 1.3$ ) (กม./ชม.)
$H \leq 10$	50	89
$10 < H \leq 20$	80	113
$20 < H \leq 40$	120	138
$40 < H$	160	160

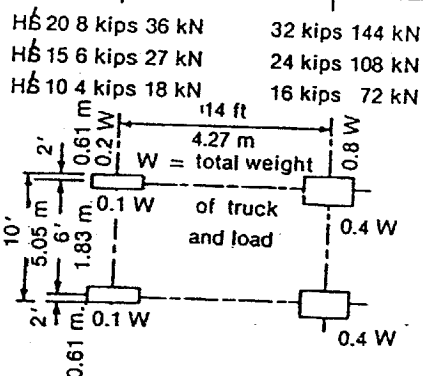
น้ำหนักบรรทุกจรอีกประเภทหนึ่งคือน้ำหนักจรชนิดต่างๆ ที่ใช้ออกแบบโครงสร้างสะพาน ทางยกระดับ ดังแสดงในรูปที่ 1.2



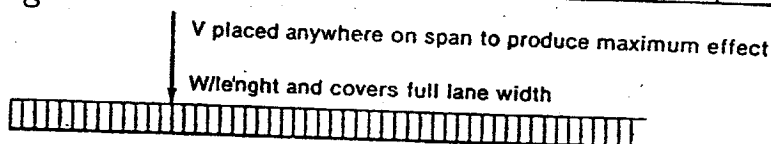
W = combined weight on the first two axles which is the same as for the corresponding ft truck (4.27 to 9.14 m)  
 V = variable spacing 14 to 30 ft inclusive spacing to be used is that which produces maximum stresses.



General location of maximum moment due to truck loadings is as shown (with HS 20 values)



Truck	W/length		V			
			Moment		Shear	
	kip/ft	kN/m	kip	kN	kip	kN
HS 20	0.640	9.3	18	80	26	116
H 20	0.640	9.3	18	80	26	116
HS 15	0.480	7.0	13.5	60	19.5	87
H 15	0.480	7.0	13.5	60	19.5	87
H 10	0.320	4.7	9	40	13	58



รูปที่ 1.2 น้ำหนักบรรทุกมาตรฐานของรถบรรทุก (มาตรฐาน AASHTO)

### 1.5.3 แวงกระทำอื่นๆ (Other load)

เป็นน้ำหนักบรรทุกที่อาจเกิดจาก แวงสั่นสะเทือน (Vibration) แวงกระแทก (Impact load) หรือแวงอื่นเกิดจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ (Temperature Change) และแวงกระทำในลักษณะอื่นๆ เป็นต้น

## คุณสมบัติของวัสดุงานคอนกรีตเสริมเหล็ก

คอนกรีตโดยทั่วไปได้จากการผสมปูนซีเมนต์ มวลรวมคละแฉะน้ำในอัตราส่วนที่พอเหมาะ นำไปเทในแบบหล่อซึ่งผูกเหล็กเสริมไว้ ได้รวมเรียกว่าคอนกรีตเสริมเหล็ก (คสค.) ดังนั้นในบทนี้จะกล่าวคุณสมบัติของวัสดุงานคอนกรีตเป็นสังเขปดังนี้

### 2.1 ปูนซีเมนต์ (Cement)

ปูนซีเมนต์ เป็นวัสดุที่สำคัญที่สุดของคอนกรีต ทำหน้าที่ในการเคลือบประสานระหว่างหิน และทรายให้รวมตัวกันเป็นมวลก้อนแข็ง โดยมีน้ำเป็นองค์ประกอบสำหรับปูนซีเมนต์ที่ใช้ในงานก่อสร้างคสค. ทำไปนั้น แบ่งได้ 5 ประเภท

1. ปูนปอร์ตแลนด์ธรรมดา (Ordinary Portland Cement)
2. ปูนซีเมนต์ปอร์ตแลนด์ดัดแปลง (Modified Portland Cement)
3. ปูนซีเมนต์ปอร์ตแลนด์แข็งตัวเร็ว (High-early Strength Portland Cement)
4. ปูนซีเมนต์ปอร์ตแลนด์ความร้อนต่ำ (Low-heat Portland Cement)
5. ปูนซีเมนต์ปอร์ตแลนด์ทนซัลเฟต (Sulfate-resistance Portland Cement)

โดยทั่วไปนิยมใช้ปูนซีเมนต์ปอร์ตแลนด์ธรรมดาสำหรับงานอาคาร และชิ้นส่วนที่ได้จากการเผาส่วนผสมของหินปูน หินชนวน ดินเหนียวในอุณหภูมิที่สูงจนกลายเป็นปูนเม็ด แล้วบดให้ละเอียด ผ่านตะแกรงร่อนเบอร์ 200 ก็จะได้ปูนซีเมนต์ปอร์ตแลนด์ ดังกล่าว

### 2.2 มวลรวม (Aggregates)

มวลรวมที่ใช้ผสมคอนกรีต แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ มวลรวมหยาบซึ่งมีขนาดตั้งแต่ 4.75 มม. ถึง 75 มม. และมวลรวมหยาบได้แก่ หิน กรวด ซึ่งทั้งสองชนิดจะตั้งชื่อตามขนาดและมีความแข็งแรง ทนทานต่อการกัดกร่อน และจะต้องมีส่วนเคล (Well graded) ที่ดี

### 2.3 น้ำ (Water)

น้ำเป็นสิ่งสำคัญที่จะไปทำปฏิกิริยากับซีเมนต์ เพื่อทำหน้าที่เคลือบผิววัสดุผสมหรือมวลรวม น้ำที่ใช้ผสมจึงสะอาดและสามารถดื่มได้

### 2.4 กำลังอัดของคอนกรีต (Compressive Strength of Concrete)

• กำลังของคอนกรีตขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของซีเมนต์ หิน ทราย และน้ำ หรือการผสมเพิ่มอื่นๆ อัตราส่วนที่สคัญต่อกำลังของคอนกรีตคืออัตราส่วนน้ำต่อซีเมนต์ (Water-Cement ratio) ถ้ามีอัตราส่วนที่เหมาะสม จะทำให้กำลังของคอนกรีตสูง และให้สามารถในการทำงานได้ดี (Workability) ได้จากการทดสอบค่าการยุบตัวของคอนกรีต (Slump-test) ค่าการยุบตัวของคอนกรีตควรอยู่ระหว่าง 7.5-10 ซม. สำหรับโครงสร้างโดยทั่วไป

กำลังอัดคอนกรีต ได้จากการทดสอบแท่งคอนกรีตตามมาตรฐาน ACI เป็นรูปทรงกระบอกมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 15 ซม. และสูง 30 ซม. หรือแบบมาตรฐานอังกฤษ เป็นรูปลูกบาศก์มีขนาด 15x15x15 ซม. ซึ่งมีอายุ 28 วัน จึงให้กำลังอัดของคอนกรีตเรียกว่ากำลังอัดประลัย (Ultimate compressive strength) ใช้สัญลักษณ์  $f'_c$  จากการศึกษาแท่งคอนกรีตทั้งสองประเภททำให้ผลแตกต่างกันประมาณ 80-85% ดังตารางที่ 2.1 แสดงผลการเปรียบเทียบกำลังอัดประลัยของทั้งสองประเภท

ตารางที่ 2.1 เปรียบเทียบกำลังอัดประลัยระหว่างแท่งรูปทรงกระบอกกับรูปลูกบาศก์

กำลังอัดประลัย รูปทรงกระบอก $f'_c, \text{ksc.}$	กำลังอัดประลัย รูปลูกบาศก์ $f'_c, \text{ksc.}$	ผลต่างของ กำลังอัดประลัย ksc.	เปอร์เซ็นต์ การเปรียบเทียบ %
100	133	33	75
167	200	33	83.5
227	267	40	85
287	334	47	86
354	400	46	88.5
433	467	34	92.7

### 2.5 กำลังดึงของคอนกรีต (Tensile Strength of Concrete)

คุณสมบัติของคอนกรีตในการต้านทานแรงดึงนั้นมีค่าต่ำมากเมื่อเปรียบเทียบกับกำลังอัด ค่าประมาณ 10-15% ดังนั้นในงานคอนกรีตจึงใช้เหล็กเสริมรับกำลังดึง

แต่กำลังดึงของคอนกรีต  $f_t$  มีค่าน้อยกว่าของเหล็กในคอนกรีต การทดสอบกำลังดึง จะนำตัวอย่างแท่งคอนกรีตรูปทรงขอบมุมมนในแกนทดสอบ แท้ก็คั่นแท่งคอนกรีตด้วยการเพิ่มแรงอัด จนกระทั่งคอนกรีตปริแตก เรียกว่า การทดสอบกำลังดึงปริแตก (Split-cylinder test)  $f_t$  มีค่าดังนี้

คอนกรีตธรรมดา

$$f_t = 1.59\sqrt{f'_c} - 1.85\sqrt{f'_c}, \quad f'_c \text{ หน่วย ksc.}$$

คอนกรีตมวลเบา

$$f_t = 1.33\sqrt{f'_c} - 1.59\sqrt{f'_c}$$

ค่ากำลังดึงของคอนกรีตโดยเฉลี่ย  $f_t = 1.77\sqrt{f'_c}$  ksc. ของคอนกรีตธรรมดา และ  $f_t = 1.51\sqrt{f'_c}$  ksc. ของคอนกรีตมวลเบา

การทดสอบการรับแรงอัดของคอนกรีต เพื่อหาค่าโมดูลัสการแตกหัก (Modulus of Rupture,  $f_r$ ) จะใช้ค่ากำลังดึงของคอนกรีตธรรมดา,  $f_t = 2\sqrt{f'_c}$

## 2.6 กำลังรับแรงเฉือนของคอนกรีต (Shearing Strength of Concrete)

โดยปกติแล้ว การทดสอบคอนกรีตในการรับแรงเฉือนนั้นกระทำได้น้อยมาก เพราะจะมีแรงส่งเข้ามาเกิดรบกวน เช่น แรงดึง แรงแงก หรือแรงกด เป็นต้น จากผลการทดสอบจะได้ค่ากำลังรับแรงเฉือนอยู่ในช่วงประมาณ 1/4 ถึง 1/6 ของกำลังอัดประลัยของคอนกรีต การพังทลายที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงเฉือน อยู่ในรูปของแรงดึงทะแยง (Diagonal tension)

## 2.7 โมดูลัสแห่งความยืดหยุ่นของคอนกรีต (Modulus of Elasticity of Concrete, $E_c$ )

โมดูลัสแห่งความยืดหยุ่นของคอนกรีต จะเปลี่ยนแปลงไปตามกำลังของคอนกรีต ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของซีเมนต์ มวลรวม และอายุ ดังนั้นจะเห็นได้ว่าค่า  $E_c$  จะแตกต่างกันตามหน่วยแรง,  $f'_c$  จากปทที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกับคความเครียด เส้นกราฟจะเป็นเส้นโค้ง

เนื่องจากการหาค่า  $E_c$  นั้นมีวิธีการหาค่าได้หลายวิธี ดังนั้นจึงกำหนดสูตรสำเร็จ ดังนี้

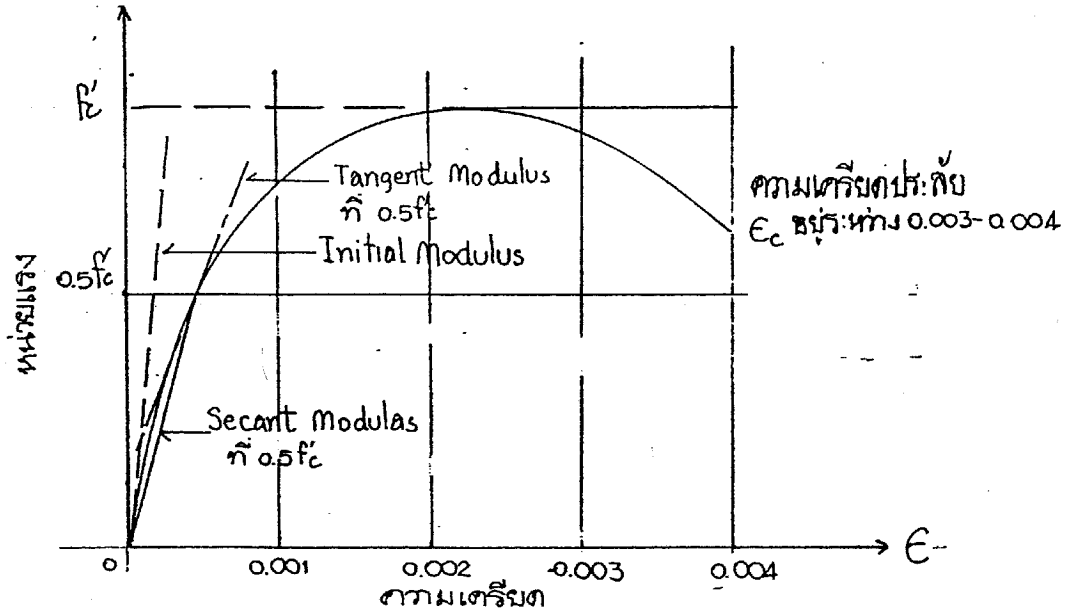
$$E_c = 4270 w^{1.5} \sqrt{f'_c} \quad \text{ksc.} \quad (2.1)$$



เมื่อ  $W =$  หน้มน้ำหนักของคอนกรีต มีหน่วยเป็น ตัน/ม<sup>3</sup>. (Ton/m<sup>3</sup>)

สำหรับคอนกรีตที่มีหน้มน้ำหนักธรรมดา  $W = 2.333$  ตัน/ม<sup>3</sup>. ดังนั้นค่าโมดูลัสแห่งคามยืดหยุ่นของคอนกรีตจึงได้

$$E_c = 15100 \sqrt{f'_c} \quad (2.2)$$

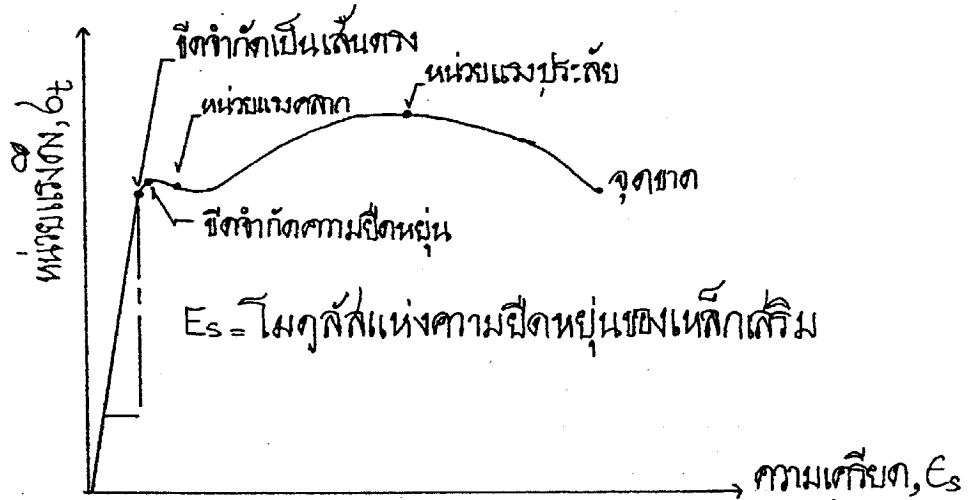


รูปที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกับคามเคี้ยวของคอนกรีต

### 2.8 เหล็กเสริม (Reinforcing Steel)

เหล็กเสริมที่ใช้ในงานคอนกรีตโดยทั่วไปจะเป็นเหล็กเส้นกลมผิวเรียบและเหล็กข้ออ้อย เพื่อช่วยรับแรงดึงและแรงอัด ที่มีล้มนประสิทธ์การยึดเกาะที่ดีเคียงกับคอนกรีต และคามล้มนประสิทธ์รับแรงดึงกับคามเคี้ยวดังแสดงในรูป

รูปที่ 2.2 ล้มนักังดึงจุดคานและกัลังดึงประสิทธ์ของเหล็กเสริมกังแสดงในตารางที่ 2.2



รูปที่ 2.2 คามล้มนประสิทธ์รับแรงดึงกับคามเคี้ยว

ตารางที่ 2.2 กำลังดึงจุดตกตะเคาะกำลังดึงประลัยของเหล็กเสริม

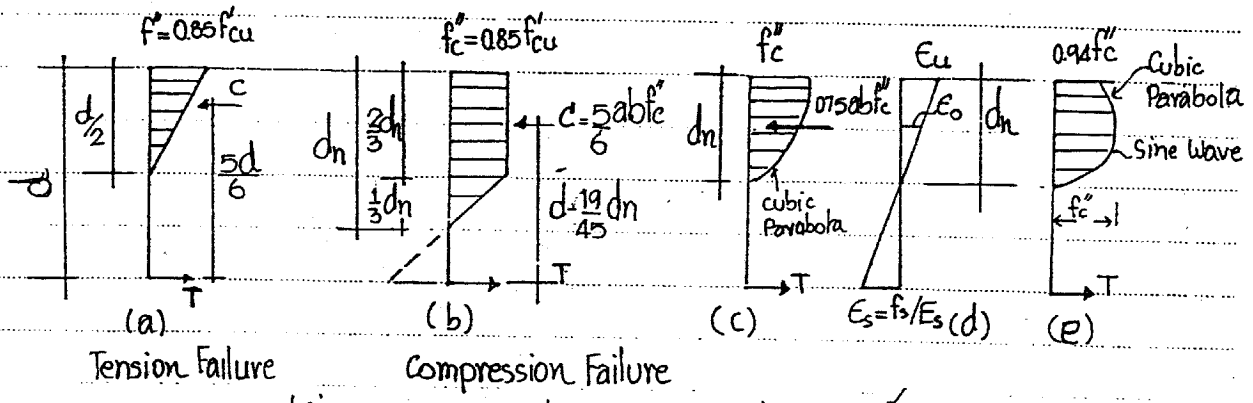
ชนิดของเหล็กเสริม	ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง	กำลังดึงจุดตกตะเคาะ ksc.	กำลังดึงประลัย ksc.	
เหล็กกลมผิวเรียบ $\phi, R, RB$	6-9 มม.	2500	4100	
	12 มม. ขึ้นไป	2400	4100	
เหล็กขอสวย $\phi, Y, DB$	12 มม. ขึ้นไป	SD24	2400	
		SD30	3000	4900
		SD40	4000	5700

ค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่นของเหล็กเสริม,  $E_s = 2.04 \times 10^6$  ksc. จากกราฟในรูปที่ 2.2 จะเห็นว่าในช่วงยืดหยุ่นจะเป็นเส้นตรง

# การวิเคราะห์แรงออกแบบภายใต้แรงดัด

คอนกรีตเสริมเหล็กเป็นการนำวัสดุสองชนิดรวมกันเป็นเนื้อเดียวกันภายใต้แรงดัด ทั้งคอนกรีตและเหล็กเสริม มีพฤติกรรมที่ไม่ยืดหยุ่น (inelastically) เมื่ออยู่ภายใต้แรงดัดประลัย ในทฤษฎีกำลังประลัยเกี่ยวกับพฤติกรรมดังกล่าว จะแสดงผลด้วยพีชคณิต สำหรับเหล็กเสริมแสดงพฤติกรรมการบิดหยุ่นง่ายรูปที่ 3.4 แสดงให้เห็นผลคดกของเหล็กเสริม ส่วนคอนกรีตการกระจายหน่วยแรงไม่ยืดหยุ่น (Inelastic Stress) ที่ได้ยากมากจากการทดลองที่จัดผลการทดลองดังกล่าวได้ผลลัพธ์ที่แน่นอน

หากการศึกษานี้พฤติกรรมคอนกรีตต้องการกระจายหน่วยแรงแบบซินนิสซาล์อิกได้แสดงง่ายรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 การกระจายหน่วยแรงตามทฤษฎีกำลังประลัย

## 3.1 สัมมัตติฐานการออกแบบ

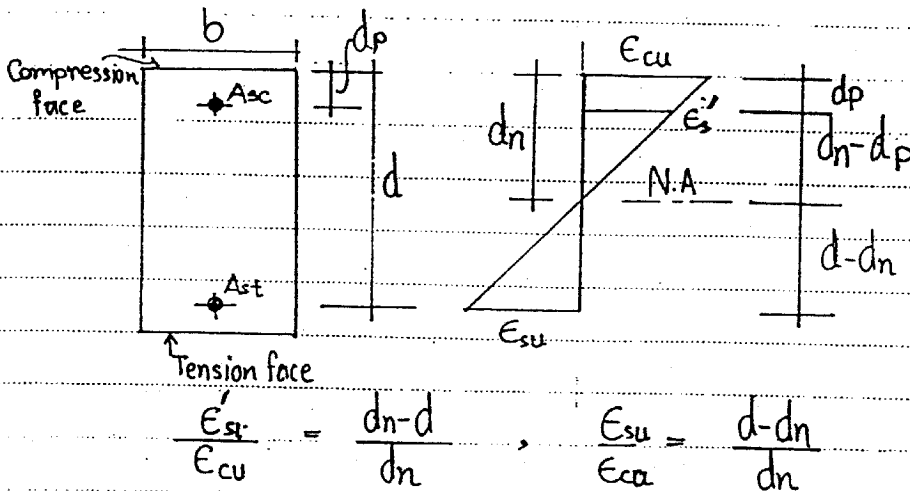
การออกแบบด้วยวิธีกำลังประลัยนั้นต้องตั้งอยู่บนเงื่อนไขพื้นฐาน 2 ประการคือ

1. การสมดุลสถิตย์ (Static equilibrium)
2. ความสอดคล้องของความเครียด (Compatibility of strains)

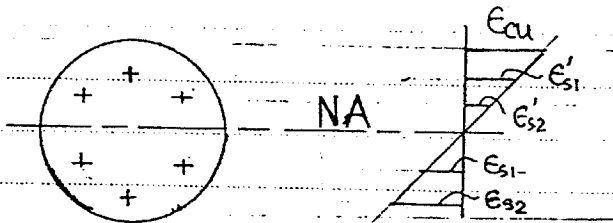
การสมดุลระหว่างแรงอัดกับแรงดึงซึ่งกระทำบนหน้าตัดในสภาวะการประลัย ซึ่งการลัดกของหน้าตัดสัมพันธ์กันระหว่างหน่วยแรงกับความเครียดของคอนกรีตและเหล็กเสริมในสภาวะแห่งการประลัยนั่นเอง

การกำหนดออกแบบด้วยวิธีกำลังประลัยโดยสัมมัตติฐาน ดังนี้

1. ความเครียดในคอนกรีตและเหล็กเสริมต้องเป็นสัดส่วนโดยตรงต่อระยะจากแนวแกนสะเกิน (Neutral axis) รูปที่ 3.2
2. ค่าความเครียดคดงัด  $\epsilon_{cu} = 0.003$  ของคอนกรีตที่รับกำลังอัดเมื่อถึงจุดประลัย
3. หน่วยเม็นเหล็กเสริมตั้งอยู่ที่กำลังคดก  $f_y$  ซึ่งจะได้ค่าความเครียดคดงัดกับโมดูลัสยืดหยุ่นคือ  $f_s = E_s \epsilon_s$  ถ้า  $f_s > f_y$  ถือได้ว่า  $f_s = f_y$  และ  $E_s = 2.04 \times 10^5$  ksc



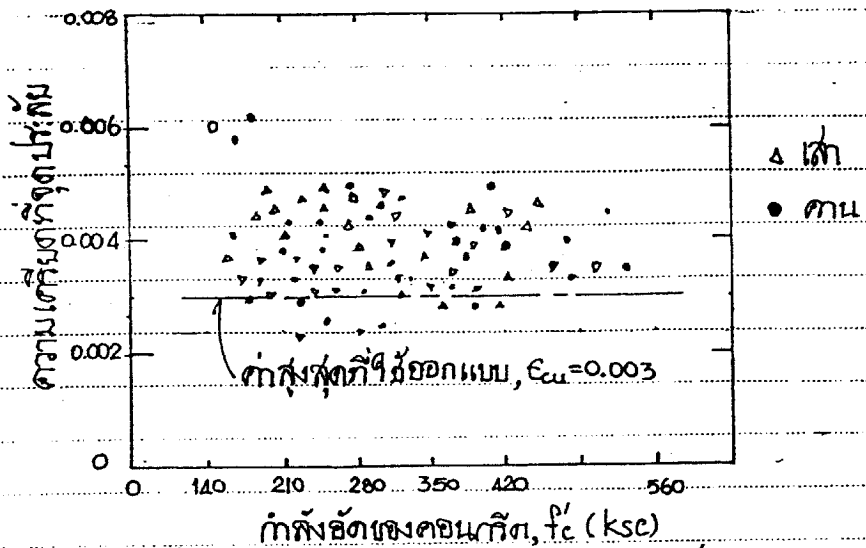
(a) Flexure



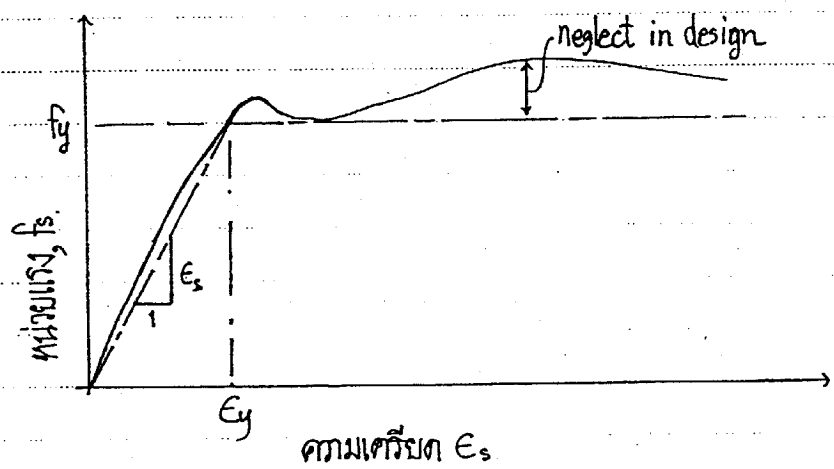
(b) Flexure and axial load

รูปที่ 2.2 แสดงความสัมพันธ์ความเครียดของเหล็กและคอนกรีต

4. กำลังดึงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตมีค่าน้อยมากในขณะเกิดครacks เรียกว่าโมดูลัสแห่งการแตกหัก (Modulus of rupture) กำลังดึงมีค่าประมาณ 10-15% ของกำลังอัด และโมดูลัสการแตกหัก,  $f_{rup} = 2.0\sqrt{f'_c}$  (ksc) สำหรับน้ำหนักคอนกรีตปกติ
5. ความสัมพันธ์ระหว่างค่าการกระจายหน่วยแรงอัดกับความเครียดของคอนกรีต จะแสดงในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า, สามเหลี่ยม, พาราโบลา หรืออื่น ๆ ก็ตาม แต่ผลลัพธ์หน่วยแรงนั้นต้องเป็นไปตามความจริง ความสัมพันธ์หน่วยแรงกับความเครียดของคอนกรีตไม่เป็นเส้นตรง (หน่วยแรงไม่เป็นสัดส่วนกับความเครียด) โดยจะเขียนในรูปสามเหลี่ยม ดังรูปที่ 3:5 ก็ตามความเครียดแปรผันจ.อยู่ในช่วง 0.003 ถึง 0.008 ในทางออกแบบจะใช้  $\epsilon_c = 0.003$



รูปที่ 3.3 ความเค้นดึง,  $E_{cu}$  จากกราฟทดสอบของค่าอากาศ



รูปที่ 3.4 ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรง-ความเค้นดึงของเหล็กเสริม.

จากสมมติฐานข้อ 3 ถ้าต้องการคำนวณกำลังดึงหรืออัตราของเหล็กเสริมได้ดังนี้

- ในกรณีที่  $E_s < E_y$  ,  $E_y =$  ความเค้นดึงจุดคาน

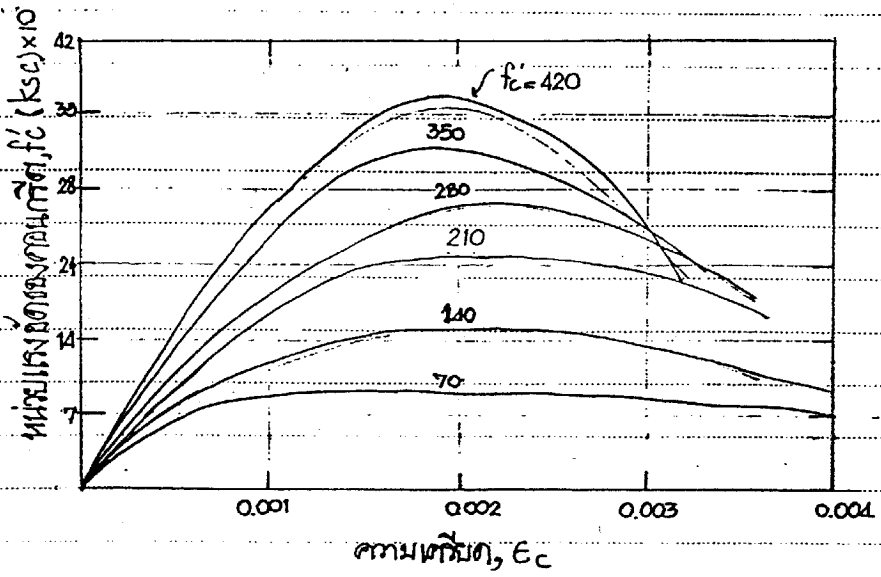
$$A_{st} f_s = A_{st} E_s E_s$$

- ในกรณีที่  $E_s > E_y$  นั่นคือ  $E_s = E_{su}$

$$A_{st} f_s = A_{st} f_y$$

เมื่อ  $E_s =$  ค่าความเค้นดึง คำนวณได้จากรูปที่ 3.2.

$A_{st} =$  ปริมาณเหล็กเสริมทั้งหมด เพื่อรับแรงดึง



รูปที่ 3.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงอัด-ความเครียดของคอนกรีต.

6. ให้สมมติการกระจายหน่วยแรงอัดของคอนกรีตเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังรูปที่ 3.6 ซึ่งหน่วยแรงอัดในคอนกรีตมีค่า  $0.85f'_c$  โดยแบ่งการกระจายหน่วยแรงเทียบเท่าในขอบเขตหน่วยแรงอัดของหน้าตัดทาบขอบผิวและลากเส้นตรงขนาน N.A. เป็นระยะทาง  $a = \beta_1 d_n$  โดยที่  $d_n$  เป็นระยะทาบขอบผิวที่มีหน่วยแรงกดทับสูงที่สุดคือแกน N.A. รั้งในแนวตั้งฉากกับแกนดังกล่าว สำหรับค่า  $\beta_1$  ใช้หลักการพิจารณาดังสมการข้างล่างนี้ ค่า  $\beta_1$  พิจารณาตามรูปที่ 3.10

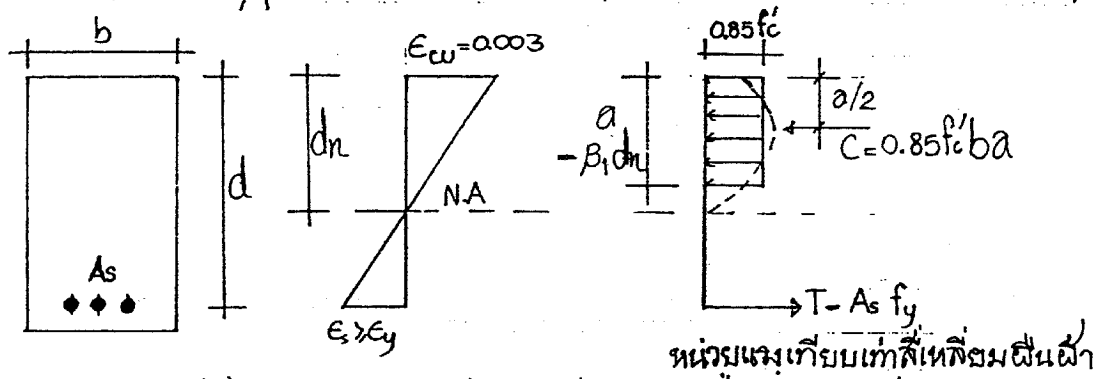
$$\beta_1 = 0.85 \quad \text{เมื่อ } f'_c \leq 280 \text{ ksc} \quad (3.10)$$

แต่:

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \left( \frac{f'_c - 280}{70} \right) \quad (3.1b)$$

เมื่อ  $f'_c > 280 \text{ ksc}$  และ  $f'_c < 560 \text{ ksc}$

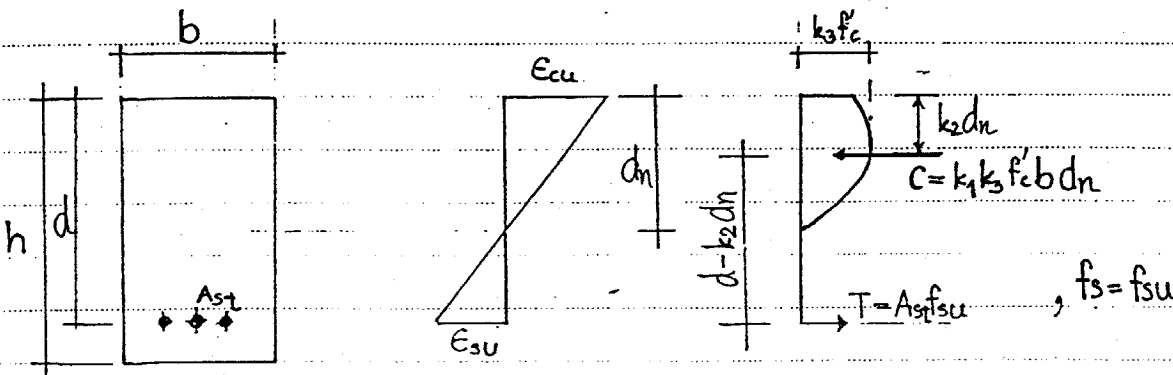
แต่:  $\beta_1 = 0.65$  เมื่อ  $f'_c \geq 560 \text{ ksc}$  (3.1c)



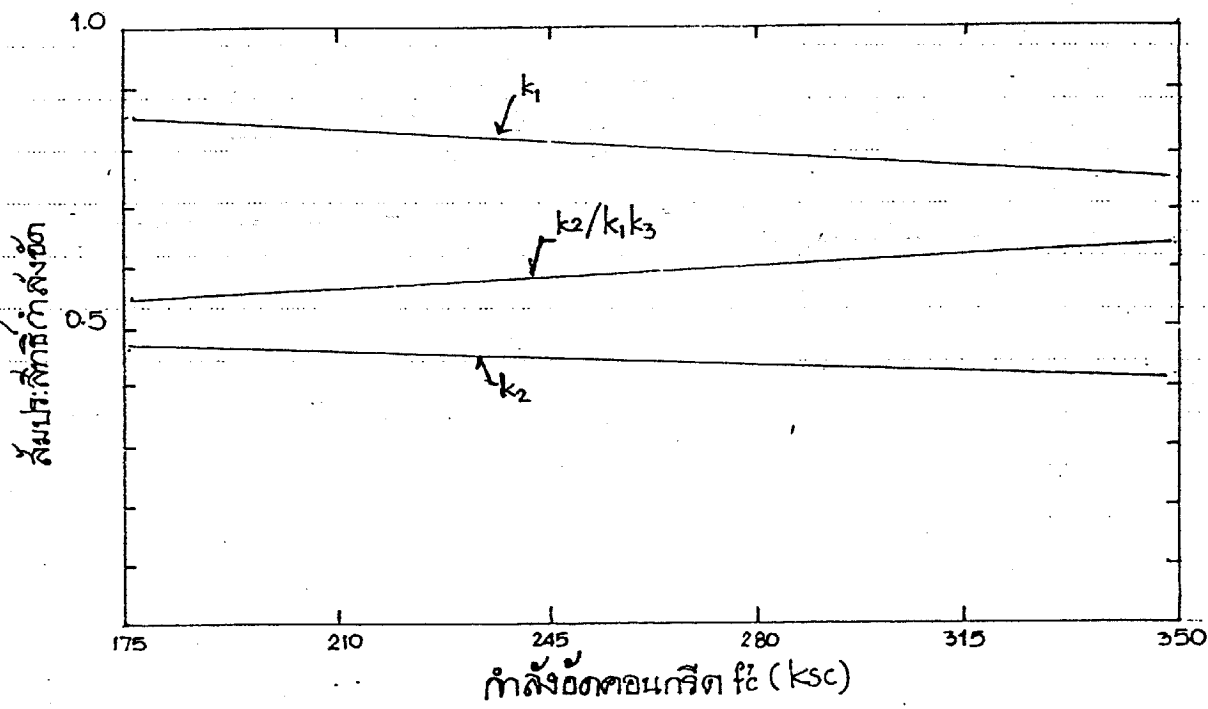
รูปที่ 3.6 การกระจายหน่วยแรงอัดเทียบเท่าสี่เหลี่ยมผืนผ้า

### 3.2 การกระจายหน่วยแรงค้ำประลัย

โดยทฤษฎีเพื่อหาค่ากำลังรับแรงดัดของคาน จากผลรวมของคู่สมมุติของคอนกรีต ทดตามสัมพันธะ: ห่างหน่วยแรงและ ความเค้นตามสมมุติฐานข้อ 5 กล่าวคือ การกระจาย หน่วยแรงสูงสุดมีค่าเท่ากับ  $k_3 f_c$  และหน่วยแรงเฉลี่ยมีค่า  $k_1 k_3 f_c$  ระยะศูนย์กลางของ หน่วยแรงที่กระทำเป็นรูปพาราโบลาตามความเป็นจริงคือ  $k_2 d_n$  จากขอบผิวด้านบนที่รับแรงอัด และ  $d_n$  เป็นระยะที่วัดจากขอบผิวบนที่รับแรงอัดถึง แกนแกนสะเทิน (N.A) รูปที่ 3.7 ส่วนค่า  $k_1, k_2$  และ  $k_3$  เป็นค่าที่ได้จากกราฟของคอนกรีตพิจารณาจากรูปที่ 3.8. หรือจากบทที่ 3.1



รูปที่ 3.7 ความสัมพันธ์ หน่วยแรงกับ ความเค้นตามสมมุติฐานข้อ 5 ของทฤษฎีกำลังประลัย



รูปที่ 3.8 ค่าพารามิเตอร์ของปัจจัยลดหน่วยแรง

จากรูปที่ 3.7 ใช้สมการสมดุลของแรงคือ

$$C = T$$

$$k_1 k_3 f'_c b d_n = A_s f_{su}$$

$$d_n = \frac{A_s f_{su}}{k_1 k_3 f'_c b} \quad (3.2)$$

แต่ใช้สมการสมดุลของโมเมนต์

$$M_n = C \cdot (d - k_2 d_n) \quad (3.3a)$$

หรือ  $M_n = T \cdot (d - k_2 d_n) \quad (3.3b)$

แทนค่า  $d_n$  ในสมการ (2.3) จะได้ว่า

$$M_n = T \left( d - \frac{k_2}{k_1 k_3} \frac{A_s f_{su}}{f'_c b} \right)$$

$$M_n = A_s f_{su} \left( d - \frac{k_2}{k_1 k_3} \frac{A_s f_{su}}{f'_c b} \right) \quad (3.4)$$

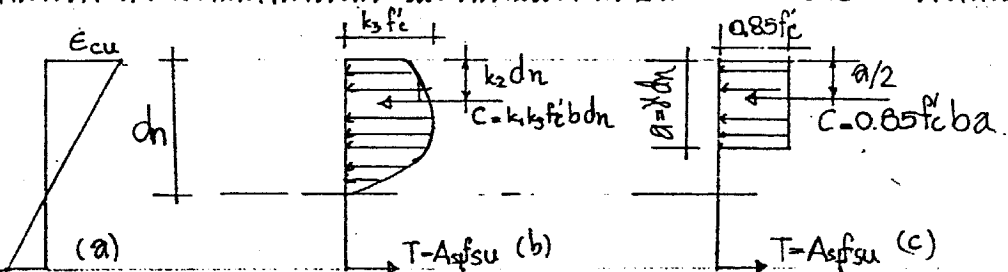
ที่เหล็กเสริมถึงจุดแตก  $f_{su} = f_y$  ดังนั้น

$$M_n = A_s f_y \left( d - \frac{k_2}{k_1 k_3} \frac{A_s f_y}{f'_c b} \right) \quad (3.5)$$

หากแทนค่า  $k_2/k_1 k_3$  ก็สามารถคำนวณโมเมนต์ตัดได้โดยตรงจากสมการ (3.5) ได้ทันที แต่ก็ไม่จำเป็นต้องทราบค่า  $k_1, k_2$  และ  $k_3$  ของใดอย่างหนึ่ง ถ้าใช้รูปที่ 3.8 แทน  $k$  ในทฤษฎีบทได้ค่าของ  $k_2/k_1 k_3$  ซึ่งแปรผันในช่วง 0.55 ถึง 0.63 ซึ่งได้จากการทดลองกำลังอัดคอนกรีตที่ความเค้น  $E_{cu}$  ถึงจุดประลัย. ค่าเฉลี่ยของ  $k_2/k_1 k_3$  ประมาณ 0.59

### 3.3 การออกแบบด้วยหน่วยแรงกึ่งประลัย

ในการคำนวณเท่าที่รับแรงดัดจากการกระจายหน่วยแรงกึ่งประลัยก็เป็นจริงดังรูปที่ 2.7 นั่นคือหน่วยแรงกึ่งประลัยนั้นในปีค.ศ. 1930, Whitney ได้ตัดแปลงรูปพาราโบลาให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าตามสัมมติฐานในข้อ 6 ซึ่งแสดงในรูปที่ 3.6 เริ่มที่ "Stress-Block" จากการดัดแปลงดังกล่าวทำให้ง่ายต่อการคำนวณ และหน่วยแรงเฉลี่ยเท่ากับ  $0.85 f'_c$  พิจารณารูปที่ 3.9.



รูปที่ 3.9 การกระจายหน่วยแรงเทียบเท่าของ Whitney



จากที่ 3.9c ใช้สมการสมดุลของแรงบนหน้าตัดกว้าง  $b$  ลึก  $h$  สอดคล้องกับที่คิด  $d$  ได้ว่า

แรงดึงที่หน้าตัดคอนกรีต,  $C = 0.85f'_c b a$

แรงดึงที่หน้าตัดเหล็กเสริม,  $T = A_s f_{su}$

แต่:  $C = T$

$0.85f'_c b a = A_s f_{su}$

$a = \frac{A_s f_{su}}{0.85f'_c b}$  (3.6)

โมเมนต์ของโมเมนต์

$M_n = T(d - a/2)$  หรือ  $M_n = C(d - a/2)$

$= A_s f_{su} (d - \frac{A_s f_{su}}{2 \times 0.85 f'_c b})$

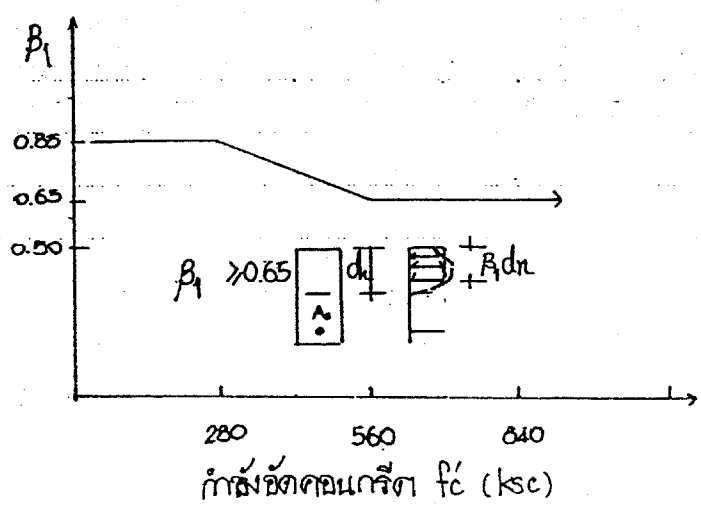
แทนค่า  $a$  ในสมการ 3.6 ได้

$M_n = A_s f_{su} (d - \frac{0.59 A_s f_{su}}{f'_c b})$  (3.7)

จะเห็นว่า 0.59 คือค่าเฉลี่ยของ  $k_2/k_3$  นั้นเอง ดังสมการ (3.4)

ถ้ากำหนดให้  $p = A_s / bd$  แทนในสมการ (3.7)

$M_n = A_s f_{su} d (1 - 0.59 p \frac{f_{su}}{f'_c})$  (3.8)



รูปที่ 3.10 ค่าแฟกเตอร์  $\beta_1$

กฎขั้วกำลังประลัย กำหนดให้ลดค่าแฟคเตอร์ (factor,  $\phi$ ) เพื่อลดค่าโมเมนต์ประลัย,  $M_u$  สำหรับค่าโมเมนต์ดัดค่าที่ป็นใช้งาน ซึ่งนำไปตามมาตรฐานองค์ท. แด่ ACI คือ

$$M_u = \phi M_n \quad (3.9)$$

$\phi$  = ค่าแฟคเตอร์ลด ดังที่กล่าวถึงในบทที่ 1

$M_u$  = โมเมนต์ดัดประลัยใช้งาน (ค่าที่ยอมให้ใช้)

$M_n$  = โมเมนต์ดัดประลัยจากการคำนวณ

การคำนวณโมเมนต์ดัดประลัยด้วยคอนกรีต (จากบทที่ 3.9c)

$$M_n = C(d-a/2)$$

$$= 0.85 f'_c b a (d-a/2)$$

แทนค่า  $a$  จากสมการ (3.6) แล้:  $A_s f_s = P b d$

$$M_n = 0.85 f'_c b d \left( d - 0.59 \frac{A_s f_s}{f'_c b} \right)$$

$$M_n = 0.85 f'_c b d a \left( 1 - 0.59 P \frac{f_s}{f'_c} \right) \quad (3.10)$$

การคำนวณโมเมนต์ดัดประลัยด้วยเหล็กเสริม

$$M_n = A_s f_s d \left( 1 - 0.59 P \frac{f_s}{f'_c} \right) \quad (3.8)$$

จากการศึกษาพบว่า เมื่อโมเมนต์รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าไปทดสอบการรับน้ำหนักบรรทุกจนกระทั่งถึงน้ำหนักประลัยทำให้คนเกิดการหักรุด การหักรุดที่เกิดขึ้นเป็นไปด้ 2 รูปแบบ คือ การหักรุดด้วยแรงดึงหรือการพังทลายแบบแรงดึงเป็นหลัก (Tension failure) แล้: การหักรุดด้วยแรงอัดหรือการพังทลายแบบแรงอัดเป็นหลัก (Compression failure)

พฤติกรรมการหักรุดด้วยแรงดึง หรือการพังทลายแบบแรงดึงเป็นหลัก ก่อเกิดคือ เหล็กเสริมมีจำนวนพอด้แล้ ถึงจุดดศาก่อนที่คนจะพังทลายลงมา ซึ่งหน่วยแรงของเหล็กเสริม มีค่าเท่ากับ หน่วยแรงจุดดศาก คือ  $f_s = f_y$  ดังนั้นการคำนวณค่าโมเมนต์ดัดประลัย ด้ได้ด้

$$M_n = A_s f_y d \left( 1 - 0.59 P \frac{f_y}{f'_c} \right) \quad (3.11)$$

สำหรับพฤติกรรมการหักรุดด้วยแรงอัด หรือการพังทลายแบบแรงอัดเป็นหลัก เกิดขึ้นเนื่องจากปริมาณเหล็กเสริมมีจำนวนมากจนทำให้ค่าล่งจุดดศากมีค่าสูงมาก เป็นเหตุให้คอนกรีตถูกอัดจนถึงกำลังประลัย แล้: ความเคียวมีค่าเท่ากับ 0.003 ขณะนี้หน่วยแรงดิ่งในเหล็กเสริม  $f_s$  ยังไม่ถึงจุดดศาก ความเคียวในเหล็ก  $E_s u = f_s / E_s$

จากรูปที่ 3.9a ได้กฎของสามเหลี่ยมคล้าย ดังได้กล่าวไว้ข้างต้น

$$\frac{d_n}{d} = \frac{E_{cu}}{E_{su} + E_{cu}}, \quad E_{cu} = 0.003 \cdot E_u$$

$$d_n = \frac{0.003 \cdot d}{f_{su}/E_s + 0.003} \quad (3.12)$$

$$f_{su} = E_{su} E_s$$

หรือ  $f_{su} = E_u E_s \left( \frac{d - d_n}{d_n} \right) \quad (3.13)$

$$k_1 k_2 f_c b d_n = A_s E_u E_s \left( \frac{d - d_n}{d_n} \right) \quad (3.14)$$

จากรูปที่ 3.3a)

$$M_n = c(d - k_2 d_n), \quad c = k_1 k_2 f_c b d_n$$

$$M_n = A_s E_u E_s \frac{d - d_n}{d_n} (d - k_2 d_n) \quad (3.15)$$

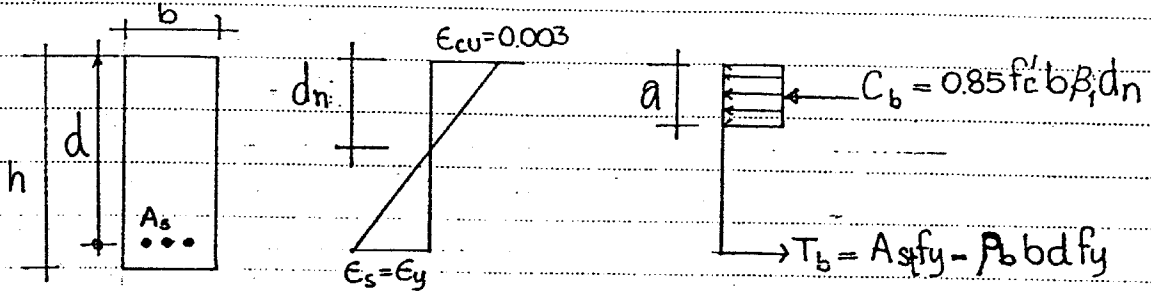
ตารางที่ 3.1 ค่าพารามิเตอร์  $k_1$ ,  $k_2$  และ  $k_3$  ที่กำหนดไว้

$f_c$ ( $k_s c$ )	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$E_c$
140	0.86	0.48	1.03	0.0037
210	0.82	0.46	0.97	0.0035
280	0.79	0.45	0.94	0.0034
350	0.75	0.44	0.92	0.0032
420	0.71	0.42	0.92	0.0031
490	0.67	0.41	0.93	0.0029

พฤติกรรมกักพลังงานของคอนกรีตทั้งสองกรณี เหนือสิ่งอื่นใด สิ่งที่ต้องหาจุดที่ทำให้การหักเหของรูปในแกนที่ที่พอใจด้วย การออกแบบในลักษณะที่สมดุลย์ที่ กำหนดไว้

### 3.4 สภาวะสมดุลที่กักังประลัย

เมื่อสภาวะของคอนกรีตเกิดถึงจุดที่ขอบผิวรับแรงอัดของคอนกรีต มีค่าเท่ากับ  $\epsilon_{cu} = 0.003$  ขณะเดียวกันความเค้นของเหล็กเสริมก็ถึงจุดตกเท่ากับ  $\epsilon_y$ พอดี ซึ่งเรียกสภาวะสมดุลที่กักังประลัย



รูปที่ 3.11 แสดงหน้าตัดที่สภาวะสมดุล

พิจารณาจากรูปที่ 3.11 จะได้ว่า

$$\frac{d n}{d} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} \quad (3.16)$$

ได้สมการสมดุลจะได้

$$C_b = T_b$$

$$0.85 f'_c b \beta_1 d n = \rho_b b d f_y$$

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{d n}{d}$$

แทนค่า  $d n/d$  จากสมการ (3.16) จะได้

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}$$

ดังนั้น  $\epsilon_y = f_y / E_s$  ; กำหนดให้  $E_s = 2.04 \times 10^6 \text{ ksc}$

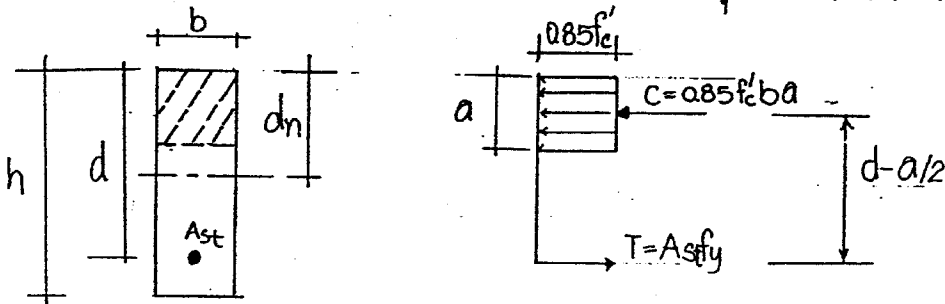
$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right) \quad (3.17)$$

จากข้อกำหนดมาตรฐานจ.ส.ท. 1008-38(4303) กำหนดให้เสริมเหล็กได้มากที่สุดเพิ่ม 75% ของจำนวนตัวสมการคือ

$$\rho = 0.75 \rho_b \quad (3.18)$$

### 3.5 แกนหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าเสริมเหล็กกับแรงดึง

เนื่องจากการกระจายหน่วยแรงอัด (Stress Block) บนหน้าตัดแกนมีรูปร่างเป็นพาราโบลา ดังรูปที่ 3.7 จึงถูกสมมติให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าดังรูปที่ 3.9 และเพื่อป้องกันกร้าวของคอนกรีตเป็นแบบการพังทลายด้วยแรงอัด (Compression Failure) ก็กำหนดให้อัตราส่วนเหล็กเสริมต่อหน้าตัดแกน,  $\rho$  มีปริมาณไม่มากกว่า 75 เปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนเหล็กเสริมสมมูล ตามสมการ (3.18)



รูปที่ 3.12 หน้าตัดแกนเสริมเหล็กกับแรงดึงอย่างเดียวก  
จากสมการสมมูลของแรงบนหน้าตัดแกน

$$\begin{aligned}
 C &= T \\
 0.85f_c' b a &= A_s f_y = \rho b d f_y \\
 a &= \frac{\rho d f_y}{0.85f_c'} ; \left( \text{หรือ } a = \frac{A_s f_y}{0.85f_c' b} \right) \quad (3.19)
 \end{aligned}$$

แและ: การเกิดโมเมนต์คู่ทาบ

$$\begin{aligned}
 M_n &= C(d-a/2) \text{ หรือ } T(d-a/2) \\
 &= A_s f_y (d-a/2) \\
 &= \rho b d f_y (d-a/2) \\
 M_n &= \rho b d f_y \left( d - 0.5 \frac{\rho d f_y}{0.85f_c'} \right)
 \end{aligned}$$

ที่นี้  $q = \rho f_y / f_c'$  ดังนั้น

$$M_n = q f_c' b d^2 (1 - 0.59 q) \quad (3.20)$$

ต้องการค่า  $R_n$  ดังนั้นหา  $bd^2$  หรือสมการ (3-20) ทั้งสองข้างจะได้

$$R_n = \frac{M_n}{bd^2} = q f'_c (1 - 0.59q) \quad (3.21)$$

ในการออกแบบจริง: กำหนดค่า  $b$  และ  $d$  ขึ้นมาก่อน ดังนั้นก็สามารถหาค่า  $p$  ได้ดังนี้

$$R_n = q f'_c - 0.59 q^2 f'_c$$

$$1.18 q^2 f'_c - 2q f'_c + 2R_n = 0$$

$$q = 0.85 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2R_n}{0.85 f'_c}} \right]$$

$$\text{ดังนั้น} \quad p = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2R_n}{0.85 f'_c}} \right] \quad (3.22)$$

เพื่อความสะดวกในการคำนวณและออกแบบหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็กแผ่นรับแรงดึงอย่างเดียวยังได้สรุปขั้นตอนการออกแบบดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ให้สมมุติอัตราส่วนเหล็กเสริมรับแรงดึง,  $p$  เท่ากับหรือน้อยกว่า  $0.75 p_b$  แต่ต้องไม่น้อยกว่า  $14/f_y$  ซึ่งเป็นค่าต่ำสุด (ดูตารางที่ 3.2) ส่วนค่า  $p_b$  กำหนดจากสมการ (3.17) คือ

$$p_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right)$$

เมื่อค่า  $\beta_1$  กำหนดจากสมการ (3.1a-c)

ขั้นที่ 2 เมื่อได้ค่า  $p$  มาแล้ว ( $14/f_y < p \leq 0.75 p_b$ ) ก็กำหนด  $bd^2$  ที่ต้องการ ดังนี้

$$q = p f_y / f'_c$$

$$R_n = q f'_c (1 - 0.59q)$$

$$bd^2 = M_u / \phi R_n$$

เมื่อ  $\phi = 0.9$  สำหรับการดัด

$M_u$  = โมเมนต์ดัดประลัยที่กระทำต่อโครงสลับ

ตารางที่ 3.2 อัตราส่วนเหล็กเสริมสำหรับค่าของ  $P_b$  และ  $P_{max}$  ( $0.75P_b$ )  
สำหรับคานาสีเหลี่ยม

$f_y$ ksc.	$P_{min}$ $14/f_y$	$f'_c$ , ksc.	210	280	350	420	490	560
		$\beta_1$	0.85	0.85	0.80	0.75	0.70	0.65
3000	0.0046	$P_b$	0.0339	0.0452	0.0532	0.0599	0.0652	0.0692
		$0.75P_b$	0.0254	0.0339	0.0399	0.0449	0.0489	0.0519
4000	0.0035	$P_b$	0.0229	0.0306	0.0360	0.0405	0.0441	0.0468
		$0.75P_b$	0.0172	0.0229	0.0270	0.0304	0.0331	0.0351
5000	0.0028	$P_b$	0.0167	0.0223	0.0262	0.0295	0.0321	0.0340
		$0.75P_b$	0.0125	0.0167	0.0196	0.0221	0.0241	0.0255

$$P_b = \frac{0.85f'_c A}{f_y} \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right)$$

ขั้นที่ 3 เมื่อได้ขนาดหน้าตัดที่ตรงตามข้อกำหนดค่า  $R_n$  ที่ได้จากหน้าตัดจริง คือ

$$1) \text{ ค่า } R_n = M_u / \phi b d^2$$

$$\text{แล้วหาค่า } \rho = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2R_n}{0.85f'_c}} \right]$$

2) หากใช้ตารางที่ 3.3 ซึ่งตรงค่าของค่ากำลังโมเมนต์ในทอม

$$M_u / \phi f'_c b d^2 \text{ หรือ } M_n / f'_c b d^2$$

เลือกค่า  $\rho$  จากตาราง

$$\text{หาค่า } \rho = \rho f'_c / f_y$$

ขั้นที่ 4 กำหนดหาปริมาณเหล็กเสริม

$$A_{st} = \rho b d$$

เมื่อ  $b$  และ  $d$  คือค่าขนาดหน้าตัดที่ใช้งานจริง

ตารางที่ 3.3 ค่าสัมประสิทธิ์  $M_u / \phi f'_c b d^2$  หรือ  $M_n / f'_c b d^2$  สำหรับหน้าตัด  
 กานสี่เหลี่ยมผืนผ้ารับแรงดึงอย่างเดียว

$\rho$	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
0.00	0.0000	0.0010	0.0020	0.0030	0.0040	0.0050	0.0060	0.0070	0.0080	0.0090
0.01	0.0099	0.0109	0.0119	0.0129	0.0139	0.0149	0.0159	0.0168	0.0178	0.0188
0.02	0.0197	0.0207	0.0217	0.0226	0.0236	0.0246	0.0256	0.0266	0.0275	0.0285
0.03	0.0295	0.0304	0.0314	0.0324	0.0333	0.0343	0.0352	0.0362	0.0372	0.0381
0.04	0.0391	0.0400	0.041	0.0420	0.0429	0.0438	0.0448	0.0457	0.0467	0.0476
0.05	0.0485	0.0495	0.0504	0.0513	0.0523	0.0532	0.0541	0.0551	0.0560	0.0569
0.06	0.0579	0.0588	0.0597	0.0607	0.0616	0.0625	0.0634	0.0643	0.0653	0.0662
0.07	0.0671	0.0680	0.0689	0.0699	0.0708	0.0717	0.0726	0.0735	0.0744	0.0753
0.08	0.0762	0.0771	0.0780	0.0789	0.0798	0.0807	0.0816	0.0825	0.0834	0.0843
0.09	0.0850	0.0861	0.0870	0.0879	0.0888	0.0897	0.0906	0.0915	0.0923	0.0932
0.10	0.0941	0.0950	0.0959	0.0967	0.0976	0.0985	0.0994	0.1002	0.1011	0.1020
0.11	0.1029	0.1037	0.1046	0.1055	0.1063	0.1072	0.1081	0.1089	0.1098	0.1106
0.12	0.1115	0.1124	0.1133	0.1141	0.1149	0.1158	0.1166	0.1175	0.1183	0.1192
0.13	0.1200	0.1209	0.1217	0.1226	0.1234	0.1243	0.1251	0.1259	0.1268	0.1276
0.14	0.1284	0.1293	0.1301	0.1309	0.1318	0.1326	0.1334	0.1342	0.1351	0.1359
0.15	0.1367	0.1375	0.1384	0.1392	0.1400	0.1408	0.1416	0.1425	0.1433	0.1441
0.16	0.1449	0.1457	0.1465	0.1473	0.1481	0.1489	0.1497	0.1506	0.1514	0.1522
0.17	0.1529	0.1537	0.1545	0.1553	0.1561	0.1569	0.1577	0.1585	0.1593	0.1601
0.18	0.1609	0.1617	0.1624	0.1632	0.1640	0.1648	0.1656	0.1664	0.1671	0.1679
0.19	0.1687	0.1695	0.1703	0.1710	0.1718	0.1726	0.1733	0.1741	0.1749	0.1756
0.20	0.1764	0.1772	0.1779	0.1787	0.1794	0.1802	0.1810	0.1817	0.1825	0.1832
0.21	0.1840	0.1847	0.1855	0.1862	0.1870	0.1877	0.1885	0.1892	0.1900	0.1907
0.22	0.1914	0.1922	0.1929	0.1937	0.1944	0.1951	0.1959	0.1966	0.1973	0.1981
0.23	0.1988	0.1995	0.2002	0.2010	0.2017	0.2024	0.2031	0.2039	0.2046	0.2053
0.24	0.2060	0.2067	0.2075	0.2082	0.2089	0.2096	0.2103	0.2110	0.2117	0.2124
0.25	0.2131	0.2138	0.2145	0.2152	0.2159	0.2166	0.2173	0.2180	0.2187	0.2194
0.26	0.2201	0.2208	0.2215	0.2222	0.2229	0.2236	0.2243	0.2249	0.2256	0.2263
0.27	0.2270	0.2277	0.2284	0.2290	0.2297	0.2304	0.2311	0.2317	0.2324	0.2331
0.28	0.2337	0.2344	0.2351	0.2357	0.2364	0.2371	0.2377	0.2384	0.2391	0.2397
0.29	0.2404	0.2410	0.2417	0.2423	0.2430	0.2437	0.2443	0.2450	0.2456	0.2463
0.30	0.2469	0.2475	0.2482	0.2488	0.2495	0.2501	0.2508	0.2514	0.2520	0.2527
0.31	0.2533	0.2539	0.2546	0.2552	0.2558	0.2565	0.2571	0.2577	0.2583	0.2590
0.32	0.2596	0.2602	0.2608	0.2614	0.2621	0.2627	0.2633	0.2639	0.2645	0.2651
0.33	0.2657	0.2664	0.2670	0.2676	0.2682	0.2688	0.2694	0.2700	0.2706	0.2712
0.34	0.2718	0.2724	0.2730	0.2736	0.2742	0.2748	0.2754	0.2760	0.2766	0.2771
0.35	0.2777	0.2783	0.2789	0.2795	0.2801	0.2807	0.2812	0.2818	0.2824	0.2830
0.36	0.2835	0.2841	0.2847	0.2853	0.2858	0.2864	0.2870	0.2875	0.2881	0.2887
0.37	0.2892	0.2898	0.2904	0.2909	0.2915	0.2920	0.2926	0.2931	0.2937	0.2943
0.38	0.2948	0.2954	0.2959	0.2965	0.2970	0.2975	0.2981	0.2986	0.2992	0.2997
0.39	0.3003	0.3008	0.3013	0.3019	0.3024	0.3029	0.3035	0.3040	0.3045	0.3051

$$M_n / f'_c b d^2 = A_s f_y (d - a/2) / f'_c b d^2 = \rho (1 - 0.59 \rho)$$

$$\rho = P f_y / f'_c$$

$$\text{แทน: } a = A_s f_y / 0.85 f'_c b$$



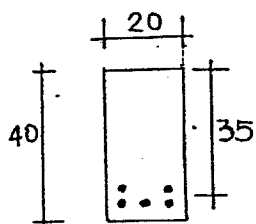
ขั้นที่ 5 ตรวจสอบกำลังต้านทานของหน้าตัดคอนกรีต โดยใช้ปริมาณเหล็กเสริมจากขั้นที่ 4

$$M_u \leq \phi M_n$$

หรือ  $M_n \geq M_u / \phi$

ดู: ขั้นตอนการวิเคราะห์และออกแบบ รูปที่ 3.13

ตัวอย่างที่ 3.1 จงคำนวณค่าโมเมนต์ดัดประจักษ์ ของคอนกรีตเสริมเหล็ก ขนาดหน้าตัด  $20 \times 40$  cm. เสริมเหล็กรับแรงอัด 5-Y20 mm กำหนดให้  $f'_c = 210$  ksc  $f_y = 3000$  ksc โดยให้  $E_s = E_y$



$A_{st} = 15.70 \text{ cm}^2$

วิธีทำ ทราบปริมาณเหล็กเสริม  $A_{st} = 15.70 \text{ cm}^2$

$d = 35 \text{ cm}$

อัตราส่วน  $\rho = A_{st} / bd = \frac{15.70}{20 \times 35}$

$= 0.0224$

$\rho_{max} = 0.75 \rho_b = 0.75 \left[ 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right) \right]$

ที่  $f'_c = 210$  ksc จะได้  $\beta_1 = 0.85$  ดังนั้น

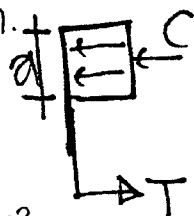
$\rho_{max} = 0.75 \left[ 0.85 \times \frac{210}{3000} \times 0.85 \left( \frac{6120}{6120 + 3000} \right) \right]$

$= 0.0254$

$\rho = 0.0224 < \rho_{max} = 0.0254$

แสดงว่าคอนกรีตนี้ จะเกิดการยืดตัวแรงดึง (Tension Failure)  $f_s = f_y$

ดังนั้น  $a = \frac{A_{st} f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{15.7 \times 3000}{0.85 \times 210 \times 20} = 13.19 \text{ cm.}$

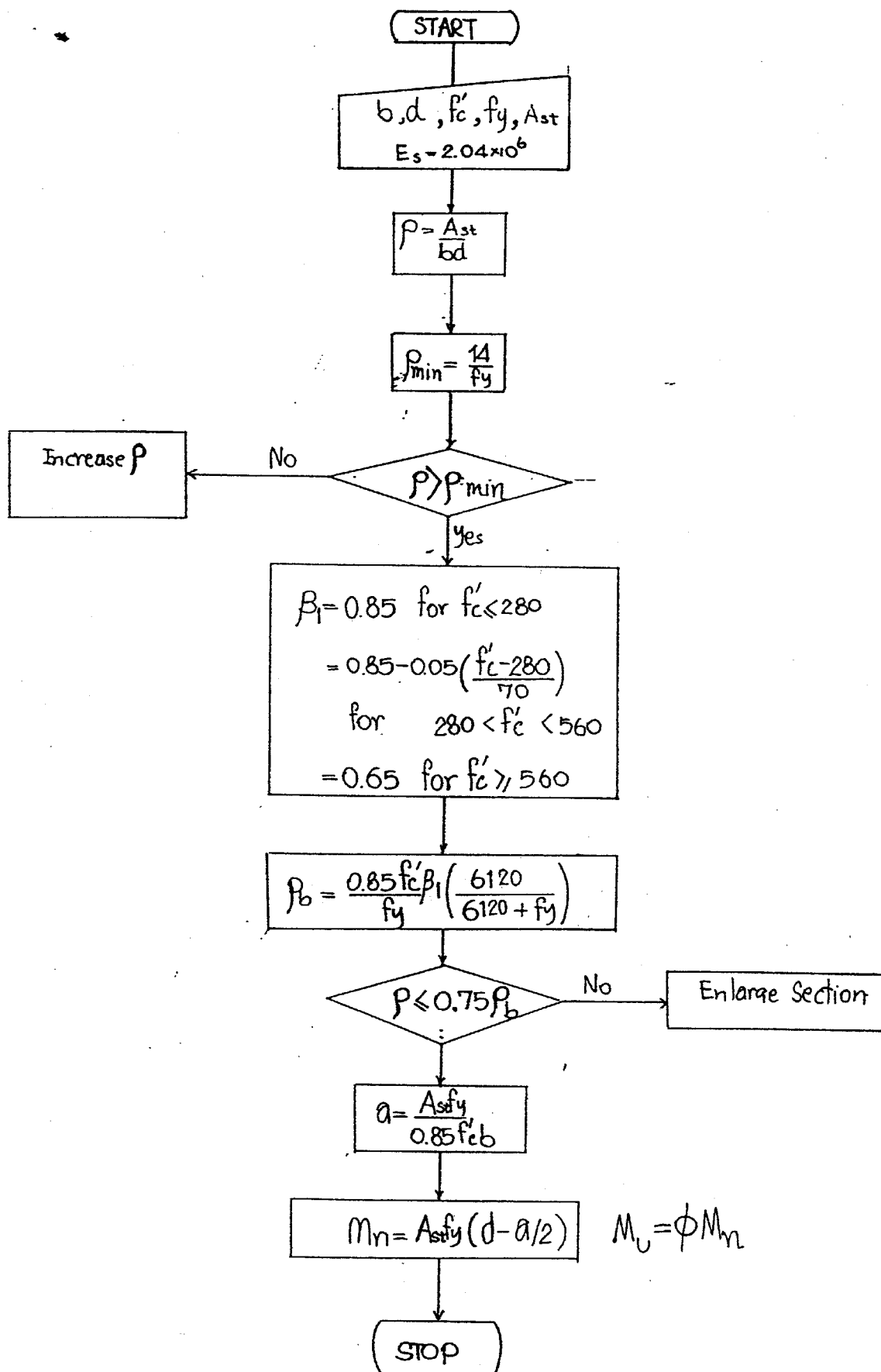


จากสมการ (3.20)  $M_n = A_{st} f_y (d - a/2)$

$= 15.7 \times 3000 (35 - 13.19/2) \times 10^{-2}$

$= 13379 \text{ kg-m.}$

ดังนั้น โมเมนต์ดัดประจักษ์,  $M_u = \phi M_n = 0.9 \times 13379 = 12041 \text{ kg-m.}$  \*



รูปที่ 3.13 แผนผังแสดงการวิเคราะห์หาขนาดพื้นที่เหล็กม้วนหน้าเสริมเหล็กกับแรงดึง

ตัวอย่างที่ 3.2 คานหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้ารับโมเมนต์ดัดประลัย,  $M_u = 7550 \text{ kgm}$ .  
 ให้อุณหภูมิ  $f'_c = 210 \text{ ksc}$  และ  $f_y = 4000 \text{ ksc}$ . จงคำนวณหาขนาดหน้าตัดที่เหมาะสม  
 และปริมาณเหล็กเสริม

วิธีทำ

$$1) \text{ อัตราส่วนเหล็กเสริม, } \rho_b = 0.85 \frac{f'_c \rho_i}{f_y} \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right)$$

$$= \frac{0.85 \times 210 \times 0.85}{4000} \left( \frac{6120}{6120 + 4000} \right)$$

$$\rho_b = 0.0229$$

$$\rho = 0.75 \rho_b = 0.0172$$

2) คำนวณ  $bd^2$

$$\text{หาค่า } q = \rho f_y / f'_c$$

$$= 0.0172 \times 4000 / 210 = 0.3276$$

$$\text{และ: } R_n = q f'_c (1 - 0.59 q)$$

$$= 0.3276 \times 210 (1 - 0.59 \times 0.3276)$$

$$R_n = 55.5 \text{ ksc.}$$

$$\text{จาก } bd^2 = M_u / \phi R_n$$

$$\text{เมื่อ } \phi = 0.9$$

$$\text{กำหนด } b = 0.20 \text{ m}$$

$$\text{ดังนั้น } d^2 = 7550 / (0.9 \times 0.2 \times 55.5) = 755.75 \text{ cm}^2$$

$$d = 27.5 \text{ cm.}$$

เพื่อใช้ขนาดตัด  $20 \times 35 \text{ cm}$  ซึ่ง  $d = 30 \text{ cm}$ .

3) ใช้หน้าตัดจริงคือ ขนาด  $20 \times 35 \text{ cm}$ . ค่าหาค่า  $R_n$  ใหม่คือ

$$R_n = M_u / \phi b d^2$$

$$= 7550 / (0.9 \times 0.20 \times 30^2)$$

$$= 46.60 \text{ ksc.}$$

$$\text{หาอัตราส่วนเหล็กเสริม, } \rho = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2R_n}{0.85f'_c}} \right]$$

$$= 0.85 \times \frac{210}{4000} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 46.6}{0.85 \times 210}} \right]$$

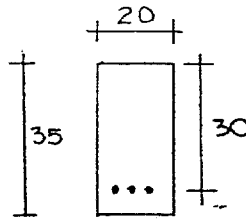
$$\rho = 0.0138$$

4) หาปริมาณเหล็กเสริม

$$A_{st} = \rho b d$$

$$= 0.0138 \times 20 \times 30$$

$$= 8.27 \text{ cm}^2$$



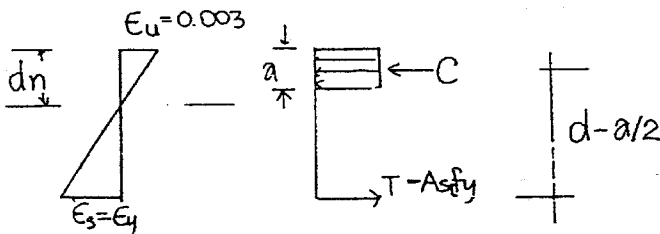
$$\rho = \frac{A_{st}}{b d}$$

$$= \frac{9.42}{20 \times 30} = 0.0157$$

$$< \rho_{max} = 0.0172$$

ใช้เหล็กเสริม 3- $\phi$ 20 mm. ให้  $A_s = 9.42 \text{ cm}^2$

5) ตรวจสอบกำลังต้านทานของหน้าตัดคาน



$$\text{ความลึก } a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{9.42 \times 4000}{0.85 \times 210 \times 20} = 10.55 \text{ cm.}$$

$$\text{แกนกลาง: เกิน N.A, } d_n = a / \beta_1 = 10.55 / 0.85 = 12.42 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{กึ่งหนึ่ง } M_n &= A_s f_y (d - a/2) \\ &= 9.42 \times 4000 (30 - 10.55/2) \times 10^{-2} \\ &= 9316 \text{ kgm} \end{aligned}$$

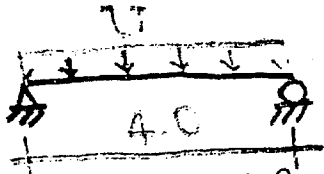
$$M_u = \phi M_n = 0.9 \times 9316$$

โมเมนต์ที่คานรับได้,  $M_u = 8385 \text{ kgm} > 7550 \text{ kgm}$  OK.

ตัวอย่างที่ 3.3 จากตัวอย่างที่ 3.2 ให้คำนวณหาน้ำหนักประลัยที่คานจ.รับได้  
ถ้าคานมีความยาว 4.0 m. น้ำหนักคอนกรีต  $2400 \text{ kg/m}^3$  ใช้มาตรฐาน ACI และจ.ส.ท.  
วิธีทำ

โมเมนต์ดัดประลัย,  $M_u = 7550 \text{ kgm}$

ขนาดหน้าตัดคานจริง  $20 \times 35$  ดังนั้นน้ำหนักคานทำได้ดังนี้



$$D = 0.2 \times 0.35 \times 2400$$

$$= 168 \text{ kg/m.}$$

Load factor สำหรับน้ำหนักคงที่ = 1.4

$$U_D = 1.4 \times 168 = 235 \text{ kg/m}$$

และจากสมการ  $M = \frac{1}{8} W l^2$

$$W_u = 8M / l^2$$

$$= 8 \times 7550 / 4^2 = 3775 \text{ kg/m}$$

$$\text{ทก } U = 1.4D + 1.7L$$

$$3775 = 235 + 1.7L$$

$$1.7L = 3540$$

$$L = 3540 / 1.7 = 2082 \text{ kg/m}$$

ดังนั้น คานนี้จะรับน้ำหนักบรรทุกจ.รับได้เท่ากับ  $2082 \text{ kg/m}$

และรับน้ำหนักบรรทุกประลัยเท่ากับ  $3775 \text{ kg/m}$  \*

\*\*\*-----\*\*\*

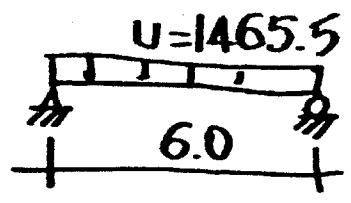
ในการออกแบบคาน ถ้าใช้ความลึกของคานที่สั้นเกินไป ในขณะที่รับ  
คานยาวคานนั้นยาวมาก จ.ทำให้เกิดการโก่ง หรือในการรับที่ออกแบบให้ได้  
หน้าตัดที่ประหยัด ทำให้อัตราส่วนเหล็กเสริมเพิ่มขึ้นสูง ขนาดหน้าตัดเล็กกลง  
ดังนั้นมาตรฐาน ACI และจ.ส.ท. ได้กำหนดอัตราส่วนเหล็กเสริม  $P$  ต่ำ  
ไม่มากกว่า  $0.18 f_c' / f_y$  ถ้ามากกว่าให้ทรนถ่วงระยะโก่งด้วย

ตัวอย่างที่ 3.4 พิจารณานาหาขนาดหน้าตัดและเหล็กเสริมของคานขั้วเดียวยาว 6.00 ม. รับน้ำหนักคงที่ (DL) = 300 kg/m (รวมน้ำหนักคาน) และน้ำหนักจร (LL) = 615 kg/m ใช้คอนกรีต  $f'_c = 280$  ksc เหล็กเสริม,  $f_y = 3000$  ksc ความลึกของคานขั้วเดียว  $L/30$  ใช้มาตรฐานวทท. และขึงกันการโก่งตัววิธีที่ 1 หน้าหน้าปัดรับ  $U = 1.4D + 1.7L$

$$= 1.4 \times 300 + 1.7 \times 615 = 1465.5 \text{ kg/m}$$

โมเมนต์กักตึงที่แท้จริงที่เกิดขึ้น,  $M_{ua} = WL^2/8$

$$M_{ua} = \frac{1}{8} \times 1465.5 \times 6^2 = 6594.75 \text{ kg-m.}$$



ต้องการขนาดหน้าตัดที่รับ  $M_{ua}$  ได้ ต้องพิจารณาอัตราส่วนเหล็กเสริมดังนี้

ก. ค่า  $\rho < \rho_{max} = 0.75 \rho_b$

ข. ค่า  $\rho \leq 0.18 f'_c / f_y$

ให้เลือกใช้ค่าที่น้อยกว่า

$$\rho_b = 0.85 \times \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right)$$

$$= 0.85 \times \frac{280}{3000} \times 0.85 \left( \frac{6120}{6120 + 3000} \right) = 0.0452$$

$$\rho_{max} = 0.75 \times 0.0452 = 0.0339$$

$$\rho = 0.18 f'_c / f_y = 0.18 \times 280 / 3000 = 0.0168$$

ปรากฏว่า  $\rho = 0.0168 < \rho_{max} = 0.0339$

ดังนั้นเลือกใช้  $\rho = 0.015$

$$จ. ได้  $q = 0.015 \times \frac{3000}{280} = 0.1607$$$

คำนวณ  $R_n = q f'_c (1 - 0.59 q)$

$$= 0.1607 \times 280 (1 - 0.59 \times 0.1607) = 40.73 \text{ ksc.}$$

ใจทรงกำหนด  $b = L/30 = 6/30 = 0.20 \text{ m}$

$$\text{จาก } bd^2 = M_u / \phi R_n$$

$$d^2 = 6594.75 / (0.9 \times 40.73 \times 0.2) = 899.52 \text{ cm}^2$$

$$d = 29.992 \text{ cm}$$

เลือกใช้ขนาดหน้าตัด  $20 \times 35 \text{ cm}$  ให้  $d = 30 \text{ cm}$ .

คำนวณค่า  $R_n$  ใหม่

$$\begin{aligned} R_n &= M_u / \phi b d^2 \\ &= \frac{6594.75}{0.9 \times 0.20 \times 30^2} \\ &= 40.7 \text{ ksc} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ค่า } \rho &= 0.85 \frac{280}{3000} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 40.7}{0.85 \times 280}} \right] \\ &= 0.01498 \end{aligned}$$

หาปริมาณเหล็กเสริม  $A_{st} = \rho b d$

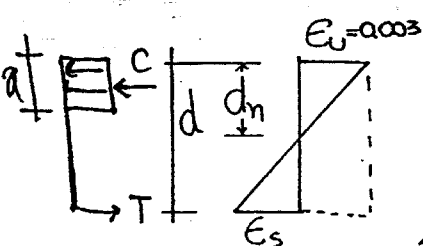
$$= 0.01498 \times 20 \times 30$$

$$= 8.99 \text{ cm}^2$$

ใช้เหล็กเสริม  $2Y25 \text{ mm}$  ให้  $A_{st} = 9.82 \text{ cm}^2$

อัตราส่วนเหล็กเสริม  $\rho = 9.82 / (20 \times 30) = 0.0164 < 0.0168$  ให้ได้

ตรวจสอบว่า เหล็กเสริมถึงจุดแตกหรือไม่



$$a = \frac{\rho f_y d}{0.85 f_c} = \frac{0.0164 \times 3000 \times 30}{0.85 \times 280} = 6.2 \text{ cm}$$

$$d_n = a / \beta_1 = 6.2 / 0.85 = 7.3 \text{ cm}$$

เทียบตามเส้นมกท้าย

$$\frac{d_n}{d} = \frac{E_c}{E_c + E_s} \quad \text{หรือ} \quad E_s = \frac{E_c d}{d_n} - E_c = \left( \frac{d}{d_n} - 1 \right) E_c$$

$$E_s = \left( \frac{30}{7.3} - 1 \right) 0.003 = 0.0093$$

$$E_y = f_y / E_s = 3000 / (2.04 \times 10^6) = 0.0015$$

นั่นคือ  $E_s > E_y$  ดังนั้นแสดงว่าเหล็กเสริมรับแรงดึง มีหน่วย

แรงแรงจากคาน

โมเมนต์ที่ประลัย,  $M_n = A_s f_y (d - a/2)$

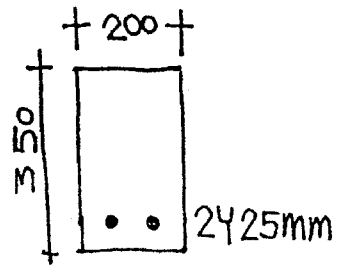
$= 9.82 \times 3000 (30 - 6.2/2) \times 10^{-2}$

$= 7924.74 \text{ kg-m}$

$M_u = \phi M_n$

$= 0.9 \times 7924.74$

$M_u = 7132 \text{ kgm} > 6595 \text{ kgm}$



\*\*\*-----\*\*\*

ตัวอย่างที่ 3.5 กิ่งคานขนาด 30x60 ซม. เสริมเหล็กรับแรงดึงจำนวน 5Y28mm มี  $A_s = 30.77 \text{ cm}^2$  ให้คำนวณโมเมนต์ดัดประลัยที่ขอบผิวรับแรงอัด กำหนดให้  $f'_c = 350 \text{ ksc}$  และ  $f_y = 3000 \text{ ksc}$ ,  $E_s > E_y$

วิธีทำ อัตราส่วนเหล็กเสริม,  $\rho = A_s / bd$

$\rho = 30.77 / (30 \times 55) = 0.0186 < 0.18 \frac{f'_c}{f_y} = 0.021$

กำหนดค่า  $\beta_1$  จาก

$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \frac{(350 - 280)}{70} = 0.80$

$\rho_b = \frac{0.85 \times 350}{3000} \times 0.80 \left( \frac{6120}{6120 + 3000} \right) = 0.0532$

$\rho_{max} = 0.75 \times 0.0532 = 0.0399$

$\rho_{min} = 14 / f_y = 14 / 3000 = 0.0047$

ดังนั้นได้  $\rho_{min} < \rho < \rho_{max}$

คำนวณโมเมนต์ดัดประลัยที่ขอบผิวรับแรงอัด

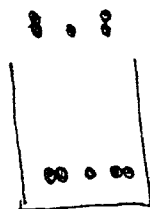
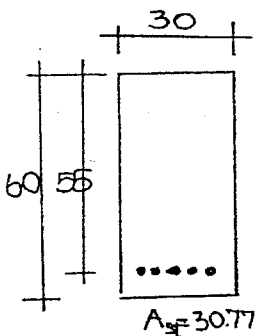
$a = 30.77 \times 3000 / (0.85 \times 350 \times 30) = 10.34 \text{ cm}$

$M_u = \phi [ A_s f_y d - 0.85 f'_c b \frac{a^2}{2} ]$  ;  $M_u = \phi [ A_s f_y (d - a/2) ]$

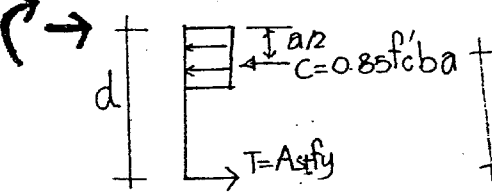
$= 0.9 [ 30.77 \times 3000 \times 55 - 0.85 \times 350 \times 30 \times \frac{10.34^2}{2} ] 10^{-2}$

$M_u = 41399.45 \text{ kg-m}$

\*\*\*-----\*\*\*



$M_n = Td - C a/2$





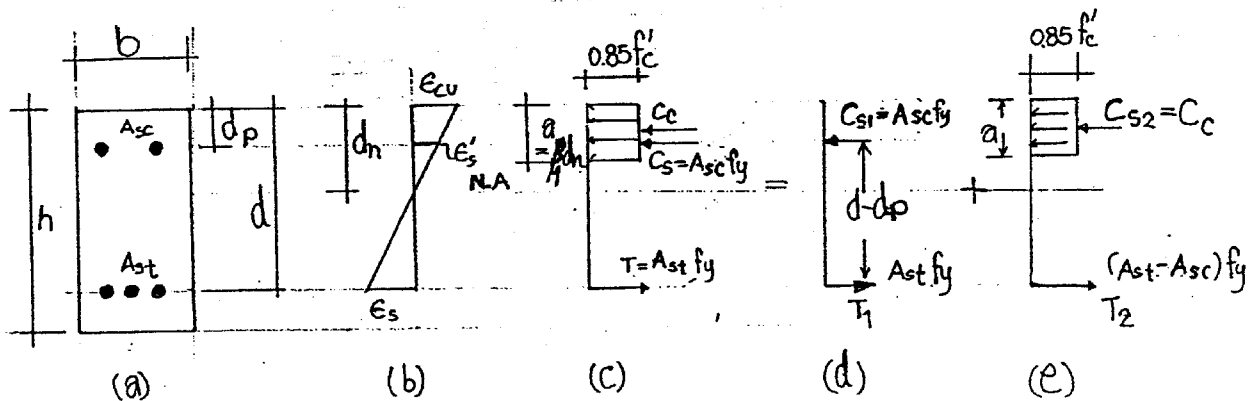
### 3.6 คานหน้าตัดสี่เหลี่ยมพื้น้ำเสริมเหล็กกับแรงดึงและแรงอัด

ในการออกแบบบางครั้งหน้าตัดคานจะกำหนดด้วยควมสูงตามทง  
 ด้านลัดบัตยกรรม หรืออภัยเหตุพลอื่นๆ ทำให้คานต้องรับกำลังอัดเพิ่มนี้สูง  
 มาก โดยทำพ้งคอนกรีตอย่างเดี่ยวไม่สำมารถจะต้านได้ จึงต้องเสริมเหล็ก  
 ด้รับกำลังอัด จากกรที่ำหนดหน้าตัดคานเพื่อผลดงกัวแล้ว ยังมีกรตรง  
 สอประชิไ่งอภัย ทั้งนี้เหล็กเสริมรับแรงอัดมีส่วนช่วยควบคุมครุระชิไ่งได้

กรวิเคหะห์แจะขอแบบคานหน้าตัดสี่เหลี่ยมพื้น้ำเสริมเหล็กกับแรงดึง  
 และแรงอัดเพื่อหาควมสำมารถในการรับกำลังโมเมนต์ประลัย กรทำได้ดังนี้

#### 3.6.1 เหล็กเสริมรับแรงดึงและแรงอัดใ้งคาน

พิจารณาคานงรูปที่ 3.14 มีควมกว้ง  $b$  ลัด  $h$  และควมอัดประลัยกัฉล  $d$   
 เสริมเหล็กรับแรงอัด  $A_{sc}$  กัควมลัด  $d_p$  จากผิวบน และเสริมเหล็กรับแรงดึง  $A_s$   
 กัควมลัดประลัยกัฉล  $d$  ในเบื้องต้นจะสมมุติให้เหล็กเสริมทั้งบนและล่างมีหน่วย  
 แลงเท่ กักับหน่วยแลงคาน ( $f_{su} = f_y$ ) โมเมนต์คู่ควบสำมารถแบ่งออกเป็นสองส่วน  
 ก็ือ โมเมนต์คู่ควบเนื่องจากเหล็กเสริมรับแรงอัด,  $M_{n1}$  และโมเมนต์คู่ควบเนื่องจาก



รูปที่ 3.14 คานสี่เหลี่ยมพื้น้ำเสริมเหล็กกับแรงดึงและแรงอัด

เหล็กเสริมรับแรงดึง,  $M_{n2}$

รูปที่ 3.14(c) แลงดึง  $T = A_s f_y$  กัจะถูกแยกออกเป็น 2 ส่วน ก็ือ  $A_s f_y$   
 และแลง  $(A_s - A_{sc}) f_y$  นั้นหมายถึงว่า  $C_s = A_s f_y$  และ  $C_{s2} = (A_s - A_{sc}) f_y$  เท่กักับ

แรงยึดในคอนกรีต ดังนั้นโมเมนต์คู่ควบทั้งสองสามารถหาได้ดังนี้  
 สัมการสัมพันธ์ของแรงบนหน้าตัดรูปที่ 3.13(d)

$$m_m = c_{s1}(d - d_p)$$

$$M_{n1} = A_s f_y (d - d_p) \quad (3.2)$$

แตรรูปที่ 3.13(e)

แตร  $M_{n2} = C_{s2}(d - a/2)$

$$M_{n2} = (A_{st} - A_{sc}) f_y (d - a/2) \quad (3.2A)$$

ในสมการ (3.2A) ค่า  $a$  เป็นความลึกการกระจายหน่วยแรงเทียบเทม (Stress block)  
 ซึ่งสามารถหาได้ดังนี้

$$C_c = 0.85 f'_c b a$$

แตร  $C_{s2} = (A_{st} - A_{sc}) f_y$

$$C_c = C_{s2}$$

$$0.85 f'_c b a = (A_{st} - A_{sc}) f_y$$

$$a = \frac{(A_{st} - A_{sc}) f_y}{0.85 f'_c b} \quad (3.25)$$

ถ้าให้  $p = A_{st}/bd$  แตร:  $p_p = A_{sc}/bd$  แทนค่าในสมการ (3.25) จะได้

$$a = \frac{(p - p_p) f_y d}{0.85 f'_c} \quad (3.26)$$

กำลังต้านทานโมเมนต์ดัดประดั้ม คือ

$$M_n = M_{n1} + M_{n2}$$

$$M_n = A_s f_y (d - d_p) + (A_{st} - A_{sc}) f_y (d - a/2) \quad (3.27)$$

$$M_u = \phi [ (A_{st} - A_{sc}) f_y (d - a/2) + A_s f_y (d - d_p) ] \quad (3.28)$$

สมการที่ (3.27) แตร (3.28) จะใช้คำนวณในกรณีที่มีเหล็กเสริมรับแรงอัด  
 และแรงดึง มีหน่วยแรงถึงจุดครากเท่านั้น จากการศึกษาทฤษฎีการขั้วครุด  
 ของคอนกรีตมีสองชนิด ดังนั้นเพื่อป้องกันการขั้วครุดหรือพังทลายด้วยแรงอัด

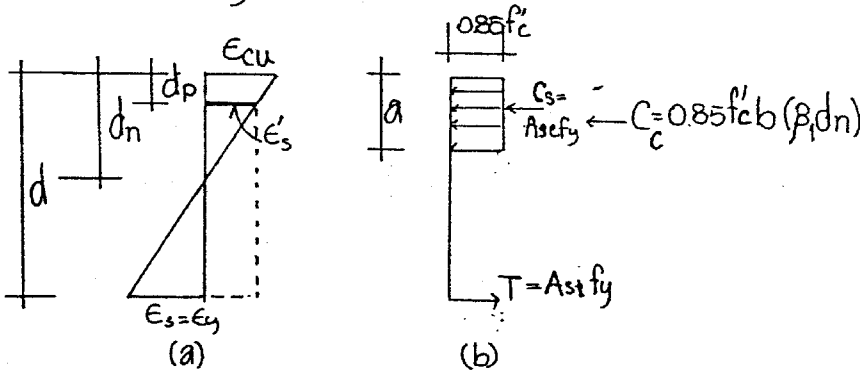
มาตรฐานสากล. และ ACI ได้กำหนดไว้ดังนี้

อัตราส่วนเหล็กเสริมบนหน้าตัดต้องไม่มากกว่า 75 เปอร์เซ็นต์ของอัตราส่วนเหล็กเสริมที่ต่ำกว่า: สมมูลคือ

$$(P - P_p)_{max} \leq 0.75 P_p \quad (3.29)$$

### 3.6.2 เหล็กเสริมรับแรงอัดมีหน่วยแรงไม่ถึงจุดคลาก

ในบางกรณีเหล็กเสริมรับแรงอัดมีระยะหุ้มผิวคอนกรีต ( $d_p$ ) มีค่ามาก หรือค่าที่น้อยเกินไปซึ่งทำให้ความกว้างของคานมากเกินไป หรือสั้นเกินไป ซึ่งทำให้หน่วยแรงเหล็กเสริมไม่ถึงจุดคลาก ( $f_s \neq f_y$ ) ดังนั้นในการคำนวณหาหน่วยแรงของเหล็กเสริม พิจารณาได้โดยสมมติให้  $E_s = E_y$



รูปที่ 3.15 หน่วยแรงของเหล็กเสริมรับแรงอัด

จากรูปที่ 3.15 (a) เทียบตามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{d_n}{d_p} = \frac{E_{cu}}{E_{cu} - E_y} \quad \text{หรือ} \quad d_n = \frac{E_{cu}}{E_{cu} - E_y} d_p$$

ได้สมการสมมูลของแรงบนหน้าตัด

$$T = C = C_c + C_s$$

$$A_s f_y = 0.85 f'_c b \beta_1 d_n + A_s f_y$$

$$p b d f_y = 0.85 f'_c b \beta_1 d_n + p b d f_y$$

$$(P - P_p) = 0.85 \beta_1 f'_c \frac{d_n}{d}$$

แทนค่า  $d_n$  ไปได้

$$(P - P_p) = 0.85 \beta_1 f'_c \frac{d_p}{d} \frac{E_{cu}}{E_{cu} - E_y}$$

แทนค่า  $\epsilon_w = 0.003$ ,  $E_y = f_y / E_s$  เมื่อ  $E_s = 2.04 \times 10^6 \text{ ksc}$

$$(P - P_p) = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{d_p}{d} \left( \frac{0.003}{0.003 - f_y / 2.04 \times 10^6} \right)$$

$$(P - P_p) = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{d_p}{d} \left( \frac{6120}{6120 - f_y} \right) \quad (3.30)$$

ถ้าอัตราส่วนเหล็กเสริมบนหน้าตัดคอนกรีตมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า (3.30) แสดงว่าเหล็กเสริมรับแรงอัดถึงหน่วยแรงตลกล นั่นคือค่า  $(P - P_p)_{\min}$  ตามการ (3.30) เป็นค่าต่ำสุด หากอัตราส่วนเหล็กเสริมน้อยกว่าค่าในสมการ (3.30)  $(P - P_p)_{\min}$  หมายถึงว่าหน่วยแรงในเหล็กเสริมมีค่าน้อยกว่าหน่วยแรงตลกล ( $f'_s < f_y$ ) ดังนั้นหากหน่วยแรงในเหล็กเสริมรับแรงอัดต่ำเกินไป

เมื่อ  $E'_s \neq E_y$  ดังนั้น  $f'_s < f_y$

$$E'_s = f'_s / E_s$$

ทบทวนที่ 3.15 (d)

$$\frac{d_n}{d_n - d_p} = \frac{E_{cu}}{E'_s} \quad \text{หรือ} \quad E'_s = E_{cu} \frac{(d_n - d_p)}{d_n}$$

แทนค่า  $E'_s = f'_s / E_s$  จะได้

$$f'_s = E_{cu} E_s \frac{(d_n - d_p)}{d_n} = E_{cu} E_s \left( 1 - \frac{d_p}{d_n} \right) \quad (3.31)$$

$$\text{จาก} \quad d_n = \frac{E_{cu}}{E_{cu} - E_y} d_p = \left( \frac{6120}{6120 - f_y} \right) d_p$$

จากสมการ (3.31) จัดแทนใหม่ได้ว่า

$$\left( \frac{6120}{6120 - f_y} \right) d_p = \frac{(P - P_p) f_y d}{0.85 \beta_1 f'_c}$$

$$\text{จะได้} \quad d_n = \frac{(P - P_p) f_y d}{0.85 \beta_1 f'_c} \quad \text{แทนในสมการ (3.31) ได้ว่า}$$

$$f'_s = 6120 \left( 1 - \frac{0.85 \beta_1 f'_c d_p}{(P - P_p) f_y d} \right) \quad (3.32)$$

ทั้งนี้ปริมาณเหล็กเสริมต่อพื้นที่หน้าตัดควรต้องเป็นตามมาตรฐานกำหนด  
 ดังนี้

$$P_{max} = 0.75 P_b + P_p \frac{f_s'}{f_y} \quad (3.33)$$

$$(P - P_p) = 0.75 P_b$$

ใช้ สมดุลย์ของแรง ;  $T = C_c + C_s$

$$A_s f_y = 0.85 f_c' b a + A_s f_s'$$

หาโมเมนต์ค่าควบคุม

$$M_n = C_c (d - a/2) + C_s (d - d_p)$$

$$M_n = 0.85 f_c' b a (d - a/2) + A_s f_s' (d - d_p) \quad (3.34)$$

ในกรณีนี้เหล็กเสริมรับแรงอัดไม่ถึงจุดแตกจะแยกแยะ  $T = A_s f_y$  เป็นสอง  
 ส่วนคือ  $A_s f_s'$  และ  $A_s f_y - A_s f_s'$  เพื่อให้ได้สมการของแรงจะได้

$$0.85 f_c' b a = A_s f_y - A_s f_s'$$

$$a = \frac{A_s f_y - A_s f_s'}{0.85 f_c' b} \quad (3.35)$$

คำนวณค่าโมเมนต์ประคัลย

$$M_u = \phi [ (A_s f_y - A_s f_s') (d - a/2) + A_s f_s' (d - d_p) ] \quad (3.36)$$

สำหรับขั้นตอนการคำนวณหน้าตัดควรใช้เหล็กเสริมรับแรงดึงและแรงอัดได้  
 ต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 คำนวณอัตราส่วนเหล็กเสริมรับแรงดึง,  $P = P_{max} = 0.75 P_b$

$$P_b = 0.85 f_c' \beta_1 \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right)$$

ค่า  $\beta_1$  พิจารณาจากสมการ (3.1)

คำนวณปริมาณเหล็กเสริม  $A_{st} = P b d$  เพื่อให้  $A_{s1} = A_{s2}$

ขั้นที่ 2 คำนวณค่ากำลังโมเมนต์

$$M_n = A_s f_y (d - a/2)$$

$$\text{เมื่อ } a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

พิจารณา  $M_n < M_u / \phi$  ก็ให้  $M_{n2} = M_n$

$$\text{จะได้ } M_{n1} = M_u / \phi - M_{n2}$$

ขั้นที่ 3 หาปริมาณเหล็กเสริมรับแรงอัด โดยให้  $f'_s = f_y$

$$A_{sc} = \frac{M_{n1}}{f_y (d - d_p)} \quad \text{ให้ } A_{sc} = A_{s1}$$

ขั้นที่ 4 หาปริมาณเหล็กเสริมจากขั้นที่ 1 รวมกับขั้นที่ 3

$$A_{st} = A_{s2} + A_{s1}$$

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบข้อจำกัดอัตราส่วนเหล็กเสริม

ถ้า  $(\rho - \rho_p)_{\text{actual}} \geq (\rho - \rho_p)_{\text{min}}$  ดังนั้น  $f'_s = f_y$

$$(\rho - \rho_p)_{\text{min}} = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{d_p}{d} \left( \frac{6120}{6120 - f_y} \right)$$

ถ้า  $(\rho - \rho_p)_{\text{actual}} < (\rho - \rho_p)_{\text{min}}$  ดังนั้น  $f'_s < f_y$

แต่ทั้งนี้  $(\rho - \rho_p)_{\text{actual}} \leq 0.75 \rho_b$  ด้วย

ขั้นที่ 6 หากมีลักษณะการกระจายหน่วยแรง (Stress block)

$$\text{ถ้า } f'_s = f_y$$

$$a = \frac{(A_{st} - A_{sc}) f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$\text{ถ้า } f'_s < f_y$$

$$f'_s = 6120 \left[ 1 - \frac{0.85 \beta_1 f'_c d_p}{(\rho - \rho_p) f_y d} \right]$$

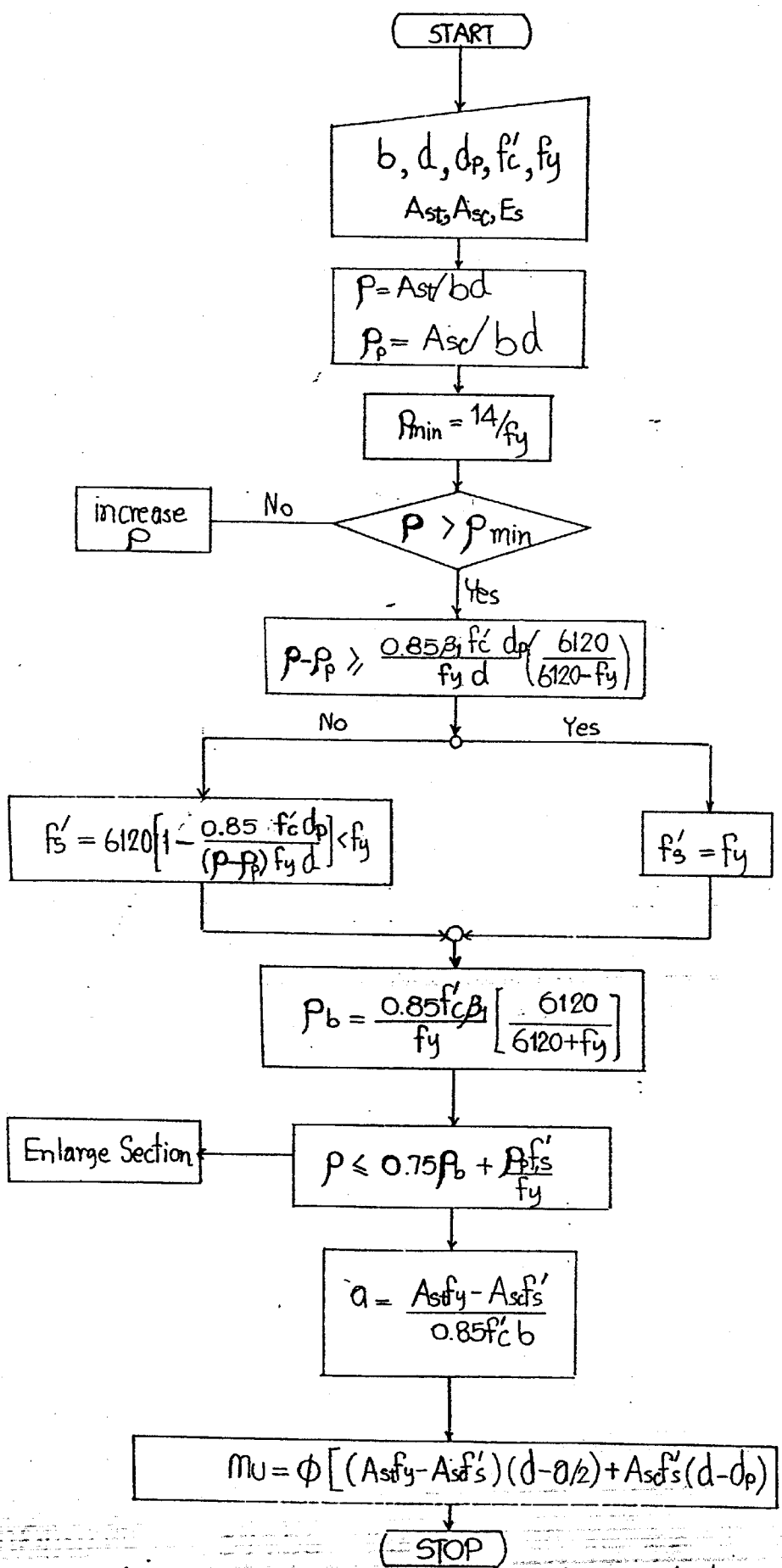
$$a = \frac{A_s f_y - A_{sc} f'_s}{0.85 f'_c b}$$

ขั้นที่ 7 คำนวณค่าโมเมนต์อัดปรักลับ

$$M_n = (A_s f_y - A_{sc} f'_s) (d - a/2) + A_{sc} f'_s (d - d_p)$$

$$M_u = \phi M_n$$

ขั้นตอนการวิเคราะห์คานาคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงอัด รูปที่ 3.16

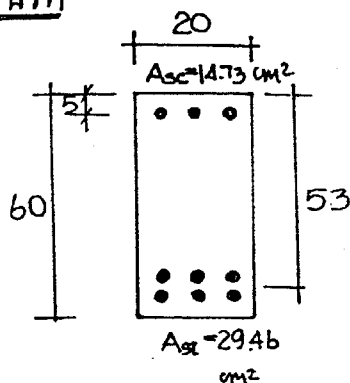


รูปที่ 3.16 การวิเคราะห์คานาคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงอัด

ตย.ที่ 3.6 ให้กำหนดค่าโมเมนต์ดัดประลัยของคานคอนกรีตดังรูป เสริมเหล็กรับแรงดึง  $6 \times 25 \text{ mm}$  และเสริมเหล็กรับแรงอัด  $3 \times 25 \text{ mm}$  กำหนดให้  $f'_c = 210 \text{ ksc}$  และ  $f_y = 3000 \text{ ksc}$

วิธีทำ

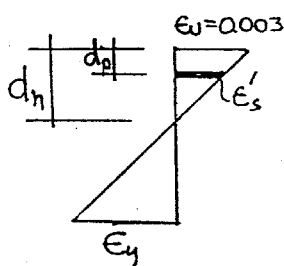
หาความลึก stress block



$$a = \frac{(A_{st} - A_{sc}) f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$= \frac{(29.46 - 14.73) 3000}{0.85 \times 210 \times 20} = 12.38 \text{ cm.}$$

ตรวจสอบว่าเหล็กเสริมรับแรงอัดมีหน่วยแรงถึงจุดคานหรือไม่



$$\beta_1 d_n = a \rightarrow d_n = a / \beta_1 = 12.38 / 0.85$$

$$d_n = 14.56 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \epsilon'_s &= \frac{\epsilon_u (d_n - d_p)}{d_n} \\ &= \frac{0.003 (14.56 - 5)}{14.56} \\ &= 0.00197 \end{aligned}$$

$$\epsilon_y = f_y / E_s = 3000 / 2.04 \times 10^6 = 0.00147$$

$\epsilon'_s > \epsilon_y$  แสดงว่าหน่วยแรงของ  $A_{sc}$  ถึงจุดคาน

กำหนดค่าโมเมนต์ดัดประลัย

$$\begin{aligned} M_{n1} &= A_{sc} f_y (d - d_p) \\ &= 14.73 \times 3000 (53 - 5) \times 10^{-2} \\ &= 21211 \text{ kgm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{n2} &= (A_{st} - A_{sc}) f_y (d - a/2) \\ &= (29.46 - 14.73) 3000 (53 - 12.38/2) \times 10^{-2} \\ &= 20685 \text{ kgm.} \end{aligned}$$

$$M_u = \phi (M_{n1} + M_{n2}) = 0.9 (21211 + 20685)$$

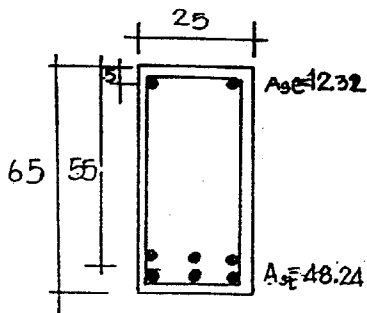
$$\text{โมเมนต์ดัดประลัย} = 37706 \text{ kgm} \quad **$$

\*\*

\*\*



ตบ.ที่ 3.7 คานคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงดัด 6Y32 mm และเสริมเหล็กรับแม้มัด 2Y28 mm. ขนาดหน้าตัด 25x65 cm. กำหนดให้  $f'_c = 350$  ksc และ  $f_y = 4000$  ksc จงคำนวณโมเมนต์ดัดประลัยที่เกิดขึ้น



วิธีทำ ทดสอบส่วนเหล็กเสริม

$$p = A_{st}/bd = 48.24/(25 \times 55) = 0.0351$$

$$p_p = A_{sr}/bd = 12.32/(25 \times 55) = 0.00896$$

$$(p-p_p)_{actual} = 0.0351 - 0.00896 = 0.0261$$

$$\text{ค่า } \beta_1 = 0.85 - 0.05 \frac{(350 - 280)}{70} = 0.80$$

$$\text{ตรวจสอบ } \beta_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right) = 0.85 \times 0.8 \times \frac{350}{4000} \left( \frac{6120}{6120 + 4000} \right) = 0.036$$

$$p_{max} = 0.75 \times 0.036 = 0.027$$

$$(p-p_p)_{min} = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{d}{(6120 - f_y)} = \frac{0.85 \times 0.8 \times 350 \times 5}{55 \times 4000} \left( \frac{6120}{6120 - 4000} \right) = 0.0156$$

จะเห็นว่า  $(p-p_p)_{actual} < (p-p_p)_{max}$  แสดงว่าคานจะพังทลายแบบ Tension Failure

และ  $(p-p_p)_{actual} > (p-p_p)_{min}$  แสดงว่าหน่วยแรงแท่งของเหล็กเสริมรับแม้มัดถึงหน่วยแรงแจุดคาน ( $f'_s = f_y$ ) เพื่อให้คานเกิด Tension Failure ต้องให้เหล็กเสริมรับแม้มัดมีหน่วยแรงแถึงจุดคานเสียก่อน

คำนวณค่าโมเมนต์ดัดประลัย

$$\begin{aligned} M_{n1} &= A_{sr} f_y (d - d_p) \\ &= 12.32 \times 4000 (55 - 5) \times 10^2 \\ &= 24640 \text{ kgm} \end{aligned}$$

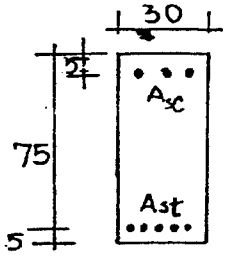
$$M_{n2} = (A_{st} - A_{sr}) f_y (d - a/2)$$

$$a = \frac{(48.24 - 12.32) \times 4000}{0.85 \times 350 \times 25} = 19.32 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} M_{n2} &= (48.24 - 12.32) \times 4000 \times (55 - 19.32/2) \times 10^2 \\ &= 65144.5 \text{ kgm} \end{aligned}$$

$$M_u = \phi (M_{n1} + M_{n2}) = 0.9 (24640 + 65144.5) = 80806 \text{ kgm} *$$

ตบ.3.8 คานขนาดดังรูปที่ตบ.3-8 รมิเมนต์ดัดปลาย,  $M_u = 124.5 \text{ Ton-m}$   
 ให้คำนวณหาปริมาณเหล็กเสริม ซึ่งสามารถรับโมเมนต์ดังกล่าวได้ด้วย



กำหนดให้  $f'_c = 280 \text{ ksc.}$

$f_y = 4000 \text{ ksc.}$

แรงดัดแตกหัก  $Z = 167 \text{ Ton-cm.}$

รูปที่ตบ.3.8

วิธีทำ

1. สุ่มทำให้คานเสริมเหล็กกับแรงดัดอย่างเดียว

คำนวณเหล็กเสริมรับแรงดัดโดยใช้ค่ากำลังในตารางที่ 3.3

$$\frac{M_u}{\phi b d^2 f'_c} = \frac{124.5 \times 1000}{0.9 \times 0.3 \times 75^2 \times 280} = 0.2928$$

จากตารางจะได้  $q = 0.376$

ปริมาณเหล็กเสริมรับแรงดัด

$$\begin{aligned} \rho &= q f'_c / f_y = 0.376 \times 280 / 4000 \\ &= 0.02632 \end{aligned}$$

เฉพาะเหล็กเสริมรับแรงดัดอย่างเดียว

$$\rho_{max} = 0.75 \rho$$

จากตารางที่ 3.2 ที่  $f'_c = 280 \text{ ksc}$  และ  $f_y = 4000 \text{ ksc}$  จะได้ค่า

$$\rho_{max} = 0.0229$$

ซึ่ง  $0.02632 > 0.0229$  ดังนั้นต้องเสริมเหล็กกับแรงดัดด้วย

2. คำนวณปริมาณเหล็กเสริมที่ตบ.การ  $A_{st}$  และ  $A_{sc}$

หาค่า  $q$  สูงสุดที่ยอมรับได้ สำหรับคานเสริมเหล็กกับแรงดัดเพียงอย่างเดียว

$$\begin{aligned} q &\leq 0.75 \rho f_y / f'_c = 0.0229 \times 4000 / 280 \\ &\leq 0.327 \end{aligned}$$

จากตารางที่ 3.3 ที่ค่า  $q = 0.327$  จะได้

$$M_n / f'_c b d^2 = 0.2639$$

ดังนั้นกำลังโมเมนต์ต้านทานที่คอนกรีตคือ

$$M_{uc} = \phi M_{nc} \times 0.2639 = \phi f'_c b d^2 \times 0.2639$$

$$M_{uc} = 0.9 \times 280 \times 0.30 \times 75^2 \times 0.2639 \times 10^3$$

$$= 112.22 \text{ T-m}$$

ดังนั้นค่าโมเมนต์ดัดประลัยต้านทานด้วยเหล็กเสริมรับแรงอัดคือ

$$M_{u1} = 124.5 - 112.22 = 12.28 \text{ T-m}$$

สัมพันธ์ให้หน่วยแรงของเหล็กเสริมรับแรงอัดถึงจุดดัด,  $f'_s = f_y$

$$\rho_p = \frac{A_{sc}}{bd} = \frac{M_{u1}}{\phi f_y (d - d_p) bd}$$

$$\rho_p = \frac{12.28 \times 1000}{0.9 \times 4000 (75 - 5) 0.3 \times 75} = 0.00216$$

$$\rho = 0.75 \rho_b + \rho_p = 0.0229 + 0.00216$$

$$= 0.02506$$

คำนวณปริมาณเหล็กเสริม

$$A_{sc} = \rho_p bd = 0.00216 \times 30 \times 75 = 4.86 \text{ cm}^2 \text{ [ใช้ } 3 \times 20 \text{ mm, } A_{sc} = 9.42 \text{ cm}^2]$$

$$A_{st} = \rho bd = 0.02506 \times 30 \times 75 = 56.385 \text{ cm}^2 \text{ [ใช้ } 12 \times 25 \text{ mm, } A_{st} = 58.92 \text{ cm}^2]$$

ตรวจสอบว่าเหล็กเสริมรับแรงอัดถึงจุดดัดหรือไม่

$$\frac{A_{sc} A_{sc}}{bd} \geq \frac{0.85 f_c \rho_b d_p}{f_y d} \left( \frac{b_{120}}{b_{120} - f_y} \right)$$

$$\frac{58.92 - 9.42}{30 \times 75} \geq \frac{0.85 \times 280 \times 0.85 \times 5}{4000 \times 75} \left( \frac{6120}{6120 - 4000} \right)$$

$$0.022 \geq 0.00974$$

∴ แสดงว่าเหล็กเสริมรับแรงอัดถึงจุดดัด ตามที่สัมพันธ์ไว้

3. คำนวณค่าโมเมนต์ดัดประลัย เมื่อเหล็กเสริมรับแรงอัดถึงจุดดัด

$$M_u = \phi M_n = \phi [(A_{st} - A_{sc}) f_y (d - a/2) + A_{sc} f_y (d - d_p)]$$

$$\text{เมื่อ } a = \frac{(A_{st} - A_{sc}) f_y}{0.85 f_c b} = \frac{(58.92 - 9.42) 4000}{0.85 \times 280 \times 30}$$

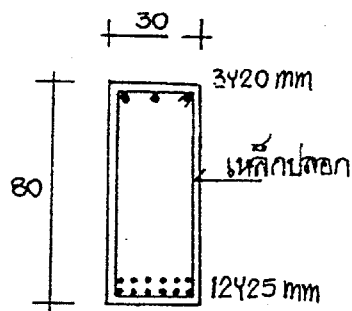
$$a = 27.73 \text{ cm.}$$

$$M_u = 0.9 [(58.92 - 9.42) 4000 (75 - 27.73/2) + 9.42 \times 4000 (75 - 5)]$$

$$= 13268097 \text{ kg-cm}$$

$$= 132.68 \text{ T-m}$$

\*\*\*-----\*\*\*



สมมติจงคำนวณหาค่าโมเมนต์ดัดประลัย ( $M_u$ ) ที่คานหน้าจັด  $25 \times 50 \text{ cm}^2$  ซึ่งเสริมเหล็ก  
ล่าง 5 DB 25 mm ( $A_s = 24.53 \text{ cm}^2$ ) และเหล็กเสริมบน 3 DB 25 mm ( $A'_s = 14.72 \text{ cm}^2$ )  
ที่กำหนดให้  $f'_c = 180 \text{ ksc}$  และ  $f_y = 3000 \text{ ksc}$

Sol ขนาดหน้าตัดคาน  $25 \times 50$  ดังนั้นได้  $d = 45 \text{ cm}$  และ  $d_p = 5 \text{ cm}$ .

$$M_{m1} = A_{sc} f_y (d - d_p) \quad \therefore \text{สมมติให้หน่วยแรงอัดของเหล็กเสริมถึงจุดคาน} (f'_s = f_y)$$

$$= 14.72 \times 3000 (0.45 - 0.05)$$

$$= 17663 \text{ kg-m}$$



$$a = \frac{(A_s - A'_s) f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{(24.53 - 14.72) 3000}{0.85 \times 180 \times 25} = 7.69 \text{ cm.}$$

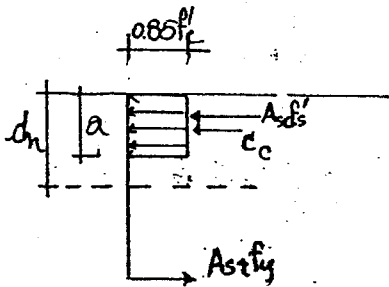
ดังนั้น  $d_n = \frac{7.69}{0.85} = 9.05 \text{ cm.}$

ตรวจสอบว่าเหล็กเสริมรับแรงอัดถึงจุดคานหรือไม่ คือ

$$E'_s = \frac{0.003 (d_n - d_p)}{d_n} = \frac{0.003 (9.05 - 5)}{9.05} = 0.00134$$

$$E_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{3000}{2.04 \times 10^6} = 0.00147$$

พบว่า  $E'_s < E_y$  นั่นคือเหล็กเสริมรับแรงอัดมีหน่วยแรงต่ำกว่าจุดคาน (Yield Stress)  
ดังนั้นจึงคำนวณหาหน่วยแรงอัดของเหล็กเสริมรับแรงอัด,  $f'_s$



จากกาตั้งสมการของแรงบนหน้าตัดคาน

$$0.85 f'_c a b + A'_s f'_s - A_s (0.85 f'_c) = A_s f_y$$

$$\text{และ } f'_s = \frac{0.003 (d_n - 5) E_s}{d_n}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$0.85 \times 180 \times 0.85 d_n \times 25 + 14.72 \left[ \frac{0.003 (d_n - 5) 2.04 \times 10^6}{d_n} \right] - 14.72 \times 0.85 \times 180 = 24.53 \times 3000$$

$$3251.25 d_n^2 + 90086.4 d_n - 450432 - 2665.26 d_n = 73590 d_n$$

$$3251.25 d_n^2 + 13831.14 d_n - 450432 = 0$$

$$d_n^2 + 4.254 d_n - 138.541 = 0$$

$$d_n = 9.45 \text{ cm}$$

$$(0.85 d_n) \rightarrow a = 8.03 \text{ cm}$$

$$\text{ดังนั้น } \epsilon_s' = \frac{0.003(9.45-5)}{9.45} = 0.001413$$

$$\text{จะได้ } f_s' = E_s \epsilon_s' = 2881.7 \text{ ksc}$$

คำนวณโมเมนต์ดัดประลัย

$$\begin{aligned} M_{m1} &= [A_s f_s' - A_s (0.85 f_c')] (d - d_p) \\ &= 14.72 (2881.7 - 0.85 \times 180) (0.45 - 0.05) \\ &= 16066.585 \text{ kg-m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{m2} &= 0.85 f_c' a b (d - a/2) \\ &= 0.85 \times 180 \times 0.0603 \times 25 (45 - 8.03/2) \\ &= 12588.439 \text{ kg-m} \end{aligned}$$

$$\text{โมเมนต์ดัดสูงสุด } M_n = M_{m1} + M_{m2} = 28655.024 \text{ kgm}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น โมเมนต์ดัดประลัย, } M_u &= \phi M_n = 0.9 \times 28655.024 \\ &= 25790 \text{ kgm} \quad ** \end{aligned}$$

A. \_\_\_\_\_ A

ขบ.ที่ 310 คานคอนกรีตเสริมเหล็กช่วงเดียวยาว 5.0 m. ขนาดหน้าตัด 25x50 cm  
รับน้ำหนักคงที่ 1280 kg/m (รวมน้ำหนักคาน) และน้ำหนักจร 4250 kg/m  
ที่กำหนดให้  $f_c' = 210 \text{ ksc}$  และ  $f_y = 4000 \text{ ksc}$ . จงคำนวณปริมาณเหล็กเสริม

วิธีทำ หาน้ำหนักบรรทุกประลัย

$$U = 1.4D + 1.7L$$

$$U = 1.4 \times 1280 + 1.7 \times 4250$$

$$U = 9017 \text{ kg/m}$$

ดังนั้นโมเมนต์ดัดประลัยที่เกิดขึ้น มีค่า

$$M_{ua} = U l^2 / 8 = 9017 \times 5^2 / 8$$

$$= 28178 \text{ kgm}$$

สมมติให้คานเสริมเหล็กรับแรงดัดอย่างเดียว ดูว่ารับโมเมนต์ได้หรือไม่

$$\text{อัตราส่วนเหล็กเสริม, } \rho = 0.85 \beta_1 f_c' \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right) = 0.85 \times 0.85 \times \frac{210}{4000} \left( \frac{6120}{6120 + 4000} \right)$$

$$= 0.0229$$

พบว่า  $(P-P_p)_{actual} > (P-P_p)_{min}$  แสดงว่าเหล็กเสริมรับแม้อัตมี  
 หน้จยแมงถึงจุดคานง (fs' = fy)  
 กำหนดค่าโมเมนต์ดัดประลัย

$$a = \frac{A_{st} A_{sc} f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{(24.62 - 7.41) 4000}{0.85 \times 210 \times 25} = 15.42 \text{ cm}$$

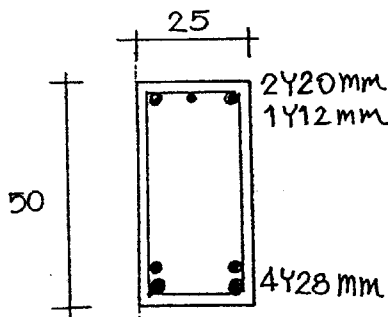
$$M_{u1} = \phi A_{sc} f_y (d - d_p) = 0.9 \times 7.41 \times 4000 (40 - 5) \times 10^2 = 9336.6 \text{ kgm}$$

$$M_{u2} = \phi (A_{st} - A_{sc}) f_y (d - a/2) = 0.9 (24.62 - 7.41) 4000 \times (40 - 15.42/2) \times 10^2 = 20005.6 \text{ kgm}$$

$$M_u = M_{u1} + M_{u2}$$

$$= 9336.6 + 20005.6 \text{ kgm}$$

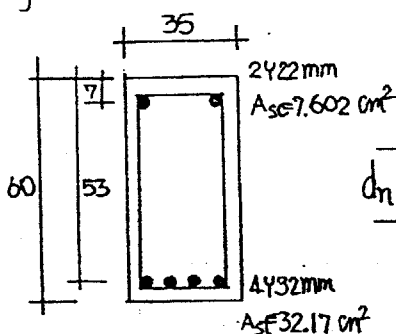
$$= 29342 \text{ kgm.} > M_{ua} = 28178$$



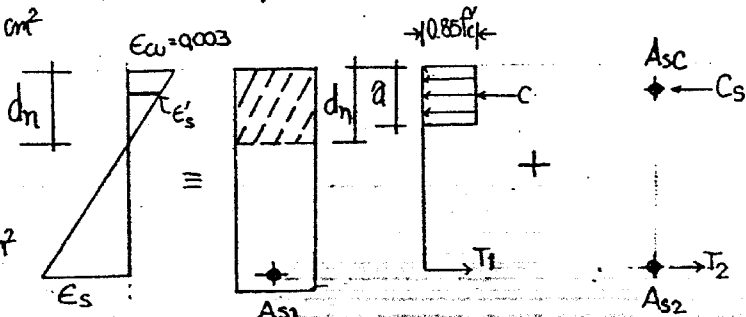
รายละเอียดการเสริมเหล็ก.

\*\*-----\*\*

✓ ขย.ที่ 3.11 กำหนดค่าโมเมนต์ดัดประลัย,  $M_u$  ก็คานคก. ดังรูปได้ กคาน  
 เสริมเหล็กคง 4Y32 mm และเหล็กบน 2Y22 mm กำหนดให้  $f'_c = 350 \text{ kse}$   
 $f_y = 4000 \text{ kse}$



วิธีท ใ้เบรูปประคอบการค้ำนงน



คำนวณอัตราส่วนเหล็กเสริม

$$p = A_{st}/bd = 32.17/(35 \times 53) = 0.017342$$

$$p_p = A_{sc}/bd = 7.602/(35 \times 53) = 0.0041$$

$$(P-p)_{actual} = 0.017342 - 0.0041 = 0.013242$$

ตรวจสอบว่าหน่วยแรงอัดถึงจุดครากหรือไม่

$$(P-p)_{min} = 0.85\beta_1 f'_c d_p \left( \frac{6120}{6120 - 4000} \right) ; \beta_1 = 0.80$$

$$= \frac{0.85 \times 0.80 \times 350 \times 7 \left( \frac{6120}{6120 - 4000} \right)}{4000 \times 53} = 0.0227$$

ปรากฏว่า  $(P-p)_{actual} < (P-p)_{min}$  แสดงว่าหน่วยแรงเหล็กเสริมรับแรงอัดไม่ถึงจุดคราก จึงต้องหา  $f'_s$  ด้วยวิธีลองผิดลองถูก (Trial and Error Method) ดังนี้

$$f'_s = 6120 \left[ 1 - \frac{0.85\beta_1 f'_c d_p}{(P-p) f_y d} \right] = 6120 \left[ 1 - \frac{0.85 \times 0.80 \times 350 \times 7}{0.013242 \times 4000 \times 53} \right]$$

$$= 2486.85 \text{ ksc.}$$

$$a = \frac{A_{st} f_y - A_{sc} f'_s}{0.85 f'_c b} = \frac{32.17 \times 4000 - 7.602 \times 2486.85}{0.85 \times 350 \times 35}$$

$$= 10.54 \text{ cm.}$$

หาความลึก N.A คือ  $d_n = a/\beta_1 = 10.54/0.80 = 13.18 \text{ cm.}$

$$\text{เทียบตามเหล็กเสริมค้ำยัน; } \epsilon'_s = \frac{0.003(d_n - d_p)}{d_n} = \frac{0.003(13.18 - 7)}{13.18} = 0.00141$$

หาค่า  $f'_s$  ใหม่จาก

$$f'_s = \epsilon'_s E_s = 0.00141 \times 204 \times 10^6 = 2876.4 \text{ ksc}$$

ตรวจสอบค่า  $a$  ใหม่อีก

$$a = \frac{32.17 \times 4000 - 7.602 \times 2876.4}{0.85 \times 350 \times 35} = 10.26 \text{ cm} \Rightarrow d_n = 12.82 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \epsilon'_s = 0.00136 \Rightarrow f'_s = 2774.4 \text{ ksc.}$$

$$a = 10.33 \text{ cm} \Rightarrow d_n = 12.91 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \epsilon'_s = 0.00137 \Rightarrow f'_s = 2794.8 \text{ ksc.}$$

$$a = 10.32 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad d_n = 12.89 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow E_s' = 0.00137 \quad \Rightarrow \quad f_s' = 2794.8 \text{ ksc}$$

$$a = 10.32 \text{ cm}$$

✓  
 $a = 10.32 \text{ cm}$

$$f_s' = 2794.8 \text{ ksc.}$$

$$\text{กำหนด } \rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f_c'}{f_y} \left( \frac{6120}{6120 + 4000} \right) = 0.03598$$

$$\rho_{max} = 0.75 \rho_b = 0.026985$$

$$\begin{aligned} \text{เพราะ } \rho &\leq 0.75 \rho_b + \rho_p \frac{f_s'}{f_y} \\ &\leq 0.026985 + 0.0041 \times (2794.8 / 4000) \\ &\leq 0.02985 \end{aligned}$$

$$\text{เพราะ } \rho = 0.0173 < 0.0298 \quad \text{✓}$$

$$\text{กำหนด } a = \frac{32.17 \times 4000 - 7.602 \times 2794.8}{0.85 \times 350 \times 35} = 10.32 \text{ cm.}$$

$$M_{n1} = A_s f_s' (d - d_p) = 7.602 \times 2794.8 (53 - 7) \times 10^{-2} = 9773 \text{ kgm.}$$

$$M_{n2} = (A_s f_y - A_s f_s') (d - a/2)$$

$$= (32.17 \times 4000 - 7.602 \times 2794.8) (53 - 10.32/2) \times 10^{-2} = 51396 \text{ kgm}$$

$$\text{กำหนด } M_u = \phi (M_{n1} + M_{n2}) = 0.9 (9773 + 51396)$$

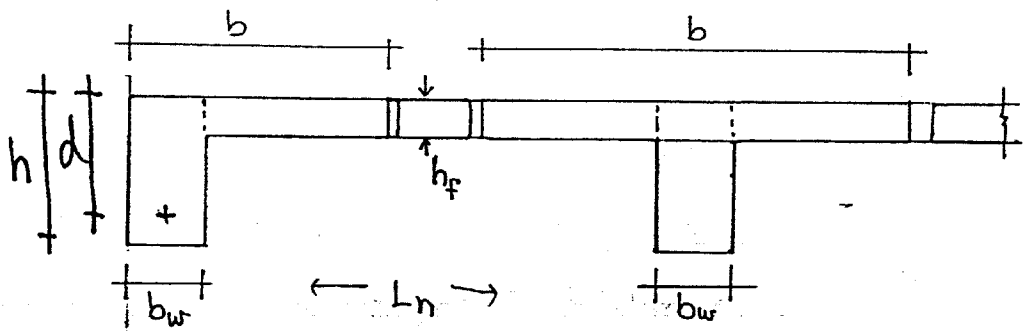
$$M_u = 55052 \text{ kgm} \quad **$$

\*\*\*



### 3.8 คานหน้าตัด T หรือ L

การออกแบบคานหน้าตัด T หรือ L จะใช้ปีกคานโดยพิจารณาจากแผ่นพื้น ซึ่งหล่อเป็นเนื้อเดียวกันและในขณะเดียวกันด้วย ดังรูปที่ 3.17 จะเพิ่ม ความแข็ง แรง หรือการรับกำลัง มากกว่าคานหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า



รูปที่ 3.17 คานหน้าตัด T หรือ L

โดยทั่วไป คานหน้าตัด T หรือ L จะพิจารณาด้านแผ่นพื้นเป็นปีกคาน (Flange) มีส่วนล่างเป็นตัวคาน (Stem or Web) ตามมาตรฐานจ.ส.ท. 1008-38 ข้อ 4110 ดังนี้

1) ในกรณีที่ปีกคานใช้ร่วมกับแผ่นพื้น พิจารณาความกว้างประสิทธิภาพของปีกคานหน้า

- ก)  $b = 1/4$  ของช่วงคานยาวคาน
- ข)  $b = 16h_f + b_w$  ;  $b_w$  = ความกว้างตัวคาน,  $h_f$  = ความหนาแผ่นพื้น
- ค)  $b = L_n + b_w$  ;  $L_n$  = ระยะช่วงว่างระหว่างคานข้างเคียง

2) กรณีคานหน้าตัด T มีปีกคานท่างหากเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส

- ก)  $b = 4 b_w$
- ข)  $h_f = 1/2 b_w$

3) กรณีคานหน้าตัด L ความกว้างประสิทธิภาพของปีกคาน พิจารณา ดังนี้

- ก).  $b = 1/12 L_e$  ;  $L_e$  = ช่วงคานยาวคาน
- ข).  $b = 6 h_f$
- ค).  $b = 1/2 L_n$



การคำนวณกำลังโมเมนต์ ที่ได้จาก ส้มกร

$$M_n = A_s f_y (d - a/2)$$

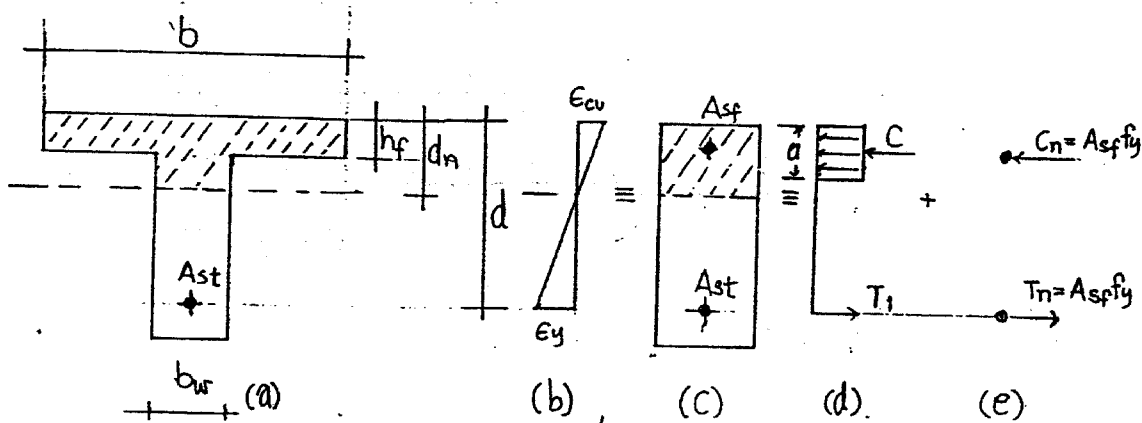
หรือ  $M_n = q f'_c b d^2 (1 - 0.59q)$  (3.20)

ข). กรณีที่แนวแกนสะเทินอยู่ที่ต่ำกว่า

เมื่อความลึกของการกระจายหน่วยแรง,  $a$  มากกว่าความหนาของปีก,  $h_f$  ( $a > h_f$ ) หรือความลึกแนวแกนสะเทิน,  $d_n$  อยู่ในต่ำกว่า และความลึก  $a$  ต้องมากกว่า ความหนา,  $h_f$  เท่านั้น จะคำนวณออกแบบคล้ายๆ กับคานหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าเสริมเหล็กบนและล่าง (ถ้า  $a \leq h_f$  คำนวณตามกรณีแรก)

พิจารณาคานดังรูปที่ 3.19 ถ้ารวมปีกคานที่เป็นตัวช่วยรับแรงอัดให้ถือว่าประหนึ่งเป็นแรงอัดเนื่องจากเหล็กเสริม คานหน้าตัด T ก็เปรียบเสมือนคานหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าเสริมเหล็กรับแรงอัดและดึง ดังนั้นแรงอัด  $C_n$  ดังรูป มีค่าเท่ากับกำลังอัดเฉลี่ยของคอนกรีต,  $f'_c$  คูณด้วยพื้นที่หน้าตัดของปีกคานทั้งสองข้าง คือ

$$C_n = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f \quad (3.36)$$



รูปที่ 3.19 การกระจายหน่วยแรงและ ความเค้นของคานหน้าตัด T

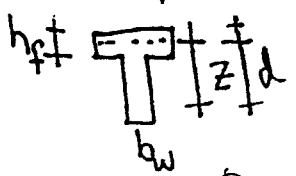
พิจารณารูปที่ 3.19 e แรงอัด  $C_n$  เท่ากับแรงดึง  $T_n$  และ  $A_s f_y$  เป็นพื้นที่เหล็กเสริมรับแรงอัดตามจินตภาพ ซึ่งเทียบเท่ากับพื้นที่ของปีกคาน จากสมการสมดุลของแรงได้

$$T_n = C_n$$

$$A_s f_y = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f$$

$$A_{sf} = \frac{0.85f'_c(b-b_w)h_f}{f_y} \tag{3.37}$$

เนื่องจากแรงทั้งสองแรงมีขนาดเท่ากัน ทิศทางตรงกันข้าม จึงเกิดเป็น  
 โมเมนต์คาน หรือโมเมนต์ นั่นคือ



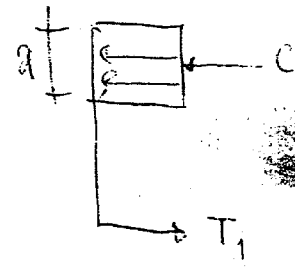
$$M_{n1} = T_n(d - h_f/2)$$

$$M_{n1} = A_{sf}f_y(d - h_f/2) \tag{3.38}$$

ปริมาณเหล็กเสริมคอนกรีต  $A_{sf} - A_{sf}$  ซึ่งหน่วยแรงของเหล็กเสริมถึงจุดคาน  
 ได้เมื่อดังเท่ากับ  $(A_{sf} - A_{sf})f_y$  จะถูกต้านด้วยแรงอัดของคอนกรีต ตามหลักการกระจาย  
 หน่วยแรง,  $a$  ที่ได้โดยสมมติของแรงดังนี้

$$C = T_1$$

$$0.85f'_c b_w a = (A_{sf} - A_{sf})f_y$$

$$a = \frac{(A_{sf} - A_{sf})f_y}{0.85f'_c b_w}$$


$$\tag{3.39}$$

เหล็กเสริมส่วนที่เพิ่มนั้นคือ

$$M_{n2} = T_1(d - a/2)$$

$$M_{n2} = (A_{sf} - A_{sf})f_y(d - a/2) \tag{3.40}$$

รวมกำลังต้านทานโมเมนต์แต่ละส่วนเข้าด้วยกัน

$$M_n = M_{n1} + M_{n2}$$

$$M_n = A_{sf}f_y(d - h_f/2) + (A_{sf} - A_{sf})f_y(d - a/2) \tag{3.41}$$

แล้:  $M_u = \phi [A_{sf}f_y(d - h_f/2) + (A_{sf} - A_{sf})f_y(d - a/2)] \tag{3.42}$

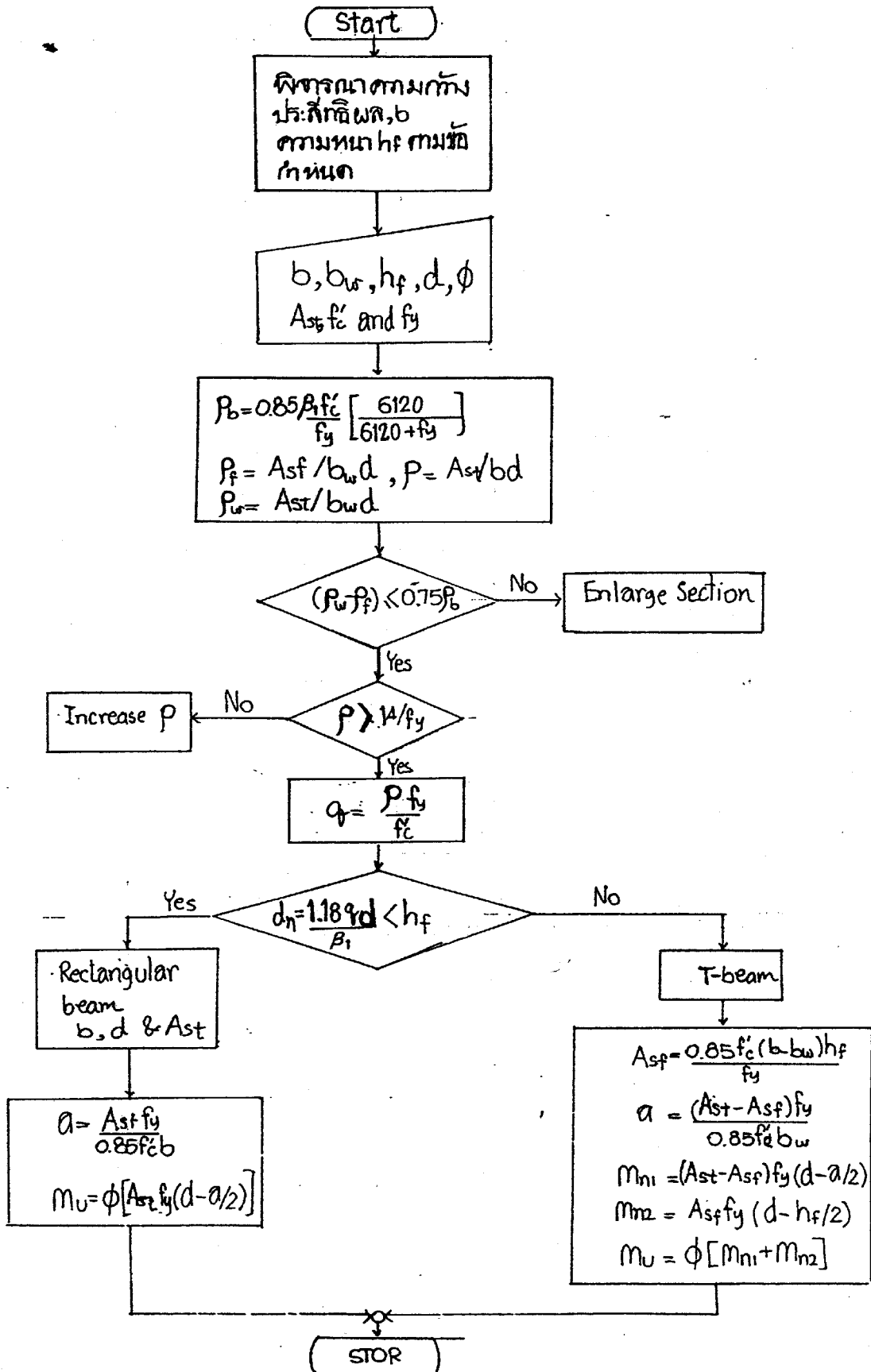
เพื่อป้องกันการเกิดการพังทลายด้วยแรงอัด (Compression failure)  
 ปริมาณเหล็กเสริมต่อพื้นที่หน้าตัดป้: สัทธิพล (Steel Ratio) ต้องเป็นไป  
 ตามข้อกำหนดดังนี้

กำหนดให้  $\rho_w = A_{sf}/b_w d$  แล้:  $\rho_f = A_{sf}/b_w d$

$$(\rho_w - \rho_f) \leq 0.75 \rho_b ; \rho_w = 0.75 \rho_b + \rho_f \tag{3.43}$$

ที่  $\rho_b$  จากสมการ (3.17)

สรุปขั้นตอนการวิเคราะห์คานหน้าตัด T ได้ดังรูปที่ 3.20



รูปที่ 3.20 ขั้นตอนการวิเคราะห์คานหน้าตัด T

### 3.8.2 การออกแบบคานหน้าตัด T

การออกแบบคานหน้าตัด T หรืออื่นๆ กำหนดตามขั้นตอนดังต่อไปนี้  
ขั้นที่ 1 หากคานกว้างประสิทธิผลของคาน ตามข้อกำหนด กรณีที่ปีกคานใช้ร่วมกับแผ่นพื้น

$$b = 16h_f + b_w$$

หรือ  $b = l_e/4$  หรือ  $b = l_n + b_w$

กรณีที่ไม่มีคานข้างหาก

$$b = 4b_w \quad \text{หรือ} \quad b_w = 2h_f$$

กรณีคานหน้าตัด L

$$b = l_e/12$$

หรือ  $b = 6h_f$  หรือ  $b = l_n/2$

ขั้นที่ 2 ใช้ตารางที่ 3.3 หากตามลิกแนกแกล่งเคิน กำหนดในรูปกำลังโมเมนต์  
 ดังนี้

$$M_u / \phi f'_c b d^2 \quad \text{หาค่า } q \text{ จากตารางที่ 3.3}$$

$$\text{ตามลิก } d_n = 1.18 q d / \beta_1$$

ซึ่ง  $h$  ควรอยู่ในช่วงประมาณ  $l_e/12$  ถึง  $l_e/18$

ที่  $d_n > h_f$  กำหนดชั้นต่อไป

ที่  $d_n < h_f$  กำหนดแบบคานหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าเสริมเหล็ก  
 รับแรงดึงอย่างเดียว

ขั้นที่ 3 หาปริมาณเหล็กเสริม  $A_{sf}$  และโมเมนต์  $M_{n1}$  และ  $M_{n2}$

$$\text{แรงอัดที่ปีกคาน } C_n = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f$$

$$A_{sf} = C_n / f_y = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f / f_y$$

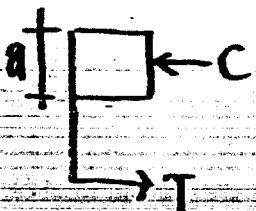
$$\text{โมเมนต์ } M_{n1} = A_{sf} f_y (d - 0.5 h_f)$$

$$M_{n2} = M_u / \phi - M_{n1}$$

ขั้นที่ 4 ใช้ตารางที่ 3.3 กำหนดหาปริมาณเหล็กเสริม  $A_{se}$  จากกำลังโมเมนต์

$$M_{n2} / f'_c b d^2 \quad \text{หาค่า } q \text{ จากตาราง, } b = b_w$$

กำหนดความลึกการกระจายหน้าผา  $d = 1.18 q d$



$$\text{คำนวณปริมาณเหล็กเสริม } A_{s2} = \alpha f'_c b_w d / f_y$$

$$\text{หรือ } A_{s2} = 0.85 f'_c b_w a / f_y$$

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบปริมาณเหล็กเสริมต่อพื้นที่หน้าตัดประสิทธิภาพ

$$\left(\frac{P}{A_f}\right)_{\text{actual}} \leq 0.75 \rho_b$$

$$\text{หรือ } \rho_{\text{max}} = 0.75 \left[ b_w / b (R + F) \right]$$

$$\text{เมื่อ } A_{st} = A_{sf} + A_{s2}$$

$$\rho_{\text{actual}} = A_s / b d \leq \rho_{\text{max}}$$

$$F = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} (b - b_w) h_f / b_w d$$

ขั้นที่ 6 ตรวจสอบกำลังต้านทานของหน้าตัด

$$M_{n1} = A_{sf} f_y (d - 0.5 h_f)$$

$$M_{n2} = (A_{st} - A_{sf}) f_y (d - a/2)$$

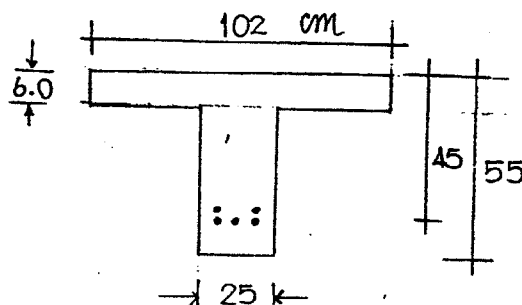
$$M_u = \phi [M_{n1} + M_{n2}] \gg M_{\text{act.}} \text{ ที่เกิดขึ้นจริง}$$

โดยใช้ปริมาณเหล็กเสริมจริงบนหน้าตัดคาน

ตัวอย่างที่ 3.12 จงคำนวณหาโมเมนต์ดัดประสิทธิภาพของคานหน้าตัด T ดังรูป ซึ่งเป็นคานหล่อสำเร็จรูปใช้ทำสะพานข้ามทาง 9.0 m. กำหนดให้  $f'_c = 280 \text{ ksc}$  และ  $f_y = 4000 \text{ ksc}$  โดยมีปริมาณเหล็กเสริมรับแรงดึงอย่างเดีมาดังนี้

$$n) A_{st} = 24.54 \text{ cm}^2$$

$$1) A_{st} = 39.27 \text{ cm}^2$$



วิธีทำ ไม่ต้องหาค่า  $\rho_b$  จากประสิทธิภาพ,  $b$

ตรวจสอบอัตราส่วนเหล็กเสริม

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \left[ \frac{6120}{6120 + f_y} \right] = 0.85 \times 0.85 \times \frac{280}{4000} \left[ \frac{6120}{6120 + 4000} \right] = 0.0306$$

$$A_{sf} = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f$$

$$\rho_f = A_{sf} / b_w d$$

$$\rho_f = \frac{0.85 f'_c (b - b_w) h_f}{f_y b_w d} = \frac{0.85 \times 280 (102 - 25) \times 6.0}{4000 \times 25 \times 45} = 0.0244$$

$$\rho_{max} = 0.75 \left[ \frac{b_w}{b} (\rho_b + \rho_f) \right] = 0.75 \left[ \frac{25}{102} (0.0306 + 0.0244) \right]$$

$$= 0.0101$$

$$\rho_{min} = 14 / f_y = 14 / 4000 = 0.0035$$

ก) ปริมาณเหล็กเสริม  $A_{st} = 24.54 \text{ cm}^2$

$$\rho_w = 24.54 / (25 \times 45) = 0.0218 > \rho_{min}$$

$$\rho = A_{st} / b d = 24.54 / (102 \times 45) = 0.0053 < \rho_{max}$$

ตรวจสอบตำแหน่งแกนดัด:

$$q = \rho f_y / f'_c = 0.0053 \times 4000 / 280 = 0.07637$$

$$d_n = 1.18 q d / \beta_1 = 1.18 \times 0.07637 \times 45 / 0.85 = 4.77 \text{ cm}$$

พบว่า  $d_n < h_f$  ( $4.77 < 6.0$ ) ดังนั้นตำแหน่งแกนดัด: เกิดจตุรัส

ของแกน คำนวณแบบคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียวน

$$M_n = A_{st} f_y (d - a/2)$$

$$a = \frac{A_{st} f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{24.54 \times 4000}{0.85 \times 280 \times 102} = 4.04 \text{ cm}$$

$$M_n = 24.54 \times 4000 (45 - 4.04/2) \times 10^{-2} = 42189.168 \text{ kgm}$$

$$\text{โมเมนต์ดัดที่ปรับ: } \mu_u = \phi M_n = 0.9 \times 42189.168 = 37970 \text{ kgm} **$$

ข) ปริมาณเหล็กเสริม  $A_{st} = 39.27 \text{ cm}^2$

$$\rho_w = A_{st} / b_w d = 39.27 / (25 \times 45) = 0.0349$$

$$\rho = A_{st} / b d = 39.27 / (102 \times 45) = 0.0085$$

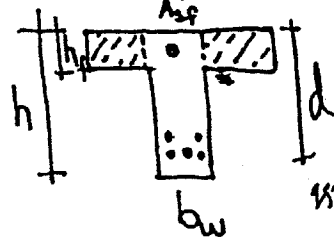
$$q = \frac{39.27}{102 \times 45} \left( \frac{4000}{280} \right) = 0.1222$$

$$d_n = 1.18 q d / \beta_1 = 1.18 \times 0.1222 \times 45 / 0.85 = 7.63 \text{ cm}$$

ซึ่งเห็นว่า  $d_n = 7.63 > h_f = 6.0 \text{ cm}$  แสดงว่าคอนกรีตเสริมเหล็กแนวแกนดัด:



กรณีในค้ำคาน ดังนั้นการคำนวณจะแยกแยะเป็นสองส่วน



$$A_{sf} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} (b - b_w) h_f = \frac{0.85 \times 280}{4000} (102 - 25) \times 6.0 = 27.489 \text{ cm}^2$$

$$\text{หรือ } a = \frac{(A_{st} - A_{sf}) f_y}{0.85 f'_c b_w} = \frac{(39.27 - 27.489) \times 4000}{0.85 \times 280 \times 25} = 7.92 \text{ cm}$$

$$M_{n2} = (A_{st} - A_{sf}) f_y (d - a/2) = (39.27 - 27.489) \times 4000 (45 - 7.92/2) \times 10^{-2} = 19340 \text{ kg-m}$$

$$M_{n1} = A_{sf} f_y (d - h_f/2) = 27.489 \times 4000 (45 - 0.5 \times 6.0) \times 10^{-2} = 46181 \text{ kg-m}$$

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} = 46181 + 19340 = 65521 \text{ kg-m}$$

$$M_u = \phi M_n = 0.9 \times 65521$$

โมเมนต์ดัดที่รับได้ = 58969 kg-m \*\*

\*\*—————\*\*

ข้อขั้วที่ 3.13 คานหน้าตัด T หลังพร้อมแผ่นพื้นหนา 7.5 cm. ช่วงความยาวคาน 7.0 m. ระยะห่างระหว่างคานข้างเคียง 0.90 m ความกว้างค้ำคาน  $b_w = 30 \text{ cm}$  และ  $d = 50 \text{ cm}$ . กำหนดให้  $f'_c = 210 \text{ ksc}$  และ  $f_y = 4000 \text{ ksc}$ . พิจารณาแบบปริมาณเหล็กเสริมค้ำคานนี้รับโมเมนต์ดัดที่รับได้  $M_u = 74000 \text{ kg-m}$ .

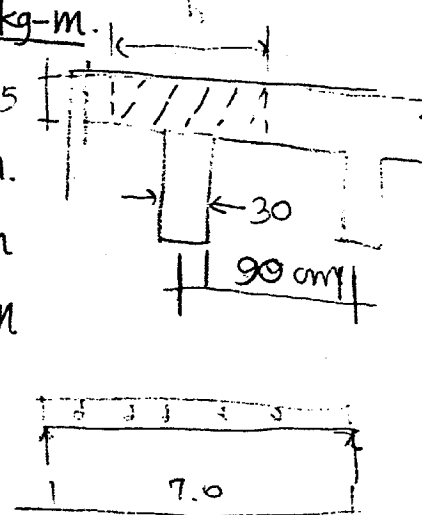
วิธีทำ 1. หาความกว้างประสิทธิภาพ, b

$$b = 16h_f + b_w = 16 \times 7.5 + 30 = 150 \text{ cm}$$

หรือ  $b = L_e/4 = 700/4 = 175 \text{ cm}$

หรือ  $b = L_n + b_w = 90 + 30 = 120 \text{ cm}$

ดังนั้นความกว้างประสิทธิภาพ,  $b = 120 \text{ cm}$



2. หาค่าสัมประสิทธิ์ความเค้นดึง

$$\text{จาก } m_u / \phi f'_c b d^2 = \frac{74000 \times 100}{0.9 \times 210 \times 120 \times 50^2} = 0.1305$$

ดูตารางที่ 3.3 ได้  $q = 0.1425$

$$\begin{aligned} \text{ความลึก, } d_n &= 1.18q_d / \beta_1 \\ &= 1.18 \times 0.1425 \times 50 / 0.85 \\ &= 9.89 \text{ cm} \end{aligned}$$

ปรากฏว่า  $d_n > h_f$  ดังนั้นคำนวณแบบท่อน้ำตัน

3) หาปริมาณเหล็กเสริมแฉะโมเมนต์

$$\begin{aligned} A_{sf} &= 0.85 \frac{f'_c}{f_y} (b - b_w) h_f \\ &= \frac{0.85 \times 210 (120 - 30) \times 7.5}{4000} = 30.12 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{n1} &= A_{sf} f_y (d - 0.5 h_f) \\ &= 30.12 \times 4000 (50 - 0.5 \times 7.5) \cdot 10^{-2} \\ &= 55725.5 \text{ kg-m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } M_{n2} &= M_u / \phi - M_{n1} \\ &= 74000 / 0.90 - 55725.5 \\ &= 26496.72 \text{ kg-m} \end{aligned}$$

4) คำนวณปริมาณเหล็กเสริม  $A_{s2}$  แฉะ:  $A_{st}$

$$\text{โดยให้ } M_{n2} / f'_c b d^2 = 26496.72 / (210 \times 0.3 \times 50^2) = 0.1682$$

เลือกค่า  $q$  จากตารางที่ 3.3 ได้  $q = 0.1895$

$$\begin{aligned} \text{ความลึก } a &= 1.18q d \\ &= 1.18 \times 0.1895 \times 50 \\ &= 11.18 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{หา } A_{s2} &= q f'_c b d / f_y = 0.1895 \times 210 \times 30 \times 50 / 4000 \\ &= 14.92 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{แฉะ } A_{st} = A_{sf} + A_{s2} = 30.12 + 14.92 = 45.04 \text{ cm}^2$$

ได้เหล็กเสริม  $5 \times 32 \text{ mm} + 2 \times 20 \text{ mm}$  ให้  $A_{st} = 46.49 \text{ cm}^2$  ปริมาณเหล็กเสริม

5) ตรวจสอบปริมาณเหล็กเสริม

$$\rho_{\max} = 0.75 \rho_b = 0.75 \left[ 0.85 \times 0.85 \times \frac{210}{f_y} \left( \frac{6120}{6120 + 4000} \right) \right] = 0.0172$$

$$6. \left( \frac{7 \times 32^2}{4} \right) + 2 \left( \frac{7 \times 20^2}{4} \right)$$

$$49.27 \quad 8. \left( \frac{7 \times 32^2}{4} \right)$$

$$(\rho_w - \rho_f)_{\text{actual}} = \frac{(A_{sf} - A_{sf})}{b_w d} = \frac{46.49 - 30.12}{30 \times 50} = \frac{16.37}{30 \times 50}$$

$$= 0.0109$$

\* เกินเกณฑ์  $(\rho_w - \rho_f)_{\text{act}} < 0.75 \rho_b$  อนุมัติ

6) ตรวจสอบกำลังต้านทานของหน้าตัด

$$M_{n1} = 55725.5 \text{ kg-m}$$

$$M_{n2} = (A_{st} - A_{sf}) f_y (d - a/2)$$

$$a = \frac{(A_{st} - A_{sf}) f_y}{0.85 f_c b_w} = \frac{16.37 \times 4000}{0.85 \times 210 \times 30} = 12.49 \text{ cm}$$

$$M_{n2} = 16.37 \times 4000 (50 - 12.49/2) \times 10^{-2}$$

$$= 28650.77 \text{ kg-m}$$

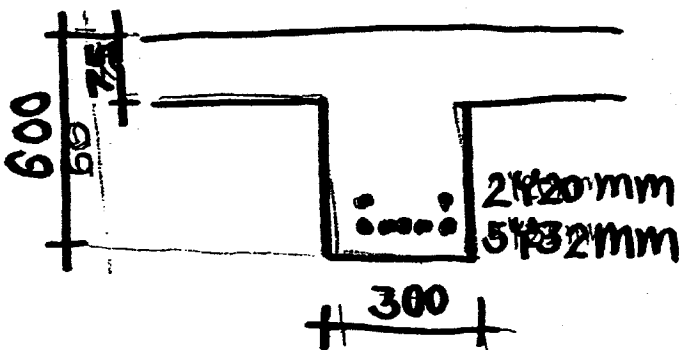
$$M_u = \phi [M_{n1} + M_{n2}]$$

$$= 0.9 [55725.5 + 28650.77]$$

$$= 75939 \text{ kg-m} > M_{ua} \text{ อนุมัติ}$$

\*\*—————\*\*

7) เบลัดวงรีขนาด 10 ซม



บทที่ 4

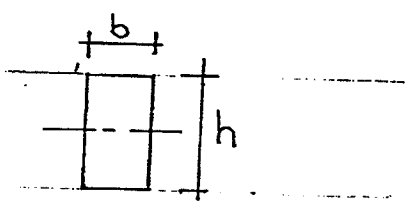
แรงเฉือน แรงดึงทแยงและแรงบิด หนึ่ง

ในบทนี้จะกล่าวถึง การวิเคราะห์และออกแบบคอนกรีตเสริมเหล็กเพื่อต้านทานแรงเฉือนเนื่องจากน้ำหนักกระทำภายนอก เพราะที่คอนกรีตรับกำลังดัดได้ต่ำแต่รับกำลังดัดได้ดี การออกแบบแรงเฉือนจึงทำเป็นอย่างไร พฤติกรรมการพังทลายของคอนกรีตเสริมเหล็กด้วยแรงเฉือนนั้นจะแตกต่างกับพฤติกรรมการดัด คือจะพังทลายที่กันใดก็ได้ปกติจากการเดือยให้ทาบลงหน้า และแนวการแตกหักที่เกิดขึ้น (Diagonal Cracks) จะก้ำกึ่งการแตกหักแบบการดัด (flexural Cracks) เป็นที่ทราบว่าคุณสมบัติของคอนกรีตเสริมเหล็กเป็นผลให้เกิดแรงดึงทแยง (Diagonal Tension) ดังจะกล่าวไว้ในตอนต่อไป เริ่มจากโดยทั่วไปแล้วจะประกอบด้วย การพังทลายดัดนั้นวิศวกรผู้ออกแบบหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็กให้เพียงพอต่อน้ำหนักกระทำภายนอกซึ่งเกิดแรงเฉือน และกำลังดัดรวมโดย

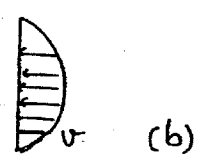
หนึ่ง ระหว่างเหล็กเสริมกับคอนกรีต ตลอดจน

ตีเหมือนกันและต่างกัน

1.  $E_1$  และ  $E_2$  ของคอนกรีตเสริมเหล็กมีพื้นที่ตั้งรูป  
 เก้น และ เป็นวัสดุยึดหยุ่นเชิงเส้น ในรูป  
 และหน่วยแรงเฉือน หน่วยแรงดัดตั้งฉาก  
 ในชั้นส่วน  $E_1$  ก็ภาคตัด ③-③ เป็นระยะ



เขียน  $\sigma$  ความหนาแน่น  $\sigma$   
 ความหนาแน่น  $\sigma$   
 ความหนาแน่น  $\sigma$



ความหนาแน่น

ใช้หลักการพื้นฐานทางกลศาสตร์ เพื่อหาหน่วยแรงแรงดึง  $f$  และแรงแรงเฉือน  $v$  สำหรับชั้นส่วน  $E1$  ได้ดังนี้

$$\sigma = My / I \rightarrow f = m \cdot y / I \quad (4-1)$$

$$\tau = \frac{V A' \bar{y}}{I b} \rightarrow v = VA\bar{y} / I \cdot b \quad (4.2)$$

$= \frac{VQ}{Ib}$  เมื่อ  $M$  = โมเมนต์ดัดที่ภาคตัด ③-③  
 $V$  = แรงแรงเฉือนที่ภาคตัด ③-③

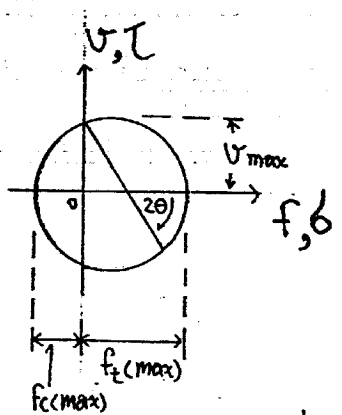
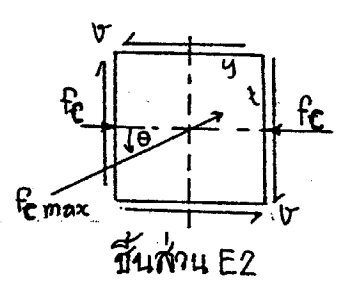
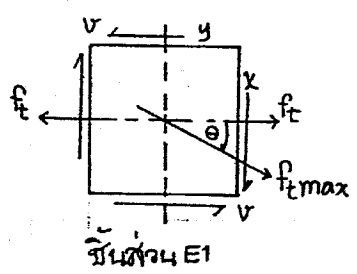
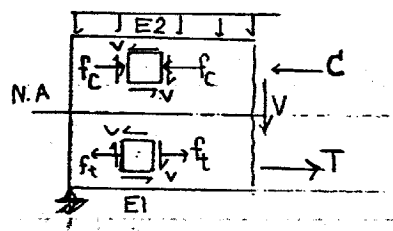
$y$  = ระยะจากแนวแกนสะเทินถึงชั้นส่วนเล็ก ๆ

$\bar{y}$  = ระยะจากศูนย์กลางพื้นที่  $A$  ถึงแนวแกนสะเทิน

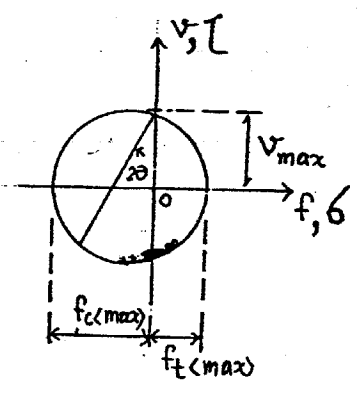
$A$  = พื้นที่ของภาคตัดของชั้นส่วน  $E1$

$I$  = โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดตอน

$b$  = ความกว้างของตอน



รูป Mohr's Circle ของชั้นส่วน E1



รูป Mohr's Circle ของชั้นส่วน E2

รูปที่ 4.2 ชั้นส่วนการจายหน่วยแรงแรงชั้นส่วน E1 และ E2

จากรูปที่ 4.2 แสดงหน่วยแรงแรงภายในการจายชั้นส่วนเล็ก ๆ E1 และ E2 ใช้ Mohr's Circle

หาหน่วยแรงแรงปกติของชั้นส่วน E1 ในเขตแรงแรงดัดได้แนวแกนสะเทิน ได้ดังนี้

$$\text{แรงดึงมุขสำคัญ} \quad (f_t)_{\max} = \frac{f_t}{2} + \sqrt{\left(\frac{f_t}{2}\right)^2 + v^2} \quad (4.3a)$$

$$\text{แรงอัดมุขสำคัญ} \quad (f_c)_{\max} = \frac{f_t}{2} - \sqrt{\left(\frac{f_t}{2}\right)^2 + v^2} \quad (4.3b)$$

$$\text{และ} \quad (\tan 2\theta)_{\max} = 2v/f_t \quad (4.3c)$$

พฤติกรรมของคอนกรีตเสริมเหล็กก่อนการรับน้ำหนักนั้นต่างกัน 1/10 ระหว่างกำลังดึงกับกำลังอัดของคอนกรีต ทัศนวิจารณ์รูปที่ 4.2 ชิ้นส่วน E2 ซึ่งอยู่เหนือแนวแกนสเฟิงในของเมธอดซึ่งหน่วยแรงอัดมีค่าสูงสุดและเป็นการแตกหัก ส่วนชิ้นส่วน E1 อยู่ใต้แกนสเฟิงซึ่งหน่วยแรงดึงมีค่าสูงสุด ทำให้แตกหักเกิดขึ้น แต่ก็มีลักษณะการรับซึ่งมีโมเมนต์ดัด ทำให้  $f_t$  ลดลง แต่ขณะเดียวกันหน่วยแรงเฉือนกลับมีค่ามากขึ้น หน่วยแรงดึงมุขสำคัญจะมีค่ามากที่สุดเมื่อ  $\theta$  เท่ากับ  $45^\circ$  ระบุทั้งตกเข้าใกล้จุดรองรับ หน่วยแรงดึงของคอนกรีตจะทำงานและเป็นศูนย์ที่จุดรองรับ การแตกหักในแนวทแยงเกิดขึ้นตามแนวทแยง ระบุทั้งตกกับระนาบของหน่วยแรงดึงมุขสำคัญ ซึ่งเรียกการแตกหักด้วยเมธอดทแยง (Diagonal tension cracks) ดังนั้นจึงต้องเสริมเหล็กเพื่อช่วยป้องกันกาเกิดแรงดึงทแยง

ถ้าแรง  $f_t$  มีค่าเป็นศูนย์ที่จุดรองรับ ชิ้นส่วนดังกล่าวจะใกล้กับการเฉือนอย่างเฉียว และหน่วยแรงดึงทแยงทำให้เกิดการแตกหักแนวเฉียง

#### 4.2 การวิเคราะห์สถานะคอนกรีตไม่เสริมเหล็กรับแรงเฉือน

การหักพังเฉือนของคอนกรีตที่ปราศจากการเสริมเหล็กที่สถานะเนื่องการแตกหักครั้งแรกในแนวเฉียง เพราะการแตกหักเป็นฟังก์ชันของกำลังดึงของสถานะคอนกรีต ซึ่งทำหน้าที่หน่วยแรงดึงสำคัญที่หน้าตัดวิกฤติ หน่วยแรงเฉือนประกอบด้วย  $v_u$  เนื่องจากแรงเฉือน  $V_u$  ภายนอก และหน่วยแรงดัด  $f_t$  ในแนวทแยงเนื่องจากโมเมนต์  $M_u$  เป็นผลจากหน่วยแรงมุขสำคัญในคอนกรีต และจากการทดสอบพบว่า การพังทลายโดยมากของคอนกรีตเนื่องจากไม่มีการเสริมเหล็กที่สถานะรับแรงเฉือน - แบบจำลอง

วิธีการหาค่าของหน่วยแรงดึงสำหรับในช่องมิติคือ

$$(f_t)_{max} = f'_t = f_t/2 + \sqrt{(f_t/2)^2 + v^2} \tag{4.3a}$$

เมื่อ  $(f_t)_{max}$  = หน่วยแรงดึงสำหรับในช่องมิติสูงสุด

กำหนดค่าที่คูณกับกำลังดึง  $f'_t$  ของคอนกรีตที่นั่น ดังนั้น  $f'_t$  เขียนเป็น  $k_1 \sqrt{f'_c}$

จากสมการ (4.3a) จะได้  $[f'_t = k_1 \sqrt{f'_c}]$

$$k_1 \sqrt{f'_c} = f_t/2 + \sqrt{(f_t/2)^2 + v^2} \tag{4.4}$$

เมื่อ  $k_1$  = ค่าคงที่

หน่วยแรง  $f_t$  ในคอนกรีตเป็นฟังก์ชันของเหล็กเสริมตามแนวทแยง หรือกำลังต้านโมเมนต์ของหน้าตัดตาม ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$f_t \propto E_c f_s / E_s$$

$$\text{หรือ} \quad \propto E_c M_n / E_s A_s d$$



แต่ปริมาณเหล็กเสริมคือ  $A_s = \rho_w b d$  และ  $E_c / E_s$  เป็นค่าคงที่ใดๆ ดังนั้นเขียนหน่วยแรง  $f_t$  ใหม่ได้แก่

$$f_t = c_1 M_n / \rho_w b d^2 \tag{4.5}$$

เมื่อ  $c_1$  = ค่าคงที่ที่ได้จากการทดลอง

$M_n$  = กำลังโมเมนต์ของหน้าตัด

ส่วนหน่วยแรงเฉือน  $v$  เกิดขึ้นที่หน้าตัดตามกว้าง  $b$  และ ความลึกประสิทธิภาพ  $d$  เนื่องจากกำลังแรงเฉือนภายนอก  $V_u$  ดังนั้น

$$v = c_2 V_n / b d \tag{4.6}$$

เมื่อ  $V_n$  = กำลังต้านแรงเฉือนของหน้าตัด ณ จุดที่พิจารณา

$c_2$  = ค่าคงที่ได้จากการทดลอง

ค่าสัมประสิทธิ์  $c_1$  และ  $c_2$  ขึ้นอยู่กับรูปทรงภาคตัดขวางของคาน ชนิดของแรงกระทำภายนอก ปริมาณและการจัดเหล็กเสริม และ การทำปฏิริยา: ท่างคอนกรีตและเหล็กเสริม

แทนค่า  $f_t$  จากสมการ(4.5) และ  $v$  จากสมการ(4.6) ลงในสมการ (4.4) จะได้

$$k_1 \sqrt{f'_c} = \frac{c_1 M_n}{2 \rho_w b d^2} + \sqrt{\left(\frac{c_1 M_n}{2 \rho_w b d^2}\right)^2 + \left(\frac{c_2 V_n}{b d}\right)^2}$$
$$k_1 \sqrt{f'_c} = \frac{f_t}{2} + \sqrt{(f_t/2)^2 + v^2}$$

$$k_1 \sqrt{f'_c} - \frac{C_1 M_n}{2 \rho_w b d^2} = \sqrt{\left(\frac{C_1 M_n}{2 \rho_w b d^2}\right)^2 + \left(\frac{C_2 V_n}{b d}\right)^2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้างจะได้

$$\left(k_1 \sqrt{f'_c} - \frac{C_1 M_n}{2 \rho_w b d^2}\right)^2 = \left(\frac{C_1 M_n}{2 \rho_w b d^2}\right)^2 + \left(\frac{C_2 V_n}{b d}\right)^2$$

$$(k_1 \sqrt{f'_c})^2 - \frac{2 k_1 \sqrt{f'_c} C_1 M_n}{2 \rho_w b d^2} = \left(\frac{C_2 V_n}{b d}\right)^2$$

$$\frac{b d (k_1 \sqrt{f'_c})^2}{V_n} = (C_2)^2 \frac{V_n}{b d} + \frac{(k_1 \sqrt{f'_c}) C_1 M_n}{\rho_w V_n d}$$

หรือ

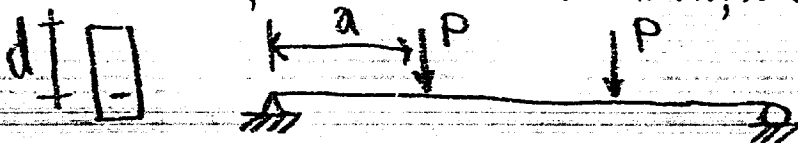
$$\frac{V_n}{b d (k_1 \sqrt{f'_c})^2} = \frac{1}{(C_2)^2 V_n / b d + (k_1 \sqrt{f'_c}) C_1 M_n / \rho_w V_n d} \quad (4.7a)$$

$$\frac{V_n}{b d \sqrt{f'_c}} = \frac{k_1^2 \sqrt{f'_c} \rho_w V_n b d^2}{(C_2)^2 V_n^2 \rho_w d + k_1 C_1 M_n \sqrt{f'_c} b} \quad (4.7b)$$

จากการทดสอบพบว่าแรงเฉือน  $V_n$  ที่ทำให้เกิดการแตกหักในแนวเฉียงใกล้จุดดัดกลับ (Inflection Points) และจุดสัมพันธ์การแตกหักเริ่มแรก (Initiating Crack) กับผลการดัดของโมเมนต์  $M_n$  ในสมการ (4.7a) จะมีค่าความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 ตัว คือ  $V_n/bd$  กับ  $M_n/\rho_w V_n d$  ผลการทดสอบคอนกรีตจำนวนมากได้ความสัมพันธ์ดังนี้:

$$\frac{V_n}{b d \sqrt{f'_c}} = 0.50 + 176 \frac{\rho_w V_n d}{M_n \sqrt{f'_c}} \leq 0.93 \quad (4.8)$$

สมการ (4.8) พิจารณาเฉพาะเทอม  $M_n/V_n d$  จะมีอัตราส่วนของอยู่ในช่วง 2.5 ถึง 6 (ช่วงความหนาของการเฉือนต่อความลึก, Shear span/depth) ซึ่งจะใช้ค่าที่น้อยที่สุดของ  $M_n/V_n d$  ดังนั้นค่าแฟคเตอร์ที่สัมพันธ์กับกำลังเฉือนของคอนกรีตที่ไม่เสริมเหล็กอันเนื่องคือเปอร์เซ็นต์เหล็กเสริมตามแนวท,  $\rho_w$  และ อัตราส่วน  $V_n d/M_n$  ที่สูง นั่นคือค่าอัตราส่วนที่ต่ำสุดของ  $a/d$  เมื่อ  $a$  เป็นระยะจากจุดรองรับ ถึงจุดน้ำหนักกระทำ





ค่าความกว้าง  $b$  เปลี่ยนเป็น  $b_w$  และ  $V_n$  คือกำลังต้านแรงเฉือนด้วยคอนกรีตที่หัก  
 ทน ดังนั้น  $V_n$  เทอมซ้ายมือในสมการ (4.8) แสดงในเทอม  $V_c$  แล้วจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$V_c = 0.50 \sqrt{f'_c} b_w d + 176 \frac{\rho_w V_n d}{m_n} b_w d \leq 0.93 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (4.9)$$

หรือ 
$$V_{cu} = \phi [0.50 \sqrt{f'_c} + 176 \frac{\rho_w V_n d}{m_n}] b_w d \leq 0.93 \phi \sqrt{f'_c} b_w d \quad (4.10a)$$

หรือ 
$$V_{cu} \leq 0.53 \phi \sqrt{f'_c} b_w d \quad (4.10b)$$

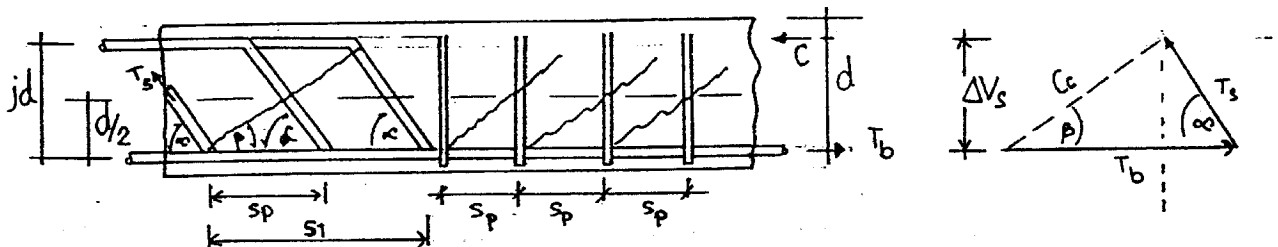
เมื่อ  $\phi$  เป็นแฟคเตอร์คุณภาพลดกำลังเฉือนประลัย เท่ากับ 0.85 แต่ทั้งนี้ค่าใน  
 สมการ (4.10) ต้องไม่เกิน  $0.53 \phi \sqrt{f'_c}$  ในคอนกรีตที่ไม่เสริมเหล็กกับ  
 แรงเฉือน

### 4.3 คอนเสริมเหล็กกับแรงเฉือน

การเสริมเหล็กกับแรงเฉือนเพื่อป้องกันการพังทลายด้วยแรงดึงที่แรง ส่วน  
 เหล็กเสริมตามแนวแกนนั้นตามทฤษฎีแล้วเสริมเพื่อรับหน่วยแรงดึงที่เกิดในคาน  
 ที่คานไม่สามารถต้านกำลังเฉือนได้จึงต้องเสริมเหล็กลูกตั้ง หรือคอตมัดรับเหตุผล

4 ประการคือ

1. ช่วยรับกำลังเฉือนต้านทานแฟคเตอร์แรงเฉือนภายนอก,  $V_u$
2. หยุดการเกิดรอยร้าวในแนวทแยง
3. ช่วยยึดเหล็กเสริมตามแนวแกนให้อยู่ในตำแหน่งที่ตั้งการเพื่อรับแมกกด  
 ได้สมบูรณ์เต็มที่
4. เพื่อการกักกันคอนกรีตในตำแหน่งแรงอัดให้สอดคล้องส่วนกับการรับ  
 กำลังอัด เมื่อเหล็กลูกตั้งทำเป็นวงรอบ



รูปที่ 4.3 การจัดเหล็กลูกตั้งหรือคอตมัด

แรงเหนี่ยวนำประตัย  $V_u = \Phi V_n$  เกิดจากหน้าหน้ากมของอนุภาคเสกซ์กำลังประตัย  
กระทำต่อคานคองเกรกต์รับแรงเหนี่ยวนำด้วยตัวมันเองได้  $V_c$  นี้ขงก่าแรงเหนี่ยวนำประตัย จึงตั้ง  
เสริมเหล็กรับแรงแบบส่วนเกิน ดังกล่าวคือ  $V_n = V_c + V_s$

$$V_s = V_n - V_c \quad (4.11)$$

ก่าตั้งค่านแรงเหนี่ยวนำ  $V_c$  คำนวณจากสมการ (4.9) หรือ (4.10) ส่วน  $V_s$  หาจากสมการ  
ของแรง ตมรูปที่ 4.3 ดังนี้

$$V_s = T_s \sin \alpha = C_c \sin \beta \quad (4.12a)$$

เมื่อ  $T_s$  เป็นผลรวมของแรงทั้งหมดของเหล็กทุกตั้งที่ภาคตัดการแตกรับแรงแบบ  
ก่าตั้งจำนวนระบงเหล็กทุกตั้ง,  $s_p$  ก่า  $s_1 = n s_p$  เป็นคอรักกันแรงถึงส่วนก่าของ TRUSS  
ตั้งนั้น

$$s_1 = jd (\cot \alpha + \cot \beta) \quad (4.12b)$$

สมมติให้  $jd \approx d$  แรงแเหล็กทุกตั้งก่าตั้งหนึ่งหน่วยคานวณจากสมการ 4.12a จ่าได้

$$\frac{T_s}{s_1} = \frac{T_s}{n s_p} = \frac{V_s}{\sin \alpha} \cdot \frac{1}{d (\cot \beta + \cot \alpha)} \quad (4.12c)$$

ก่าให้  $A_v$  เป็นพื้นที่ของเหล็กทุกตั้ง และ  $f_{ys}$  เป็นก่าล่งคลาภของเหล็กรับแรงเหนี่ยวนำ  
ตั้งนั้น

$$T_s = n A_v f_{ys} \quad (4.13a)$$

$$\text{แทนจ่าได้} \quad n A_v = \frac{V_s n s_p}{d \sin \alpha (\cot \beta + \cot \alpha) f_{ys}} \quad (4.13b)$$

แต่แนวการแตกรับก่าทำให้เกิดแรงดึงขมสูงที่สุดคือ  $\beta = 45^\circ$  จากสมการ  
4.13b แทนค่า  $\beta$  และจ่าก่าคามีใหม่ได้

$$V_s = \frac{A_v f_{ys} d}{s_p} [\sin \alpha + \cos \alpha] \quad (4.14a)$$

หรือ

$$s_p = \frac{A_v f_{ys} d}{V_s} (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (4.14b)$$

โดยก่าไปการเสริมเหล็กทุกตั้งเสริมในแนวตั้ง ตั้ง  $\alpha = 90^\circ$  จ่าได้

$$s_p = \frac{A_v f_{ys} d}{V_s} \quad (4.15)$$

$$\text{หรือ } S_p = \frac{A_s f_y s_d}{V_u / \phi - V_c} = \frac{A_s f_y s_d}{V_u - \phi V_c} \quad (4.16)$$

แต่: แรงต้านทานเหล็กเสริมต้องไม่เกินค่า  $0.80 \sqrt{f_c'} b_w d$  เนื่องจากเหล็กเสริมจะประกอบด้วยเหล็กท่อนเดี่ยวหรือกลุ่มเดี่ยวของคอกมัทที่รับ: จากฉากรัดม้วนรับคือ

$$V_s \leq A_s f_y s_d \leq 0.80 \sqrt{f_c'} b_w d \quad (4.17)$$

ข้อกำหนดสำหรับขนาดระยะห่างของเหล็กดูกตั้ง

สมการ(4.14) ถึง (4.17) สัมพันธ์กันระหว่างระยะห่างลูกตั้งกับแรงเฉือน ระยะห่าง  $s_p$  จะลดลงต่ำกว่า  $V_u - V_c$  เพิ่มขึ้นในทางกลับกันระยะห่าง  $s_p$  มากขึ้นหาก  $V_u - V_c$  มีค่าน้อย ดังนั้นเพื่อป้องกันการแตกหักแนวทแยงซึ่งต้านทานเหล็กดูกตั้ง จึงได้มีข้อกำหนดระยะห่างของเหล็กดูกตั้งดังนี้

$$1). V_u - V_c > 1.10 \sqrt{f_c'} b_w d, \text{ ให้ } S_{pmax} = d/4 \leq 30 \text{ cm.}$$

$$2). V_u - V_c \leq 1.10 \sqrt{f_c'} b_w d, \text{ ให้ } S_{pmax} = d/2 \leq 60 \text{ cm.}$$

$$3). V_u - V_c > 2.1 \sqrt{f_c'} b_w d, \text{ ให้ เพิ่มขนาดหน้าตัด}$$

และกำหนดให้ปริมาณเหล็กเสริมลูกตั้งมากที่สุดคือ

$$A_s = 0.0015 b_w S_p \quad (4.18)$$

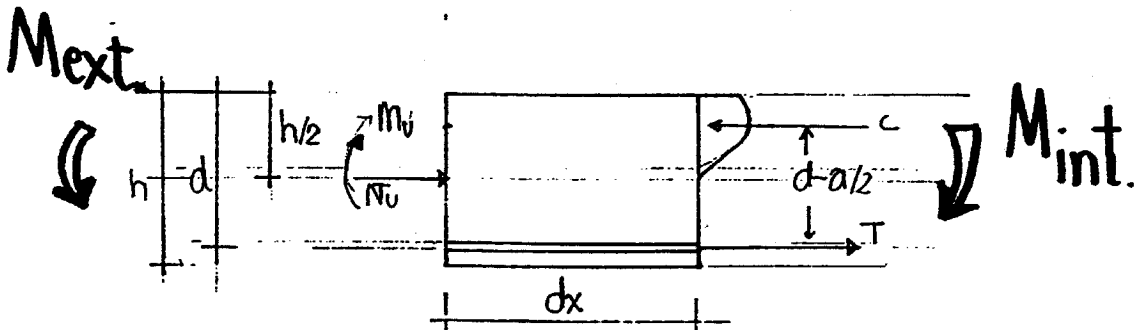
$$\text{หรือ } A_s = 3.5 b_w S_p / f_y$$

#### 4.4 กำลังเฉือนของคานมีแรงตามแนวแกนแล้:โมเมนต์กระทำร่วมกัน

เมื่อคานคอนกรีตเสริมเหล็กมีแรงตามแนวแกนแล้:โมเมนต์กระทำพร้อมกัน ถ้าแรงอัดกระทำเป็นผลให้หน่วยแรงดัดในคอนกรีตลดลง การเกิดการแตกหักตามแนวทแยงข้างต้นคือกำลังเฉือนของคานเพิ่มขึ้น หากคานคอนกรีตมีแรงดัดกระทำเป็นผลให้หน่วยแรงดัดในคอนกรีตเพิ่มขึ้น ทำให้กำลังเฉือนลดลง

##### 4.4.1 แรงอัดกระทำในแนวแกน

คานคอนกรีตลึก  $h$  มีแรงดัดในแนวแกน  $N_u$  แล้:โมเมนต์ดัด  $M_u$  กระทำร่วมกันดังรูปที่ 44 และเมื่อคานเกิดมีอีกด้านหนึ่ง สามารถหาแรงที่เกิดขึ้นได้ดังนี้



รูปที่ 4.4 การหาค่าโมเมนต์ดัดเทียบเท่ากำลังเฉือน

แรงดัดเทียบ  $M_{int} = T(d - a/2)$   
 แต่:  $M_{ext} = M_u - N_u(h/2 - d + (d - a/2))$   
 สมดุลย์ของโมเมนต์

$$M_{int} = M_{ext}$$

$$T(d - a/2) = M_u - N_u(h/2 - d + (d - a/2))$$

$$T = \frac{M_u - N_u(h/2 - d + (d - a/2))}{(d - a/2)} \quad (4.19)$$

หน่วยแรงดึงในคอนกรีตแปรผันกับหน่วยแรงเหล็กเสริมด้วยอัตราส่วนโมดูลัส,  $f_t \propto E_c f_s / E_s \rightarrow f_t \propto f_s / n = K f_s / n = \frac{kT}{n A_{st}} \therefore T = A_{st} f_t$   
 แทนค่า T จากสมการ (4.19) ได้

$$f_t = \frac{K E_c [M_u - N_u(h/2 - d + (d - a/2))]}{E_s (d - a/2) A_{st}}$$

ค่าในเทอม  $d - a/2$  มีค่าโดยประมาณ  $7d/8$ , แต่:  $A_{st} = \rho b d$  แต่:  $E_c$  เป็นสัดส่วนกับ  $\sqrt{f_c}$  ดังนั้น

$$f_t = \frac{K \sqrt{f_c}}{E_s \rho b d^2} [M_u - N_u(\frac{4h - d}{8})] \quad (4.20)$$

ถ้า  $N_u = 0$  หน่วยแรงดึง  $f_t = K \sqrt{f_c} M_u / E_s \rho b d^2$  ซึ่งแรงดัดตามแนวแกนไม่มี แต่  $M_u$  ให้แทนด้วยโมเมนต์เทียบเท่าคือ

$$M_m = M_u - N_u(\frac{4h - d}{8}) \quad (4.21)$$

ค่ากำลังเฉือนของคอนกรีตที่มีแรงอัดกระทำร่วมกับโมเมนต์ดัด ซึ่งกำหนดให้  $N_u$  เป็นแรงอัดตามแนวแกนที่มีเครื่องหมายบวก และโมเมนต์ดัด  $M_u$  จากสมการ (4.21) มีค่าเป็นบวก โดยค่าพหุคูณ  $V_c \cdot d / M_u$  สามารถมีมากกว่าหนึ่งก็ได้ ดังนี้

$$V_c = [0.50\sqrt{f'_c} + 176 \rho_w V_c \cdot d / M_u] b_w d \ll v_c b_w d \quad (4.22)$$

จ: เห็นว่าสมการที่ (4.22) มีกรรมสอดคล้องกับสมการที่ (4.8) และค่าหน่วยแรงเฉือนสูงสุด ซึ่งต้องไม่เกินขีดจำกัด ดังนี้

$$v_c = 0.93\sqrt{f'_c} \left[ \sqrt{1 + 0.029 \frac{N_u}{A_g}} \right] \quad (4.23)$$

โดยที่  $N_u$  เป็นแรงอัดตามแนวแกนที่ส่งผลกระทบต่อ: ปริ. ลัม เลข:  $A_g$  เป็นพื้นที่หน้าตัดทั้งหมดของคอนกรีตที่ไม่คิดพื้นที่เหล็กเสริม หน่วยแรงเฉือนที่คำนวณแบบประมาณของคอนกรีตที่มีแรงอัดกระทำให้คำนวณตามสมการต่อไป

$$v_c = 0.53\sqrt{f'_c} \left[ 1 + 0.0071 \frac{N_u}{A_g} \right] \quad (4.24)$$

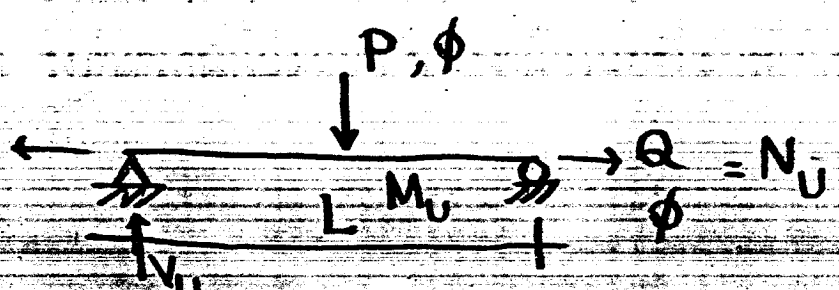
ค่าที่คำนวณได้ตามสมการที่ (4.24) จ: ต้องไม่เกินค่าหน่วยแรงเฉือนตามสมการที่ (4.23)

### 4.4.2 แรงดึงตามแนวแกนกระทำร่วม

ในกรณีที่มีแรงดึงตามแนวแกนกระทำร่วม ที่ให้กำลังเฉือนของคอนกรีตมีค่าลดลง และเป็นที่ให้เกิดรอยแตก (Crack) ได้ง่าย ดังนั้นมาตรฐาน ว.ส.ท. 1008-38 ข้อ 4403 (พ)3 กำหนดไว้ดังนี้

$$v_c = 0.53\sqrt{f'_c} \left[ 1 + 0.029 \frac{N_u}{A_g} \right] \quad (4.25)$$

โดยที่  $N_u$  มีค่าเป็นลบ สำหรับแรงดึงเท่านั้น



#### 4.5 ขั้นตอนการออกแบบเหล็กปลอก

ในขั้นนี้: สำหรับขั้นตอนการออกแบบเหล็กปลอก เสริมรับแรงเฉือน

1) กำหนดแรงเฉือนประลัย  $V_u$  และหาขนาดหน้าตัดวิกฤติ ซึ่งพิจารณาที่ระยะ:  $d$  จากขอบเสา ไม่รวมมากินก็มีแรงกระทำเป็นจุด  $Q$  ในตรงกลาง

2) ตรวจสอบ 
$$V_u \leq \phi (V_c + 2.12 \sqrt{f'_c} b_w d) \text{ หรือ } 2.65 \sqrt{f'_c} b_w d$$

เมื่อ  $b_w$  เป็นค่ามากกว่าค่าอื่น หากไม่เป็นไปตามเงื่อนไขนี้ ให้เพิ่มขนาดหน้าตัดให้ใหญ่ขึ้น

3) ใช้ปริมาณเหล็กเสริมรับแรงเฉือน,  $A_v$  ต่ำสุด ถ้า  $V_u$  มากกว่าครึ่งหนึ่งของ  $\phi V_c$ , มีข้อกำหนดดังนี้

a) ช่องคานกรีต (Concrete joist)

b) พื้นแฉะฐานราก

c) คานที่มีคานฉีกหน้ากว้าง 25 ซม. หรือ  $2\frac{1}{2}$  เท่าของคานหน้าปีก

$$(A_v)_{\min} = 3.5 b_w S_p / f_{ys}$$

4) ถ้า  $V_u > \phi V_c$ , ต้องออกแบบเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

ให้  $V_u \leq \phi (V_c + V_s)$  เมื่อ

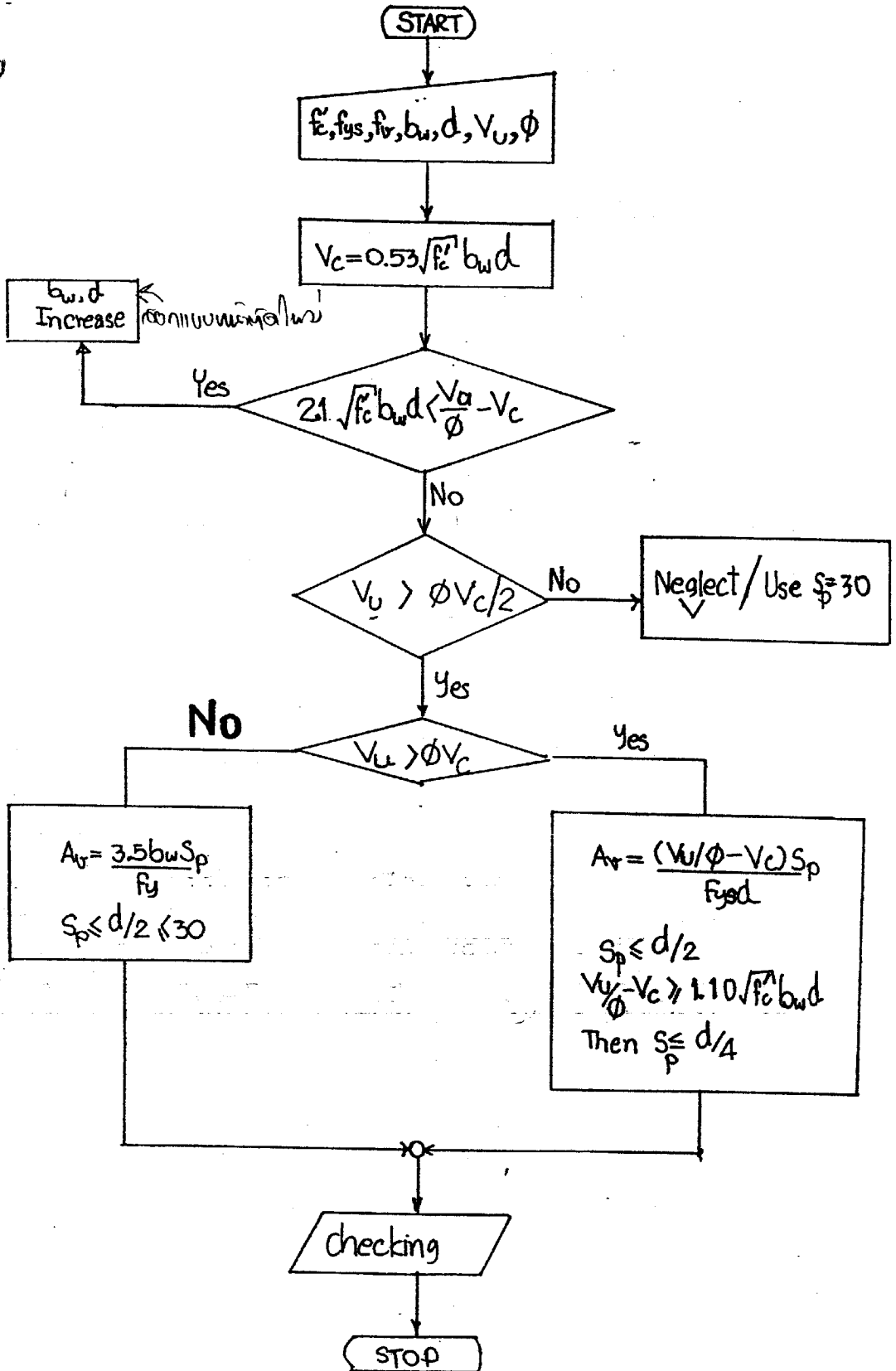
$$V_s = A_v f_{yd} / S_p \text{ สำหรับเหล็กดัด}$$

$$V_s = (A_v f_{yd} / S_p) (\sin \alpha + \cos \alpha) \text{ สำหรับเหล็กแฉก}$$

๕) ระยะห่างสูงสุด,  $S_p$  ต้องเป็น  $S_p = d/2 \leq 60 \text{ cm}$ . ยกเว้นในกรณี

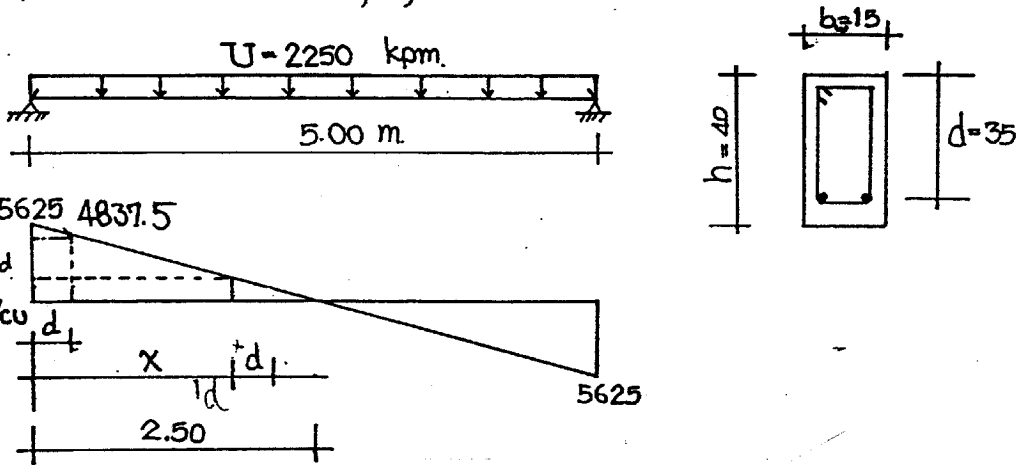
$$V_s > 1.10 \sqrt{f'_c} b_w d \text{ ระยะห่าง } S_p \leq d/4 \leq 30 \text{ cm}$$

ในรูปที่ 4.5 เป็นผังงานแสดงถึงลำดับขั้นตอนการออกแบบเหล็กเสริมรับแรงเฉือน ซึ่งสามารถนำไปเปรียบเทียบกับผังงานในบทที่ 3 ได้ตามสมควรมากยิ่งขึ้น



รูปที่ 4.5 ตารางการออกแบบเหล็กเสริมกับแรงเฉือน

ตัวอย่างที่ 4.1 จงกำหนดหาช่วงระยะความยาวที่จำเป็นต้องเสริมเหล็กดัดตั้ง  
 ของคานช่วงเดียวยาว 5.00 ม. รับน้ำหนักบรรทุกประลัยกระจายสม่ำเสมอ  
 2250 kpm. ซึ่งรวมน้ำหนักบรรทุกคงที่ของคานแล้ว ขนาดหน้าตัด 0.15×0.40 ม.  
 กำหนดให้  $f'_c = 210$  ksc,  $f_y = 3000$  ksc และ  $E_s = 2.039 \times 10^6$  ksc.



วิธีทำ

กำหนดแรงเฉือนประลัยที่จุดห่างจากฐานรองรับเป็นระยะ  $d = 0.35$  m.

$$V_{ud} = V_u - U \cdot d = 5625 - 2250 \times 0.35 = 4837.5 \text{ kgs.}$$

หรือใช้วิธีเทียบสามเหลี่ยมคล้าย ก็ได้

$$\frac{y}{5625} = \frac{d}{250}$$

$$y = \frac{5625 \times 0.35}{250} = 787.5 \text{ kgs.}$$

$$\text{ดังนั้น } V_{ud} = 5625 - y = 5625 - 787.5 = 4837.5 \text{ kg.}$$

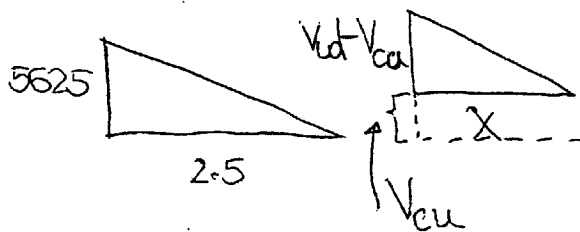
แรงเฉือนประลัยต้านทานโดยคอนกรีต,  $V_{cu} = \phi [0.53 \sqrt{f'_c}] b_w d$

$$V_{cu} = 0.85 [0.53 \sqrt{210}] \times 15 \times 35 = 3427.39 \text{ kg.}$$

ปรากฏว่า  $V_{ud} > V_{cu}$  จึงต้องเสริมเหล็กดัดตั้งช่วยรับแรงดัดก้ม และ

กำหนดระยะความยาวที่เสริมเหล็กดัดตั้ง,  $x$  จากกรเทียบสามเหลี่ยมคล้าย  
 ได้ดังนี้

$$\frac{x}{V_{ud} - V_{cu}} = \frac{2.5}{5625}$$



$$x = \frac{2.5 \times (4837.5 - 3427.39)}{5625} = 0.63 \text{ m.}$$

ดังนั้นต้องเสริมเหล็กดัดตั้ง เป็นระยะ 63 cm **Ans**



3) กำหนดเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

แรงเฉือนที่ตำแหน่งนั้นโดยเหล็กเสริม,  $V_s$

$$V_s = V_n - V_c = 69562 - 21728 = 47834 \text{ kg.}$$

เลือกใช้เหล็กดัด  $\phi 12 \text{ mm}$  พื้นที่หน้าตัดต่อหนึ่งขา =  $1.13 \text{ cm}^2$

$$A_v = 2 \times 1.13 = 2.26 \text{ cm}^2$$



จากสมการที่ (4.15) จะได้

$$S_p = \frac{A_v f_y s d}{V_s} = \frac{2.26 \times 3000 \times 70}{47834} = 9.92 \text{ cm}$$

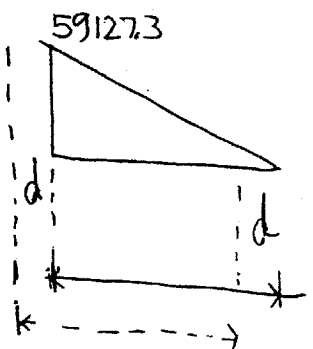
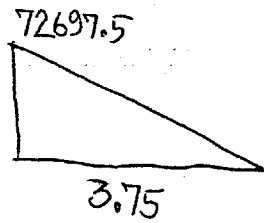
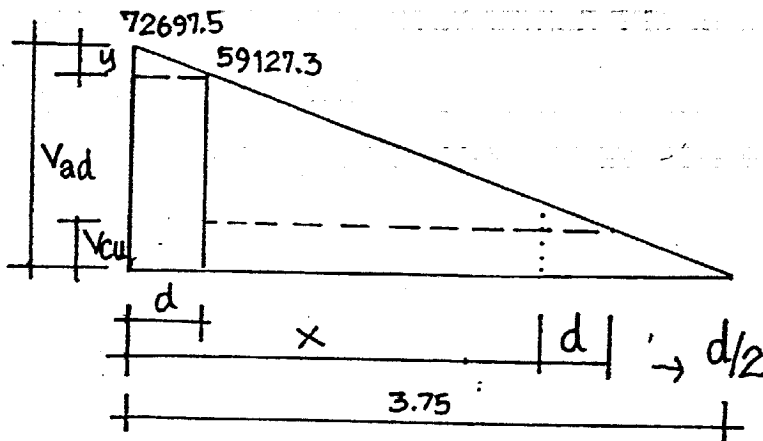
ดังนั้น เลือกใช้  $\phi 12 \text{ mm}$  เสริมปลอกคู่ ระยะ 19.5 cm

4) ตรวจสอบระยะห่างของเหล็กรับแรงเฉือน

ที่  $V_n - V_c > 1.06 \sqrt{f_c'} b_w d$  ระยะห่างที่ขอมให้  $S_p = d/4 \leq 30 \text{ cm.}$

นั่นคือ  $47834 > 43456$  ดังนั้น  $S_p = 17.5 \text{ cm}$  เสริมจากขอบผิวงานรองรับถึงหน้าตัดวิกฤติ

แรงเฉือนลดลงมาเรื่อยๆ จากฐานรองรับจนถึงกึ่งกลางคานเป็นลักษณะเชิงเส้น ดังนั้นจึงกำหนดหาระยะการเสริมเหล็กดัด ดังนี้



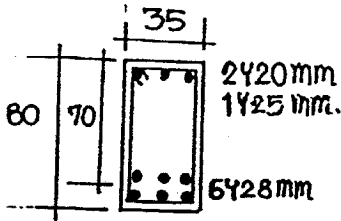
$$V_{cu} = 21728 \times 0.85 = 18468.8 \text{ kg}$$

$$\text{ระยะ } X = \frac{3.75}{72697.5} (59127.3 - 18468.8) = 2.097 \text{ m.}$$

ระยะเสริมเหล็กดัด = 2.80 m

กำหนดที่ 4.2 คอนกรีตคือเหล็กผสมเป็นค้ำ ซึ่งเดียงจร 7.50 m รับน้ำหนักบรรทุก  
 ตร 10850 kpm ซึ่งไม่รวมน้ำหนักคงที่ของคาน ให้ออกแบบการเสริม  
 เหล็กรับแรงเหวี่ยงเท่าที่จำเป็น กำหนดให้

- $f'_c = 280$  ksc สำหรับคอนกรีตธรรมดา
- $f_y = 4000$  " สำหรับเหล็กเสริมตามแนวยก
- $f_{ys} = 3000$  " สำหรับเหล็กเสริมลุดตั้ง

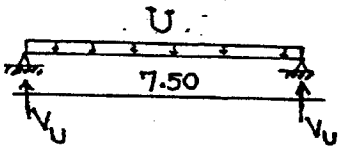


วิธีทำ 1) คำนวณแรงแคเตอร์แรงเหวี่ยง

น.น.คาน,  $D = 0.35 \times 0.80 \times 2400 = 672$  kpm.

น.น.บรรทุก,  $L = 10850$

น.น.บรรทุกรวม,  $U = 1.4 \times 672 + 1.7 \times 10850 = 19386$  kpm



แรงแฉกที่จุดกึ่งกลาง,  $V_u = 19386 \cdot 7.5/2$

$V_u = 72697.5$  kg.

ขนาดคานลึกประลึกลึกล,  $d = 70$  ซม. คมก้างคาน,  $b_w = 35$  ซม.

พิจารณาแรงเหวี่ยงที่เกิดขึ้นที่จุดวิกฤต ระยะ:  $d = 70$  ซม. จากขอบผิวของ  
 เสาที่รองรับคาน จะได้

$(V_u)_{at d} = V_u - U \cdot d = 72697.5 - 19386 \cdot 0.70$

$V_{ud} = 59127.3$  kg

2) คำนวณคานต้านทานแรงเหวี่ยง

แรงเหวี่ยงต้านทานโดยคอนกรีต,  $V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$

$V_c = 0.53 \sqrt{280} \times 35 \times 70 = 21728$  kg

ตรงข้อบังคับเพิ่มพอบของหน้าตัดต่อแรงเหวี่ยง,  $V_{ad} = 2.65 \sqrt{f'_c} b_w d$

$V_{ad} = 2.65 \sqrt{280} \times 35 \times 70 = 108640$  kg

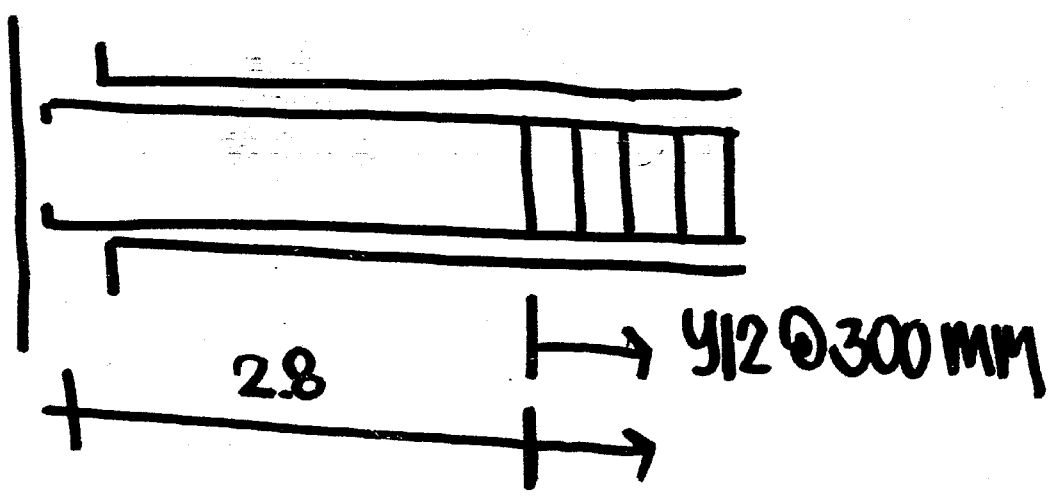
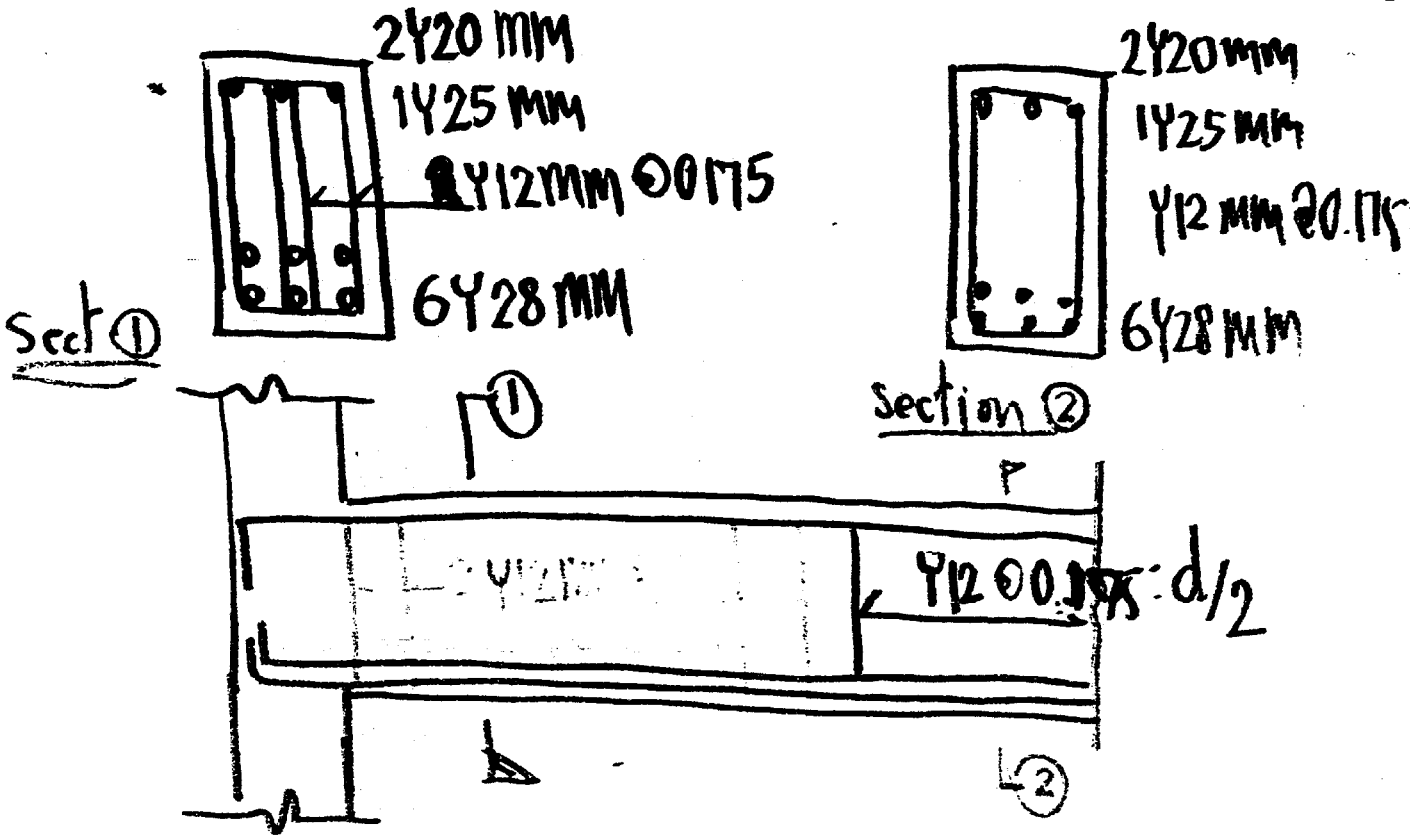
$(V_u = \phi V_n)$

$V_n = V_{ud} / \phi = 59127.3 / 0.85 = 69562$  kg

ปรากฏว่า  $V_{ad} > V_n$  แสดงว่าหน้าตัดนี้ใช้ได้

$V_n > V_c$  ต้องเสริมเหล็กขยับรับแรงเหวี่ยง

# 5) แสดงรายละเอียด



## 4.6 แรงยึดเหนี่ยวและการยึด (Bond Stress & Anchorage Length)

โดยทั่วไปการยึดเหนี่ยวระหว่างคอนกรีตกับเหล็กเสริมสามารถแบ่งได้ 2 ประเภทคือ

ก) Flexural Bond เป็นการยึดเหนี่ยวคอนกรีตกับเหล็กเสริมรับแรงดึงในคาน คือ

$$U_0 = \frac{V_u}{\phi \sum_o j d} \quad (4.25)$$

โดยที่  $U_0$  = หน่วยแรงยึดเหนี่ยวปรัลย์

$V_u$  = แรงเฉือนปรัลย์

$\phi = 0.85$

$j = 0.875$  แนะนำให้ใช้  $j = 0.9$

$\sum_o$  = ผลรวมเส้นรอบรูปของเหล็กเสริม

ข) Anchorage Bond OR Development Bond

เป็นการยึดเหนี่ยวเหล็กเสริมกับคอนกรีตที่ระยะความยาวปลงดักยคือ

$$U_0 = \frac{A_s f_s}{\phi \sum_o L_d} \quad (4.26)$$

โดยที่  $U_0$  = หน่วยแรงการยึด

$A_s$  = พื้นที่เหล็กเสริม

$f_s$  = หน่วยแรงเหล็กเสริม

$L_d$  = ระยะความยาวของการยึดเหนี่ยว

หน่วยแรงที่เกิดขึ้นจริงในคานคสล. ตามสมการที่ (4.25)

จะต้องมีค่าไม่เกินกว่าหน่วยแรงยึดเหนี่ยวปรัลย์ที่กำหนดต่อไปนี้

หน่วยแรงบิดหน่วยที่ยอมรับได้,  $U_a$

1) เหล็กข้ออ้อยรับแรงดึงตาม มอก. 24-2516 (ASTM A305)

$$\text{เหล็กบน, } U_a = \frac{4.51\sqrt{f_c'}}{D} \leq 40 \text{ ksc} \quad (4.27a)$$

300 มม

$$\text{เหล็กชั้น ๑, } U_a = \frac{6.39\sqrt{f_c'}}{D} \leq 55 \text{ ksc} \quad (4.27b)$$

โดยที่  $D$  คือขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเหล็กเสริม

2) เหล็กข้ออ้อยรับแรงดึงตาม มอก. 24-2516 (ASTM A408)

$$\text{เหล็กบน, } U_a = 1.11\sqrt{f_c'} \quad (4.28a)$$

$$\text{เหล็กชั้น ๑, } U_a = 1.59\sqrt{f_c'} \quad (4.28b)$$

3) เหล็กข้ออ้อยรับแรงอัด

$$U_a = 3.44\sqrt{f_c'} \leq 53 \text{ ksc} \quad (4.29)$$

4) เหล็กผิวเรียบที่ใช้ใช้ค่าครึ่งหนึ่งของ มอก. 24-2516 (ASTM A305) แต่ต้องไม่เกิน 11 ksc

หากหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจริงมีค่าสูงกว่าค่าในลุ่มการที่ (4.27) ถึง (4.29) ตามที่กำหนดให้ แสดงว่าสามารถรับแรงบิดหน่วยได้ ให้เพิ่มปริมาณเหล็กเสริมหรือขนาดของแกน

ตัวอย่างที่ 4.3 เหล็กเสริมในแกนคอนกรีตขนาด  $4.16$  มม

เสริมในลักษณะเหล็กบน กำหนดให้  $f_c' = 280 \text{ ksc}$ ,  $f_y = 3000 \text{ ksc}$

เหล็กเสริมชั้นคุณภาพ ASTM A305 จงหาทราบความมอดู

เหล็กที่จ: ไม่ทำให้แกนต้องแตกหัก ด้วยแรงบิดหน่วย

วิธีทำ หน่วยแรงบิดหน่วยที่ยอมรับได้

$$U_a = \frac{4.51\sqrt{f_c'}}{D}$$

$$= \frac{4.51\sqrt{280}}{1.6} = 47.17 \text{ ksc} > 40$$

$$\therefore U_a = 40 \text{ ksc}$$

หาความยาวที่รองรับ,  $L_d$

ตาม  $U_d = \frac{A_s f_s}{\phi \sum_o L_d}$

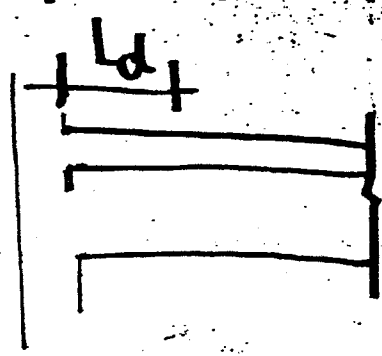
$16 \nmid \phi \sum_o = 7 \times 1.6 = 5.024$

ให้  $U_d = U_a = 40 \text{ ksc}$

$\therefore L_d = \frac{2.01 \times 3000}{0.85 \times 5.024 \times 40}$

$= 35.30 \text{ cm}$

ดังนั้นความยาวเหล็ก = 35.50 cm



\*\*\*

ตัวอย่างที่ 4.4 คานขนาดหน้าตัด 20x40 cm. ยื่นจากเสาสูง 1.75 m.

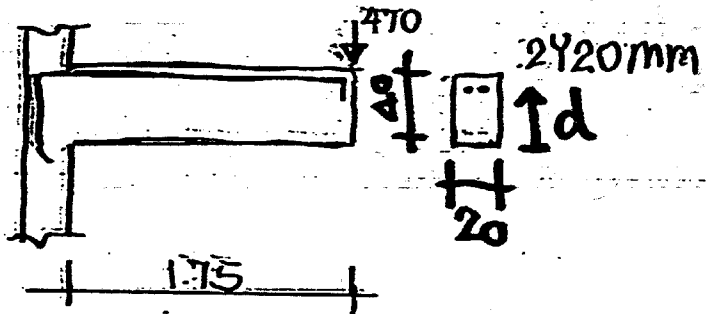
เสริมเหล็ก 2Y20 mm รับน้ำหนักจรที่เป็นจุด 470 kg ที่

ปลายคาน น้ำหนักคงที่ 450 kg/m กำหนด  $f'_c = 210 \text{ ksc}$ .

และ  $f_y = 3000 \text{ ksc}$ . ให้ตรวจสอบความปลอดภัยตามการ

บิดหมุน และคำนวณความยาวของเหล็กที่จ. ยื่นออกไปใน

เกิดการเคลื่อนตัวของเหล็กที่ฝังในคอนกรีต.



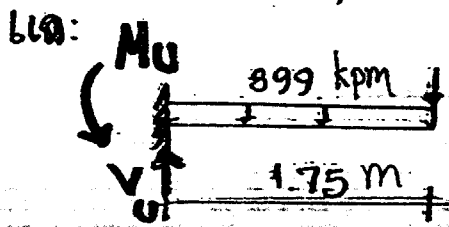
วิธีที่ 1) น.น.ตงที่ของคาน  $BL = 0.2 \times 0.4 \times 2400 = 192 \text{ kg/m}$

น.น.ตงที่  $DL = 450 \text{ kpm}$

น.น.ตงที่รวม  $D = 642 \text{ kpm}$

น.น.บรรทุกประลัย  $U_{un} = 1.4 \times 642 = 899 \text{ kg/m}$

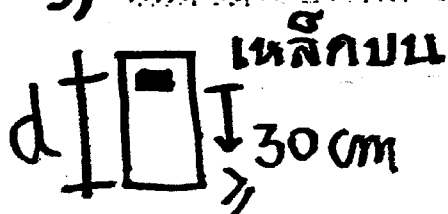
$U_p = 1.7 \times 470 = 799 \text{ kg}$



2) แรงเฉือนที่ระยะ  $V_u = 899 \times 1.75 + 799 = 2372.25 \text{ kg}$

โมเมนต์ดัดที่ระยะ  $M_u = \frac{1}{2} \times 899 \times 1.75^2 + 799 \times 1.75$   
 $= 2775 \text{ kgm}$

3) หน่วยแรงบิดหน่วยที่ระยะ  $U_u = \frac{V_u}{\phi \sum o_j d}$ ,  $d = 36 \text{ cm}$ .



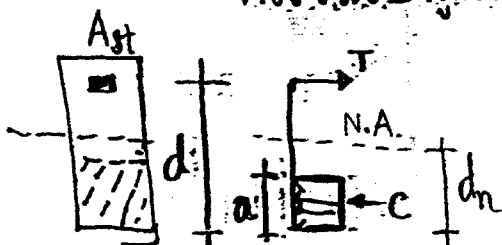
$$U_u = \frac{2372.25}{0.85 \times 12.56 \times 0.9 \times 36} = 6.88 \text{ ksc}$$

หน่วยแรงบิดหน่วยที่ยอมให้,  $U_a = \frac{4.51 \sqrt{f'_c}}{D}$

$$U_a = \frac{4.51 \sqrt{210}}{2.0} = 32.68 \text{ ksc} < 40 \text{ ksc}$$

$> U_u$  ใช้ได้

ตรวจสอบค่าหน่วยแรงในเหล็กถึงจุดคานหรือไม



$$c = T$$

$$0.85 f'_c b a = A_{st} f_s = A_{st} E_s \epsilon_s \quad (a)$$

$$\epsilon_s = 0.003 \left( \frac{d - d_n}{d_n} \right) = \frac{0.003 (36 - d_n)}{d_n}$$

แทน  $\epsilon_s$  ในสมการ (a) ได้:  $a = \beta_1 d_n = 0.85 d_n$

$$0.85 \times 210 \times 20 \times 0.85 d_n = 2 \times 3.14 \times 2.04 \times 10^6 \times 0.003 \frac{(36 - d_n)}{d_n}$$

$$3034.5 d_n^2 = 38433.6 (36 - d_n)$$

$$d_n^2 + 12.665 d_n - 455.96 = 0$$

$$\therefore d_n = 15.94 \text{ cm}$$

ดังนั้น  $\epsilon_s = \frac{0.003 (36 - 15.94)}{15.94} = 0.0038$

$$\epsilon_y = \frac{3000}{2.04 \times 10^6} = 0.00147 < \epsilon_s$$

แสดงว่า  $f_s = f_y = 3000 \text{ ksc}$

အားပေးမှု,  $L_d$

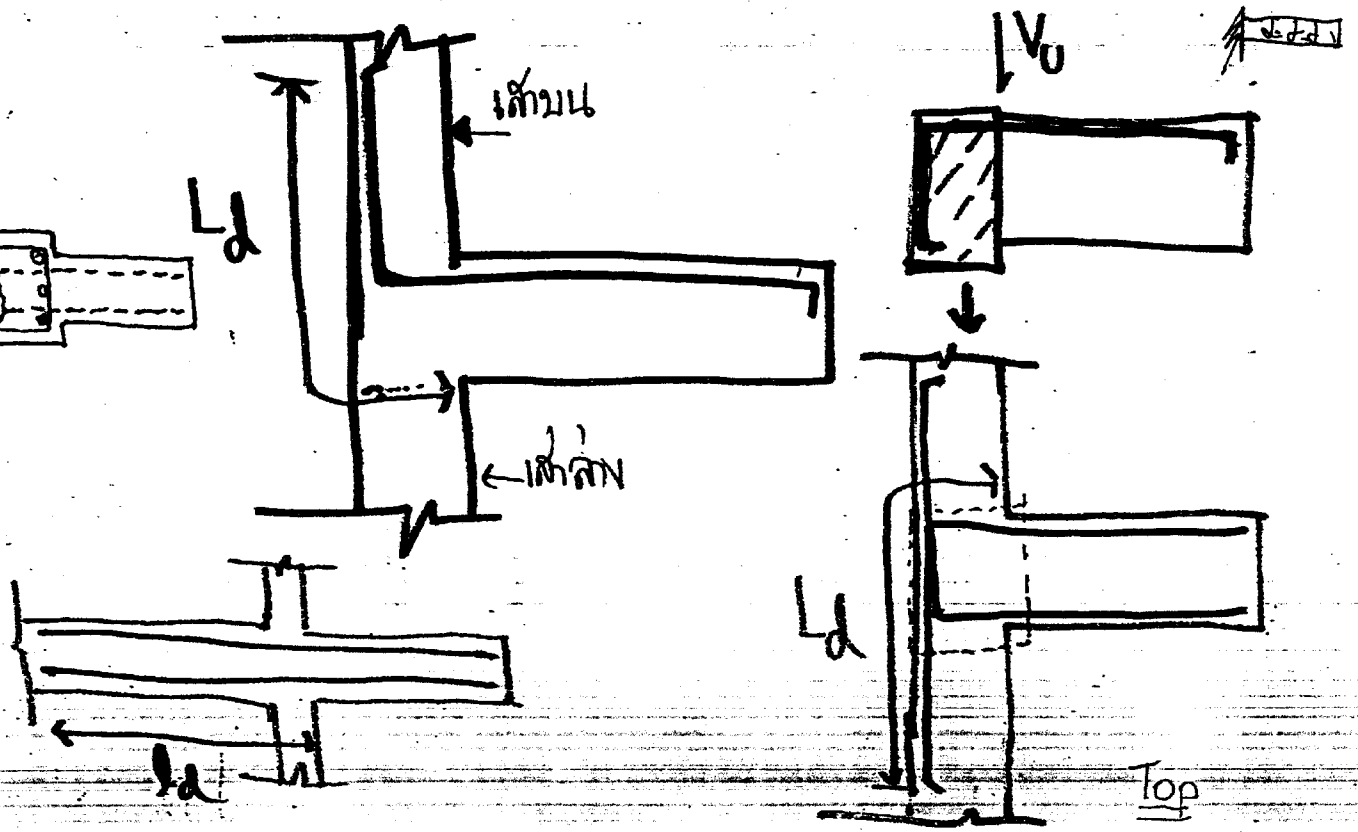
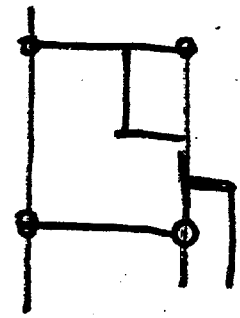
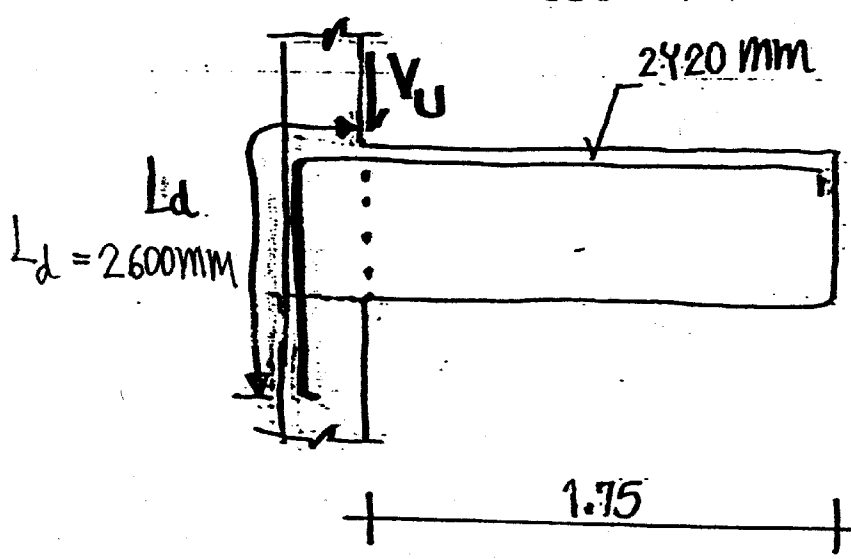
$$U_D = \frac{A_s f_s}{\phi \sum O L_d}$$

၁။  $U_D = U_U = 6.86 \text{ ksc}$

$$L_d = \frac{2 \times 3.14 \times 3000}{0.85 \times 12.56 \times 6.86}$$

$$= 257.25 \text{ cm}$$

$$L_d \approx 260 \text{ cm}$$





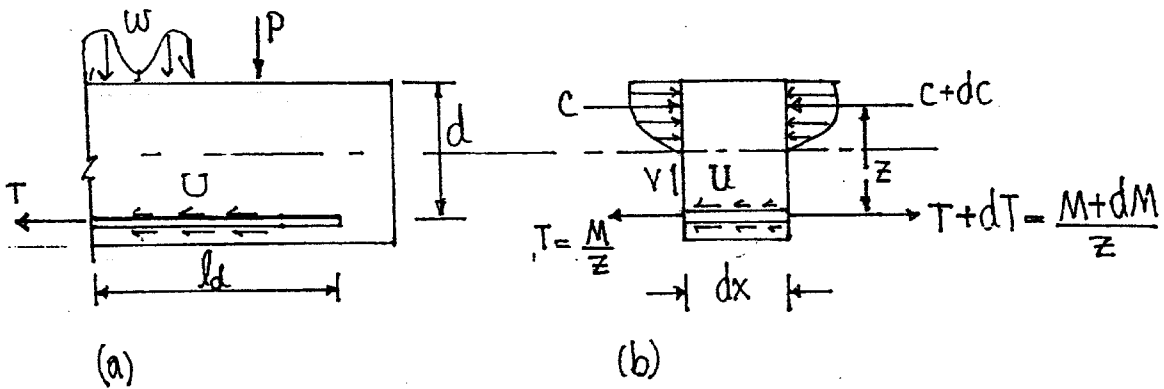
4.7 ระยะฝังตัวของเหล็กเสริม (Anchorage Bond Length)

การที่ออกแบบของค้ำคานแล้วตรวจการยึดหน่วงระหว่างคอนกรีตกับเหล็กเสริม ก็กล่าวในหัวข้อ 4.6 เป็นไปตามมาตรฐาน ว.ส.ท. 1001-16 ซึ่งมีใช้มาเป็นเวลานาน แต่จากทดลองของค้ำคานเกี่ยวกับหน่วยแรงยึดหน่วง (Bond Stress) พบว่า หากมีการจัดระยะเรียงเหล็กเสริม และระยะฝังตัวของเหล็กเสริมได้อย่างเพียงพอ การพังทลายของค้ำคานจะไม่มีผลมากนัก ดังนั้นในปัจจุบัน มาตรฐาน ว.ส.ท. 1008-38 จึงได้กำหนดให้พิจารณาถึงความยาวระยะฝังเพิ่ม (Development Length) ของเหล็กเสริมเป็น  $l_d$  ที่ฝังไว้ในคอนกรีตซึ่งทำให้เกิดแรงขึ้น

จากสมการที่ (4.26) ให้หน่วยแรงการยึดที่เกิดขึ้นจริงในคอนกรีตเสริมเหล็กเป็น  $U_n$  หน่วยแรงของเหล็กเสริมรับแรงดึงเป็น  $f_y$  และพื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมเป็น  $A_b$  ดังนั้นจะได้

$$U_n = \frac{A_b f_y}{\sum o l_d} \tag{4.27}$$

ให้  $U = u \cdot \sum o$  (4.28)



รูปที่ 4.6 หน่วยแรงยึดหน่วง

สมการที่ (4.28) เป็นหน่วยแรงยึดหน่วงเฉลี่ยต่อหนึ่งหน่วยความยาวของเหล็กเสริม โดยที่  $u$  เป็นหน่วยแรงยึดหน่วง และจากรูปที่ 4.6 พิจารณาได้ดังนี้

$$U \cdot dx = [T + dT] - T = dT$$

$$U = \frac{dT}{dx}$$

แต่ให้  $z = j \cdot d$  ดังนั้น  $T = M/z$

$$U = u \Sigma_0 = \frac{dT}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \frac{M}{z} \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{M}{j d} \right)$$

$$u = \frac{1}{\Sigma_0 j d} \frac{dM}{dx}$$

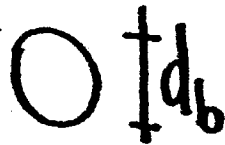
$$\frac{dM}{dx} = V$$

หรือ  $u = \frac{V}{\Sigma_0 j d}$  (a)

เห็นได้ว่า สมการ (a) ก็คือสมการที่ (4.25) นั่นเอง ซึ่ง เกิดจากการเปลี่ยนแปลงโมเมนต์ดัด ที่มีค่าเป็นสัดส่วนโดยตรง กับแรงเฉือนที่หน้าตัดที่จุดนั้น ตามรูปที่ 4.6 (a) และ (b) ได้

$$U = T/l_d = \frac{A_b f_y}{l_d} \quad (b)$$

$$A_b = \frac{\pi (d_b)^2}{4}$$



$$\Sigma_0 = \pi d_b$$

ดังนั้น  $u = u \cdot \pi d_b$

$$u \pi d_b = \frac{\pi (d_b)^2 f_y}{4 l_d}$$

$$u = \frac{d_b f_y}{4 l_d}$$

(4.29)

ให้  $u_n$  เป็น หน่วยแรงยึดหน้าจอร์สัน ที่หน้าหน้าบรทุกบร: สัมกระทำต่อ  
 - มีไม่เกินค่าที่คำนวณได้จากสมการที่ (4.29) นั่นคือ

$$u_n = \frac{d_b f_y}{4 l_d}$$

หรือ  $l_d = \frac{d_b f_y}{4 u_n}$

(4.30)

จากการทดลองปรากฏว่า ค่าสัมประสิทธิ์แรงยึดหน้าจอร์สันสูงสุดของเหล็กข้ออ้อย  
 เพียงหนึ่งเส้นมีค่าเป็น  $23.58 \sqrt{f'_c}$  kg/cm. และ ค่าสัมประสิทธิ์แรงยึดหน้าจอร์สัน  
 จะลดลงถ้าแต่ละชั้นวางเสริมเหล็กเสริมหลายเส้น ซึ่งลดลงเหลือ 80% คือ

$18.86\sqrt{f_c'} \text{ kg/cm}$ . ดังนั้นจากสมการ (b) จะได้ว่า: ความยาวเพิ่ม ดังนี้

$$l_d = \frac{A_b f_y}{U_n} \quad (c)$$

โดยที่  $U_n = 18.86\sqrt{f_c'} \text{ kg/cm}$

และเพื่อความปลอดภัยให้เพิ่มค่ากำลังอีก 15% ดังนั้นจากสมการ (c) จะได้ว่าดังนี้

$$l_d = \frac{1.15 A_b f_y}{18.86\sqrt{f_c'}} = 0.06 \frac{A_b f_y}{f_c'} \text{ cm.} \quad (d)$$

การทำให้เกิดแรงโดยทรึงของเหล็กเสริมให้ใช้ค่า  $\sqrt{f_c'}$  ได้ไม่เกินค่า  $27 \text{ kg/cm}^2$  หรือค่าที่ได้ต่ำกว่าค่าอัตราส่วนของคอนกรีต  $f_c'$  ต้องมีค่าไม่เกิน 730 ksc

#### 4.8 ความยาวระยะเพิ่มของเหล็กเสริมรับแรงดึง (Development Length in tension)

ความยาวระยะเพิ่ม  $l_d$  มีหน่วยเป็น cm. สำหรับเหล็กข้ออ้อยแดง: ข้ออ้อยรับแรงดึง ต้องกำหนดโดยมีค่าเท่ากับผลคูณของความยาวระยะเพิ่มพื้นฐาน (Basic Development Length) ให้เป็น  $l_{db}$  กับตัวคูณปรับประยุกต์ใช้แล้ว ต้องมีค่าไม่น้อยกว่า 30 cm หรือ  $l_d \geq 30 \text{ cm}$ . แต่ความยาวระยะเพิ่มพื้นฐาน  $l_{db}$  ให้คำนวณตามนี้

1) สำหรับเหล็กเส้นขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางตั้งแต่ 36 mm ลงมา ( $d_b \leq 36 \text{ mm}$ )

$$l_{db} = 0.06 \frac{A_b f_y}{\sqrt{f_c'}} \text{ cm} \quad (4.31)$$

แต่:  $l_{db} \geq 0.006 d_b f_y$

2) สำหรับเหล็กเส้นขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 43 mm.

$$l_{db} = 0.82 \frac{f_y}{\sqrt{f_c'}} \quad (4.32)$$

3) สำหรับเหล็กเส้นเขตเส้นผ่านศูนย์กลาง 57 mm

$$l_{db} = 1.21 \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \quad (4.33)$$

4) สำหรับเหล็กเส้นแบบลวดขี้ฉวย

$$l_{db} = 0.11 \frac{d_b f_y}{\sqrt{f'_c}} \quad (4.34)$$

ค่า  $l_{db}$  ที่คำนวณได้จากสมการที่ (4.31) ถึงสมการที่ (4.34) ให้คูณด้วยตัวคูณปรับประยุกต์ใช้เป็น  $\lambda_d$  ตามข้อ 4502 (ค) ถึง ข้อ 4502 (ง) ของมาตรฐาน ว.ส.ท. 1008-38 หรืออาจใช้ค่าต่อไปนี้

$$\lambda_d = \lambda_d l_{db} \geq 30 \text{ cm} \quad (4.34)$$

โดยที่พิจารณาค่า  $\lambda_d$  ดังนี้

1) สำหรับเหล็กบน (Top Reinforcement)

$$\lambda_d = 1.4$$

2) สำหรับเหล็กที่  $f_y > 4000 \text{ ksc}$

$$\lambda_d = 2 - \frac{4000}{f_y} \quad (4.35)$$

3) สำหรับคอนกรีตมวลรวมน้ำหนักเบา

$$\lambda_d = 1.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_{ct}} \geq 1.0 \quad (4.36)$$

เมื่อ  $f_{ct}$  ไม่กำหนดให้

a) คอนกรีตมวลรวมน้ำหนักเบาทั้งหมด  $\lambda_d = 1.33$

b) คอนกรีตมวลรวมน้ำหนักเบา - กทม  $\lambda_d = 1.18$

4) สำหรับเหล็กเสริมที่มีระยะเรียงเหล็กห่างเกิน 15 cm.

$$\lambda_d = 0.80$$

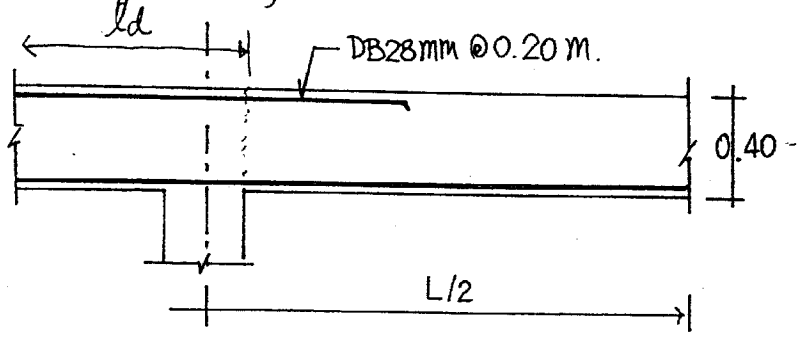
5) สำหรับเหล็กเสริมที่ถูกรัดด้วยปลอกเกลียว มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง ไม่ต่ำกว่า 6 mm และระยะห่างของปลอกเกลียวไม่เกิน 10 cm ( $S_p \leq 10 \text{ cm}$ )

$$\lambda_d = 0.75$$

6) สำหรับกรณีที่มีเหล็กเสริมเกิน อาจทำให้ได้ระยะความยาวยึดงัดเกินที่ข้อกำหนดความยาวระยะห่างเพิ่มได้

$$\lambda_d = \frac{A_s \text{ ที่ต้องมตร}}{A_s \text{ ที่เสริมจริง}} \leq 1.0 \quad (4.36)$$

ตัวอย่างที่ 4.5 จงคำนวณความยาวระยะห่างเพิ่มของเหล็กเสริมรับแรงดึงในคานดังในรูป เป็นเหล็กเสริมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง DB28 mm เสริมห่างกันระยะ 20 cm คานมีความลึก 40 cm ให้  $f_y = 5000 \text{ ksc}$  และ  $f'_c = 280 \text{ ksc}$ .



วิธีทำ ความยาวระยะห่างเพิ่ม  $l_{db}$  ของเหล็กเสริม DB28 mm คือ ( $d_b = 28 \ll 36 \text{ mm}$ )

$$l_{db} = \frac{0.06 A_b f_y}{\sqrt{f'_c}} ; A_b = \frac{\pi (2.8)^2}{4} = 6.16 \text{ cm}^2$$

$$\therefore l_{db} = \frac{0.06 \times 6.16 \times 5000}{\sqrt{280}} = 110.439 \text{ cm.}$$

$$\text{และ } l_{db} \geq 0.006 d_b f_y = 0.006 \times 2.8 \times 5000 = 84 \text{ cm ใช้ได้}$$

เนื่องจากเป็นเหล็กเสริมบน ค่าที่คำนวณได้  $l_{db}$  ต้องคูณด้วยตัวคูณปรับประยุกต์ให้  $\lambda_d = 1.4$

$$\therefore l'_{db} = \lambda_d l_{db} = 1.4 \times 110.439 = 154.615 \text{ cm}$$

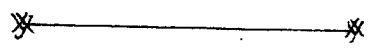
และเนื่องจาก  $f_y = 5000 \text{ ksc} > 4000 \text{ ksc}$

$$\lambda_d = 2 - \frac{4000}{f_y} = 2 - \frac{4000}{5000} = 1.2$$

ดังนั้น ความยาวระยะห่างเพิ่ม  $l_d$  จึงได้

$$l_d = \lambda_d \cdot l'_{db} = 1.2 \times 154.615 = 185.538 \text{ cm.}$$

นั่นคือ ความยาวระยะห่างเพิ่ม  $l_d$  ก็เป็น ~~คือ~~ เท่ากับ 185.538 cm.



### 4.9 ความยาวระยะเพิ่มของเหล็กเสริมรับแรงอัด (Development length in Compression)

ความยาวระยะเพิ่ม  $l_{db}$  สำหรับเหล็กข้ออ้อยที่เสริมรับแรงอัด ต้องคำนวณโดยมีค่าเท่ากับผลคูณของความยาวระยะเพิ่มพื้นฐาน  $l_{db}$  กับตัวคูณปรับประยุกต์ใช้แล้ว ต้องมีค่าไม่น้อยกว่า 20 cm. ( $l_d \geq 20$  cm) โดยที่ค่า  $l_{db}$  คำนวณได้ตามสมการต่อไปนี้

$$l_{db} = 0.075 d_b \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \tag{4.37}$$

และ:  $l_{db} \geq 0.0043 d_b f_y$  (4.38)

ถ้าในตำแหน่งนั้นมีเหล็กเสริมจำนวนมาก และความยาวระยะเพิ่มของเหล็กเสริมเกินค่าที่ต้องการ ความยาวระยะเพิ่มที่เสริมจริงอาจลดลงได้ ด้วยการคูณค่าปรับประยุกต์ใช้ หรืออาจลดลงได้ 25%. เมื่อเหล็กเสริมรับแรงอัดมีปลอกเกลียวรัดรอบตัวขนาดของเหล็กปลอกเกลียวไม่ต่ำกว่า 6 mm. และ ระยะห่างของเหล็กปลอกเกลียวไม่เกิน 10 cm. หรืออาจเขียนสมการได้ดังนี้

$$l_{db} = 0.075 d_b \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \left[ \frac{A_s \text{ ที่ต้องการ}}{A_s \text{ ที่เสริมจริง}} \right] \geq 20 \text{ cm} \tag{4.39a}$$

$$l_{db} = 0.075 d_b \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \left[ \frac{A_s \text{ ที่ต้องการ}}{A_s \text{ ที่เสริมจริง}} \right] [0.75] \geq 20 \text{ cm} \tag{4.39b}$$

$$l_{db} = 0.0043 d_b f_y \left[ \frac{A_s \text{ ที่ต้องการ}}{A_s \text{ ที่เสริมจริง}} \right] \geq 20 \text{ cm.} \tag{4.39c}$$

และ:  $l_{db} = 0.0043 d_b f_y \left[ \frac{A_s \text{ ที่ต้องการ}}{A_s \text{ ที่เสริมจริง}} \right] [0.75] \geq 20 \text{ cm} \tag{4.39d}$

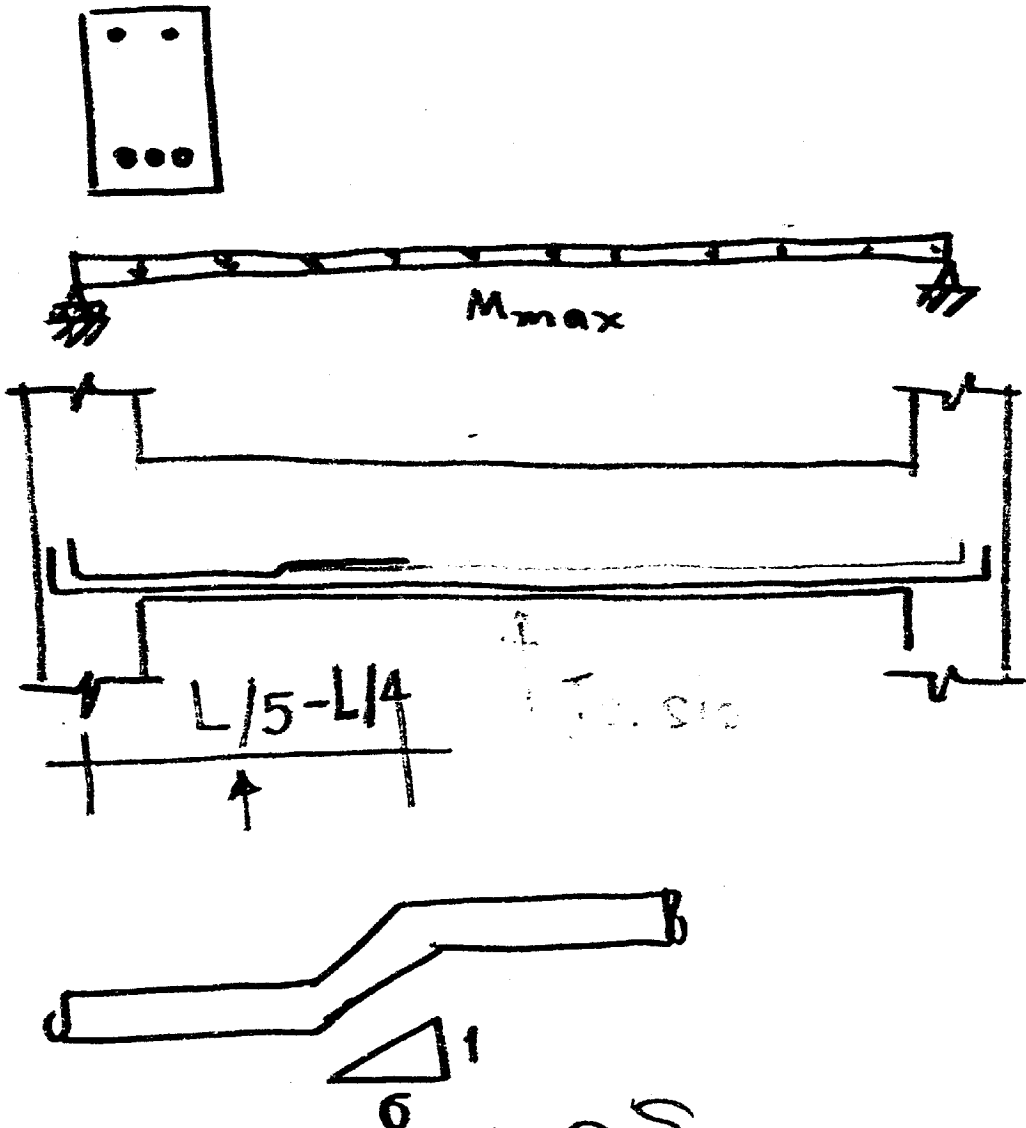
สมการที่ (4.39b) และสมการที่ (4.39d) ใช้สำหรับกรณีเสริมเหล็กปลอกเกลียวรัดรอบ

### 4.10 การต่อเหล็กเสริม (Bar Splices)

โดยทั่วไปแล้วเหล็กเสริมที่ใช้ในงานคอนกรีตมีความยาวประมาณ 10-12 m. ในสภาพการปฏิบัติงานจริงอาจต้องการความยาวมากกว่า หรือในกรณีที่ใช้เหล็กเป็นบางช่วงตามยาวจะต้องมีการต่อแต่ละช่วง จึงเป็นเหตุให้มีการต่อเหล็กเสริม การต่อเหล็กเสริมอาจทำได้โดยกรรมบท (Lap Splice) การเชื่อม (Welding) และ การต่อเชิงกล (Mechanical Connection) การต่อเหล็กเสริมให้พิจารณาคอมแรงกระทำ ดังนี้

### 4.10.1 การต่อเหล็กเสริมรับแรงดึง (Tension Splices)

การต่อเหล็กเสริมรับแรงดึงควรหลีกเลี่ยงที่บริเวณหน้าขดเหล็กเสริมมากๆ  
 แต่ควรให้เหลื่อมกันตลอดแนวของเหล็กเสริม หรือไม่ควรต่อเหล็กเสริมรับแรงดึง  
 แต่ละเส้นตรงจุดเดียวกัน

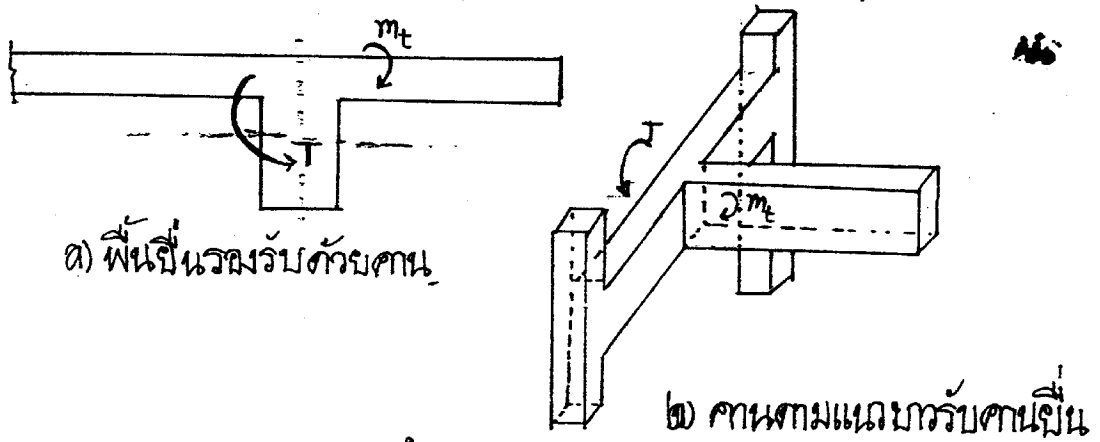


การต่อเหล็กเสริมโดยทราก

# บทที่ 5

## การวิเคราะห์และออกแบบสำหรับแรงบิด

องค์ประกอบมีโครงสร้างใดๆ ก็ตามรับน้ำหนักกระทำเชิงศูนย์กลางตามแนวแกน ซึ่งไม่เกิดภาวะสมมูลย์ของหน้าตัด จึงต้องมีแรงต้านการกระทำดังกล่าว เพื่อให้หน้าตัดเกิดสภาวะสมมูลย์ เรียกว่า แรงบิด (Torsion) ถ้ามองก็เห็นได้ชัดเจนได้แก่ คันที่มีปีก (พื้น) เป็นออกจากแกนทั้งไปข้างหนึ่ง ส่วนของพื้นหรือตามแนวแกน รองรับแกนก็ขึ้นตามแนวแกน เป็นต้น ดูรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 แรงบิดที่เกิดขึ้นในคอนกรีตเสริมเหล็ก.

การออกแบบขององค์อาคารเพื่อต้านแรงบิด ซึ่งอยู่บนพื้นฐานการจำกัดการพังทลายซึ่งพฤติกรรมของระบบโครงสร้างภายหลัง การแตกหักด้วยแรงบิด ตั้งอยู่ในนั้นของสิ่งนี้ไปนี้ คือ 1) ไม่เกิดการกระจายข้างของหน่วยแรงบิดต่อองค์อาคารภายหลังการแตกหัก 2) การกระจายข้างของหน่วยแรงบิดหรือโมเมนต์หลังการแตกหัก มีผลกระทบการเปลี่ยนรูปสอดคล้อง (Deformation compatibility) ระหว่างองค์อาคารที่ติดกัน

ผลรวมหน่วยแรงเนื่องจากแรงบิดในคอนกรีตโดยให้เงื่อนไขการสมมูลย์ซึ่งแรงบิดอาจเกิดขึ้นพร้อมๆ กับแรงอื่น ๆ เช่น โมเมนต์ดัด แรงเฉือน และแรงกระทำตามแนวแกน

### 5.1 การบิดในหน้าตัดที่มีลักษณะเนื้อเดียวกัน

พิจารณาโมเมนต์บิดที่กระทำต่อเฟลกาที่สี่รสดูเป็นเนื้อเดียวกัน ดังรูปที่ 5.2 ทำให้เกิดหน่วยแรงเฉือน บนพื้นที่หน้าตัด ซึ่งหาได้ดังนี้



กรณีหน้าตัดเพลากลม ก่อนแคะหลังการบิดหน้าตัดยังคงเหมือนเดิม หน่วยแรงเฉือนเป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะจากศูนย์กลาง แต่ในทิศทางตั้งฉากกับกับเส้นรัศมี ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลาง  $d$  ของพลาทมี ดังรูปที่ 5.2(b) และหน่วยแรงเฉือน  $v_t$  มีค่ามากที่สุดที่ผิวรอบนอก คือ

$$T = \int_A r v_t dA = \int_A r \left( \frac{2v_t}{d} r \right) dA$$

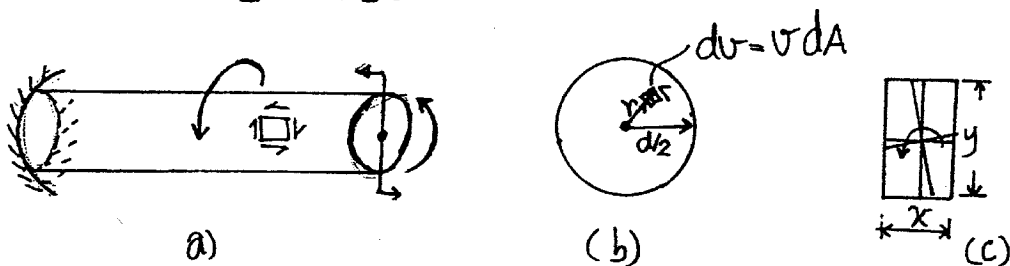
$$= \frac{2v_t}{d} \int_A r^2 dA = 2J v_t / d$$

เมื่อ  $J$  - Polar moment of inertia ซึ่งได้จาก

$$J = \int_A r^2 dA = \int_0^{d/2} r^2 (2\pi r) dr$$

$$J = \int_A \rho^2 dA$$

$$= \left[ \frac{2\pi r^4}{4} \right]_0^{d/2} = \pi d^4 / 32$$



รูปที่ 5.2 หน่วยแรงบิดของหน้าตัดที่มีรัศมีเป็นเนื้อเดียวกัน

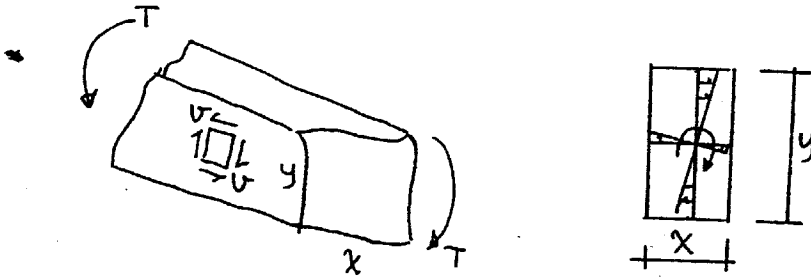
ดังนั้นหน่วยแรงเฉือนกับการบิดได้แก่

$$T = 2v_t J / d$$

$$T = v_t \pi d^3 / 16$$

$$\text{หรือ } v_t = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (5.1)$$

กรณีหน้าตัดคานเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แรงบิดจะทำให้หน้าตัดคานเกิดการบิดเบี้ยว (warp) ซึ่งหน้าตัดของคานจะไม่เหมือนเดิมภายหลังการบิดเกิดขึ้นแล้ว นั่นคือระนาบของหน้าตัดก่อนแคะหลังจากการบิดเกิดขึ้นจะเปลี่ยนไป หน่วยแรงเฉือนเกิดจากการบิด หาได้ดังนี้



รูปที่ 5.3 การเปลี่ยนรูปของหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าหลังจากเกิดการบิด

$$V_t = \frac{T}{\infty y x^2} \tag{5.2}$$

เมื่อ  $T$  = แรงบิดที่กระทำต่อหน้าตัด

$V_t$  = หน่วยแรงเฉือน

$d$  = เส้นผ่านศูนย์กลาง

$x, y$  = ความกว้าง และ ความลึกของหน้าตัด ตามลำดับ

$\infty$  = สัมประสิทธิ์หน้าตัดของหน่วยแรงบิด ดังตารางที่ 5.1

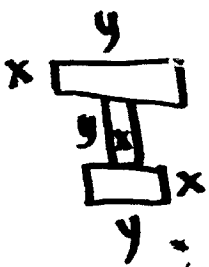
ตารางที่ 5.1 สัมประสิทธิ์หน้าตัดสี่เหลี่ยม ของหน่วยแรงบิด

$y/x$	1.0	1.2	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	10.0	$\infty$
$\infty$	0.208	0.219	0.231	0.246	0.258	0.267	0.282	0.291	0.312	0.333

สำหรับหน้าตัดคานรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า การวิเคราะห์หน่วยแรงเฉือนก็หาได้เช่นเดียวกับคานหน้าตัดสี่เหลี่ยม ซึ่งหน่วยแรงเฉือนสูงสุด จะเกิดขึ้นที่กึ่งกลางของคานของรูปสี่เหลี่ยม ประกอบหลายรูป ที่มีคานกว้างมากที่สุด ค่าเกณฑ์ได้ดังนี้

$$V_t = \frac{T X_m}{1/3 \sum x^3 y} \tag{5.3}$$

เมื่อ  $X_m$  = ความกว้างมากที่สุดของรูปสี่เหลี่ยมประกอบ



$\Sigma X^3y$  - ผลรวมของเทอม  $x^3y$  ที่ติดทุกรูปสี่เหลี่ยมที่ประกอบเป็นพื้นที่หน้าตัด  
ค่าผลรวม  $x^2y$  ของหน้าตัดของรูปทรงแปด ค.

5.2 สติฟเนสการบิดของหน้าตัดวัสดุเนื้อเดียวกัน (Torsional Stiffness of Homogeneous Beams)

ได้อัตราการบิดการบิดที่มีสติฟเนสการบิด (Torsional Stiffness),  $K_t$  เป็นอัตราส่วนของ  
โมเมนต์บิด,  $T$  ต่อมุมการบิด  $\theta$  ในหนึ่งหน่วยความยาว  $L$  ค่าความแข็งการบิด  
(Torsional Rigidity) แสดงในรูป  $GJ$  เมื่อ  $G$  เป็นโมดูลัสแห่งการเฉือน (Shear Modulus)  
และ  $J$  ค่าคงที่ของการบิด (Torsional Constant) ดังนั้น  $\theta$  เป็นผลรวมมุมการบิด  
ในหนึ่งหน่วยความยาว  $L$  ก็จะได้ว่า

$$K_t = T/\theta = GJ/L \tag{5.4}$$

ถ้าหน้าตัดเป็นวงกลม ค่า  $J$  คือโพลาโมเมนต์ของมวลเฉื่อย (Polar moment of inertia) มีค่าเท่ากับ

$$J = \pi d^4/32 \tag{5.5}$$

ถ้าหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า ค่าคงที่การบิด  $J$  ของหน้าตัดจะสัมพันธ์กับขนาด  $x$  และ  $y$   
และ  $\beta$  ดังนี้

$$J = \beta x^3y \tag{5.6}$$

เมื่อ  $\beta$  เป็นสัมประสิทธิ์หน้าตัดของการบิดขึ้นอยู่กับขนาด  $x$  และ  $y$  ดัง  
ที่แสดงในตารางที่ 5.2

ตารางที่ 5.2 สัมประสิทธิ์  $\beta$  ของหน้าตัดของการบิด.

$y/x$	1.0	1.2	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	10.0	$\infty$
$\beta$	0.1406	0.1661	0.1958	0.229	0.249	0.263	0.281	0.291	0.312	0.333

ในการใช้หน้าตัดเป็นรูป  $T, L$  หรืออื่นๆ ค่าคงที่การบิด  $J$  ประมาณค่าได้กับ  
สมการต่อไปนี้

$$J = \Sigma 1/3 X^3y \tag{5.7}$$

เมื่อ  $x$  และ  $y$  เป็นความกว้างและ ความลึกของแต่ละส่วนประกอบ ของรูปสี่เหลี่ยม  
ที่แบ่งพิจารณา แต่เนื่องจากค่า  $J$  ในสมการ (5.7) มากกว่าค่าจริงเล็กน้อย ดังนั้นเพื่อ

ให้แก้ที่ตรงกับสมการเป็นจริง ค่าเฉลี่ยได้คือ

$$J = \sum \frac{1}{3} X^3 y (1 - 0.63 X/y) \quad (5.8)$$

### 5.3 แรงบิดในชิ้นส่วนคอนกรีตเสริมเหล็ก

โดยมากแล้วแรงบิดที่เกิดขึ้นในโครงสร้างคอนกรีตจะเกิดร่วมกับโมเมนต์ดัด และแรงเฉือน ความต้านทานของคอนกรีตส่วนใหญ่จะบิดเมื่อกระทำร่วมกับแรงอื่น ๆ หรือกล่าวคือ โมเมนต์บิดภายนอก จึงต้องเสริมเหล็กเพื่อช่วยรับแรงบิด ทั้งเสริมเหล็กในแนวตามยาวและตามขวาง จึงแยกแยะกระทำดังต่อไปนี้

$$T_s = T_n - T_c \quad (5.9)$$

เมื่อ  $T_n = T_u / \phi$  แรงบิดที่กระทำต่อหน้าตัด

$T_c$  = แรงบิดต้านทานด้วยคอนกรีต

$T_s$  = แรงบิดต้านทานด้วยเหล็กเสริม

$$\phi = 0.85$$

### 5.4 แรงบิดของแกนคอนกรีตไม่เสริมเหล็ก

แกนคอนกรีตเป็นแกนที่เข้าส่วนผสมของซีเมนต์ ทราย หินและน้ำ ผสมคลุกเคล้าเป็นคอนกรีต จึงไม่เป็นลักษณะวัสดุที่มีคุณสมบัติเฉพาะเนื้อเดียวกัน จากการทดสอบ พบว่า หน่วยแรงเฉือนประลัยที่เกิดจากแรงบิดประลัย ที่ได้กล่าวมา

$$V_{cu} = \frac{T_u}{\phi (x^2 y / 3)} = \frac{3 T_u}{\phi \Sigma x^2 y} \quad (5.10)$$

เมื่อ  $V_{cu}$  = หน่วยแรงเฉือนประลัย

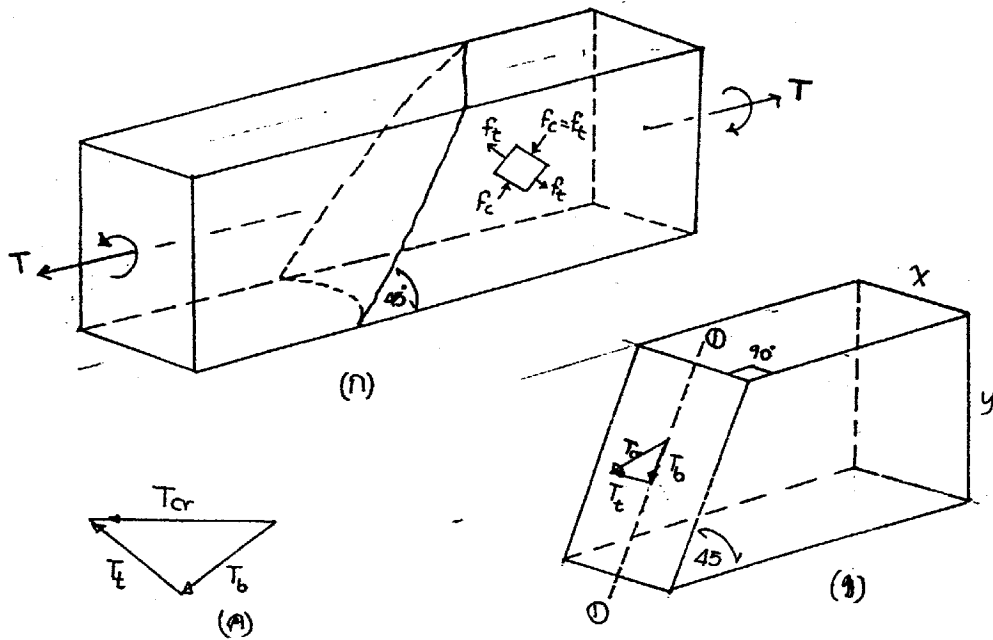
$T_u$  = แรงบิดประลัยที่กระทำต่อหน้าตัดแกน

$\phi = 0.85$  แฟคเตอร์ความปลอดภัย

$\Sigma x^2 y$  = ผลรวมของเทอม  $x^2 y$  ของหน้าตัด

พิจารณากอนกรีตดังรูปที่ 5.4 ถูกกระทำด้วยแรงบิดทำให้เกิดหน่วยแรงเฉือนอย่างเดียวก (Pure Shear) จากการวิเคราะห์ได้หน่วยแรงดึง และหน่วยแรงอัดหลัก

มีค่าเท่ากับหน่วยแรงเฉือน ในระนาบทำมุม  $45^\circ$  ซึ่งเกิดหน่วยแรงดึง/แรง จากการทำงานของ  
เมื่อเพิ่มแรงบิดจนถึงแรงวิกฤติ,  $T_{cr}$  ปรากฏว่าคอนกรีตจะเกิดการแตกหักในแนวทแยง  
เป็นรูปเกล็ดรอบตัวคอน



รูปที่ 5.4 การแตกหักด้วยการบิดของคอนกรีตที่ไม่เสริมเหล็ก

จากทฤษฎี กำลังบิดของคอนกรีตรูปสี่เหลี่ยมที่ไม่เสริมเหล็ก ให้แรงบิดกระทำจนถึงจุดการพังทลาย ธรรมชาติที่เกิดการวิบัติมีลักษณะบิดเบี้ยว (Warped Surface) และ Hsu ก็ได้เสนอทฤษฎีการบิดเฉียง (Skew bending theory) รูปที่ 5.4 (ก) โดยสมมติให้ผิวบิดเบี้ยวเป็นผิวเรียบเอียงทำมุม  $45^\circ$  กับแนวแกนในระนาบ ดังรูปที่ 5.4 (ข) ถ้าให้แรงบิด  $T_{cr}$  กระทำตามแนวแกน บนระนาบเอียงที่ภาคตัด 0-0 แยกแรงประกอบได้  $T_b$  เป็นองค์การตั้งรอบแกน 0-0 และ  $f_t$  เป็นองค์การบิด ดังนั้นเวกเตอร์ของแรงตั้งจะเขียนดังนี้

$$T_b = T_{cr} \cos 45^\circ$$

และ  $f_t = T_{cr} \sin 45^\circ$

โมดูลัสของหน้าตัดที่ระนาบการพังทลาย คือ

$$Z = x^2 y \operatorname{cosec} 45^\circ / 6 \quad \left( \frac{bh^2}{6} \right)$$

และหน่วยแรงดึงสูงสุดในคอนกรีต

$$f_{tb} = T_b / Z = 6 T_{cr} \cos 45^\circ \sin 45^\circ / x^2 y$$

หรือ  $f_{tb} = \frac{3 T_{cr}}{x^2 y}$  (5.11)

ค่ากำลังดึงมีค่าเท่ากับ  $1.99\sqrt{f'_c}$  ของค่าโมดูลัสแตกหัก  $f_r$  และหากทดสอบพบว่ากำลังดึงในคอนกรีตลดลงประมาณ 15% เนื่องจากแรงอัด ดังนั้นโดยประมาณค่าหน่วยแรงดึงสูงสุดให้ใช้  $f_{tb} \approx 0.80 f_{cr} = 1.59\sqrt{f'_c}$  เป็นค่าที่คอนกรีตเริ่มแตกหัก กล่าวคือ

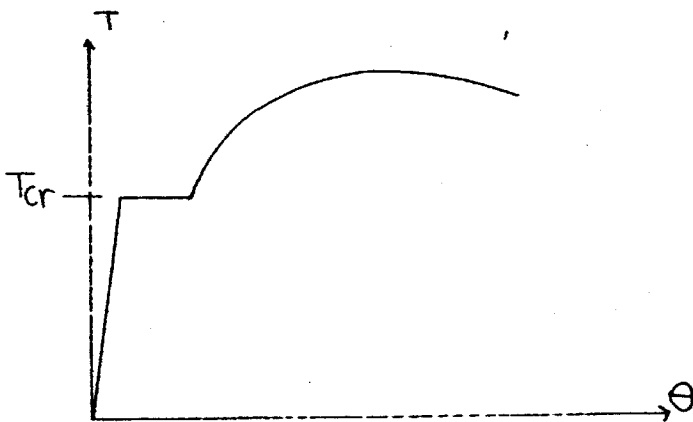
$$f_{tb} = \frac{3 T_{cr}}{x^2 y} = 1.59\sqrt{f'_c} \approx 1.60\sqrt{f'_c}$$

หรือ  $T_{cr} = 0.53\sqrt{f'_c} x^2 y$  (5.12)

เมื่อ  $T_{cr}$  - แรงบิดที่ทำให้คอนกรีตไม่เสริมเหล็กเริ่มแตกหัก

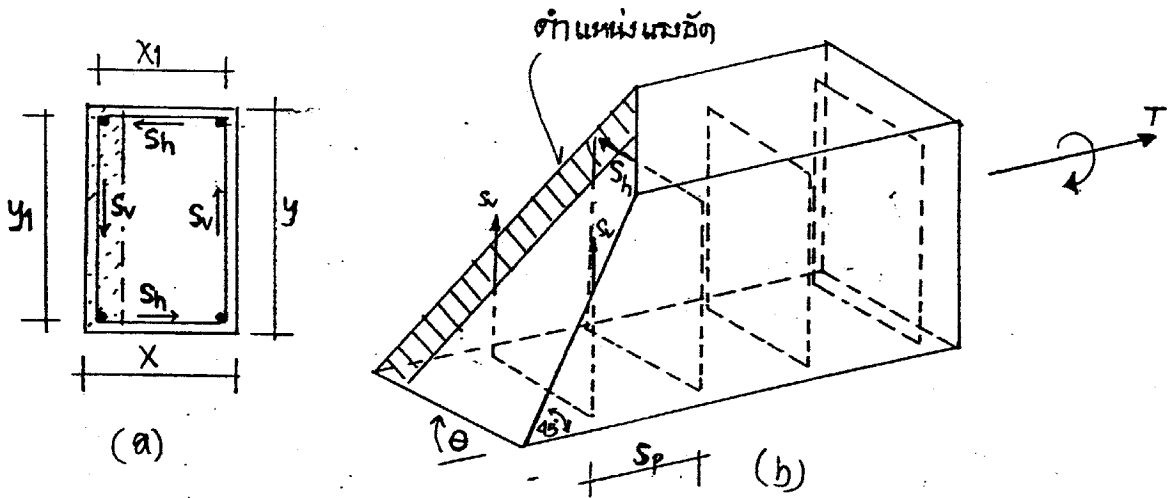
### 5.5 แรงบิดในคอนกรีตเสริมเหล็ก

การเพิ่มกำลังต้านแรงบิดด้วยคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงบิดในรูปแบบเหล็กปลอกหรือเสริมตามแนวทแยง สามารถรับแรงบิดภายนอกได้เพิ่มขึ้น จากทดสอบคอนกรีตเสริมเหล็ก พบว่าคอนกรีตเริ่มแตกหัก เมื่อแรงบิดมีค่าใกล้เคียงกับค่าในสมการ (5.12) ความต้านทานการบิดของคอนกรีตเสริมเหล็กภายหลังการแตกหักทำให้คอนกรีตที่รับหน่วยแรงอัดลดลง ส่งผลให้การกระจายแรงบิดภายในปลอกกลับเป็นการบิดเป็นเส้นบิด ดังรูปที่ 5.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดกับมุมแห่งการบิดของหน้าตัด หลังจากการกระจายหน่วยแรงบิดภายในเหล็กเสริมสิ้นสุดลง ซึ่งคอนกรีตไม่สามารถรับได้สูงสุด เมื่อแรงบิดกระทำเกินกำลังต้านก็จะพังในระนาบตามรูปที่ 54(ก)



รูปที่ 5.5 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดและมุมแห่งการบิดในคอนกรีต

กรณีเศษที่เหลือที่ทำงานกับเหล็กเสริมลุดตั้ง ทำให้โดยการใช้สมมูลของแรงภายในหน้าตัด รูปที่ 5.6 ส่วนที่แตกกระจายอยู่ในระนาบเฉิมที่ตำแหน่งแรงอัดของคอนกรีต และเหล็กลุดตั้งเกิดแรงในแนวราบ  $S_h$  และแนวตั้ง  $S_v$  ของเหล็กลุดตั้งทั้งหมด



รูปที่ 5.6 แรงภายในเหล็กเสริมรับแรงบิด

แรงบิดในเหล็กลุดตั้งแนวราบ  $T_h = \rho_h S_h y_1$

จำนวนเหล็กลุดตั้งแนวราบ,  $\rho_h = x_1 \cot \theta / s_p$

แรงในแนวราบของเหล็กลุดตั้ง,  $S_h = A_t f_{sh}$

ดังนั้น 
$$T_h = \frac{x_1 \cot \theta}{s_p} A_t f_{sh} y_1 = K_h \frac{x_1 y_1}{s_p} A_t f_y \quad (5.13a)$$

เมื่อ  $A_t$  = พื้นที่เหล็กลุดตั้งหนึ่งขา

$f_{sh}$  = หน่วยแรงดึงของเหล็กลุดตั้งในแนวราบ

$f_y$  = หน่วยแรงดึง

$$K_h = \cot \theta (f_{sh} / f_y)$$

แรงบิดในเหล็กลุดตั้งแนวตั้ง,  $T_v = \rho_v S_v x_v$

จำนวนเหล็กลุดตั้งแนวตั้ง,  $\rho_v = y_1 / s_p$

แรงในแนวตั้งของเหล็กลุดตั้ง,  $S_v = A_t f_y$

ดังนั้น 
$$T_v = \frac{y_1}{s_p} A_t f_y x_v = \frac{y_1}{s_p} A_t f_y K_v x_1 \quad (5.13b)$$

เมื่อ  $x_v$  = ส่วนภายในของแกน  $S_v$

$$K_v = X_v / X_1$$

แต่แรงบิดบนหน้าตัดมีค่า  $T_s = T_h + T_v$  จากสมการ (5.13a) และสมการ (5.13b)

$$จ:ได้ \quad T_s = K_h \frac{X_1 y_1}{S_p} A_t f_y + K_v \frac{X_1 y_1}{S_p} A_t f_y$$

$$T_s = \omega_t \frac{X_1 y_1}{S_p} A_t f_y \quad (5.14)$$

$$\text{เมื่อ } \omega_t = K_h + K_v$$

จากการทดสอบคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงบิดโดย T.T.C. Hsu พบว่าค่า  $\omega_t$  ขึ้นอยู่กับอัตราส่วนหน้าตัด  $y_1/x_1$  ดังนี้

$$\omega_t = 0.66 + 0.33 y_1/x_1 \leq 1.50 \quad (5.15)$$

คุณสมบัติของแรงบิดของคอนกรีตเสริมเหล็กขึ้นอยู่กับเนื้อแกนเหล็กเป็นสำคัญหลังจากการแตกหัก: ทดลองเพื่อประมาณค่าหนึ่งของ  $T_{cr}$  (สมการ (5.12)) เพื่อความปลอดภัยเพิ่มขึ้น จึงกำหนดให้ใช้ 40% ของ  $T_{cr}$  เท่านั้นของสมการ (5.12)

$$\begin{aligned} T_o &= 0.4 (0.55 \sqrt{f_c'} X^2 y) \\ &= 0.212 \sqrt{f_c'} X^2 y \end{aligned} \quad (5.16)$$

ผลรวมกำลังบิดของคอนกรีตเสริมเหล็ก มีค่า

$$T_h = T_o + T_s$$

$$T_h = 0.212 \sqrt{f_c'} X^2 y + \omega_t \frac{X_1 y_1}{S_p} A_t f_y \quad (5.17)$$

ดังที่กล่าวมาแล้วว่าแรงบิดส่วนที่เกิดความเสียหายของคอนกรีต ถูกต้านทานด้วยเหล็กเสริมตามแนวราบและเหล็กดุกตั้ง ซึ่งเหล็กเสริมตามแนวราบช่วยยึดให้เหล็กดุกตั้งมีความสามารถต้านทานแรงบิดและช่วยรับแรงบิดในรูปแบบเฉือน และยังคงควบคุมการแตกหักได้ อีก จากการทดสอบพบว่าปริมาณของเหล็กเสริมตามแนวราบในคอนกรีตเสริมเหล็กดุกตั้งในหนึ่งหน่วยความยาว มีค่าประมาณ 0.70 ถึง 1.50 ของปริมาณเหล็กดุกตั้งหนึ่งปลอก คอนกรีตจึงมีความสามารถรับแรงบิดได้ตามสมการ (5.17) ดังนั้นจึงกำหนดให้พื้นที่เหล็กเสริมตามแนวราบ มีค่าดังนี้

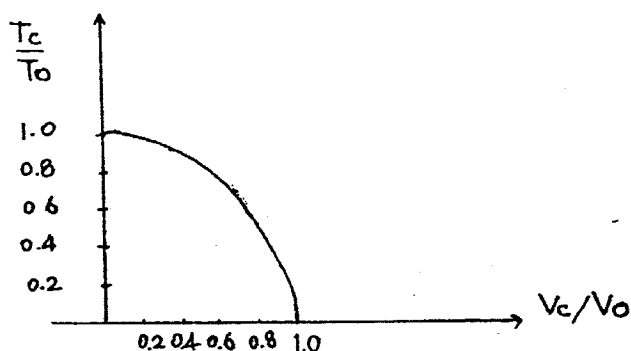
$$A_g = 2 A_t \left( \frac{X_1 + y_1}{S_p} \right) \quad (5.18)$$

$$\text{เมื่อ } A_t = \text{พื้นที่เหล็กเสริมตามแนวราบ}$$



### 5.6 คอนทอนกรีตไม่เสริมเหล็กเมื่อมีแรงบิดกระทำร่วมกับแรงเฉือน

แรงกระทำเชิงคดงัดทำให้เกิดแรงบิดและแรงเฉือน ในองค์อาคารไม่แตก  
 ราวแรงเฉือนบิดทำให้เกิดหน่วยแรงเฉือน จากผลการทดสอบโดย Ferguson ค่า  
 กำลังบิดและกำลังเฉือนมีคัมสัมพันธ์เป็นเส้นโค้ง ดังรูปที่ 5.7 ค่ากำลังบิดและ



รูปที่ 5.7 คัมสัมพันธ์ของแรงบิดและแรงเฉือน

กำลังเฉือนเป็นอัตราส่วนกับเลขไร้มิติ ซึ่งหากจัมกำลังบิดและกำลังเฉือนของคอนกรีตไม่เสริมเหล็ก โดยทั้งสองค่ามีคัมเป็นอิสระจากกันคือ

$$V_o = 0.5\sqrt{f'_c} b d \quad (5.19a)$$

$$\text{และ: } T_o = 0.212\sqrt{f'_c} x^2 y \quad (5.19b)$$

แต่ให้  $V_c$  เป็นคัมสามารถต้านทานแรงเฉือน,  $T_c$  เป็นคัมสามารถต้านทาน  
 การบิดภายใต้หน้าหักกระทำร่วม เมื่อองค์อาคารอยู่ภายใต้แรงเฉือนตัดและแรงบิด  
 คัมเกี่ยพันแสดงได้ดังรูปวงกลมในเทอมของแรงเฉือนคือ

$$(V_c/V_o)^2 + (T_c/T_o)^2 = 1.0 \quad (5.20)$$

ทำให้  $V_{tc} = T_c / bwd$  เป็นหน่วยแรงเฉือนกับแรงบิด จากสมการ  
 (5.20) จะได้

$$V_{tc} = \frac{V_o}{\sqrt{1 + \left(\frac{1.2V_c}{V_{tc}}\right)^2}} \quad (5.21)$$

แต่ค่า  $V_c$  จะได้ว่า

$$V_c = \frac{V_{co}}{\sqrt{1 + \left(\frac{V_{tc}}{1.2V_c}\right)^2}} \quad (5.22)$$

เมื่อ  $V_c$  - ค่ากำลังเฉือนเนื่องจากแรงบิดของคอนกรีต

$V_c$  = ค่ากำลังเฉือนของคอนกรีต

### 5.7 คอนกรีตเสริมเหล็กเมื่อมีแรงบิดกระทำร่วมกับแรงเฉือน

องค์การ ภาววิบัติการบิดซึ่งเสริมเหล็กทุกตั้งและเหล็กตามแนวคดตามหัวข้อ

5.5 มีกำลังบิด  $T_n$  กระทำ ซึ่งแบ่งออกไปสองส่วนคือ ส่วนที่ต้านกำลังบิดด้วยคอนกรีต,  $T_o$  และ ส่วนที่ต้านกำลังบิดด้วยเหล็กเสริม,  $T_s$  ดังสมการ (5.14), (5.16) และสมการ (5.17)

สำหรับองค์การซึ่งถูกกระทำด้วยแรงเฉือนประลัย  $V_u$  และแรงบิดประลัย  $T_u$  เพื่อหาทั้งสองต้านแรงดังกล่าว จากสมการ (5.20) จึงต้องหาค่า  $V_c$  และ  $T_c$  ซึ่งต้านกำลังด้วยคอนกรีต จัดเทอมสมการ (5.20) เสียใหม่จะได้

$$V_c = \frac{V_o}{\sqrt{1 + (V_o/T_o)^2 (T_c/V_c)^2}} \quad (5.22a)$$

$$\text{และ: } T_c = \frac{T_o}{\sqrt{1 + (T_o/V_o)^2 (V_c/T_c)^2}} \quad (5.22b)$$

$$\text{โดยที่ } V_o = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$\text{และ: } T_o = 0.212 \sqrt{f'_c} x^2 y$$

ในสมการ (5.22b) มีเทอม  $T_o/V_o$  ดังนั้น

$$T_o/V_o = \frac{0.212 \sqrt{f'_c} x^2 y}{0.53 \sqrt{f'_c} b_w d} = 0.4 x^2 y / b_w d \quad (5.22c)$$

$$\text{ทำให้ } G_t = b_w d / x^2 y \text{ จ.ได้ทันที} \quad (5.22d)$$

$$T_o/V_o = 0.4 / G_t \quad (5.22e)$$

ค่ากำลังเฉือนของคอนกรีตขึ้นอยู่กับอัตราส่วน  $V_c/T_c$  ดังนั้นสมมติให้อัตราส่วนนี้เท่ากับอัตราส่วนของแรงเฉือนประลัยต่อกำลังบิดประลัยคือ

$$V_c/T_c = V_u/T_u \quad (5.23)$$

ลํมการ(5.22 a) และลํมการ(5.22b) นิยมใหม่ได้

$$V_c = \frac{0.53\sqrt{f_c'} b w d}{\sqrt{1 + (2.5C_t T_u / V_u)^2}} \quad (5.24)$$

และ

$$T_c = \frac{0.212\sqrt{f_c'} x^2 y}{\sqrt{1 + (0.4V_u / C_t T_u)^2}} \quad (5.25)$$

จากลํมการ(5.9) เราก็สามารถหาแรงบิดกันทนด้วยเหล็กเสริมได้เมื่อทราบค่า  $T_c$  นั่นคือ

$$T_s = T_u / \phi - T_c = T_n - T_c \quad (5.26)$$

เมื่อ  $T_u$  = ค่าลํมบิดประลํลยที่กระทำต่อหน้าตัด

$$\phi = 0.85$$

$$T_s \leq 4T_c$$

### 5.8 การออกแบบเหล็กเสริมรับแรงบิด

พิจารณาตอนบนกรีตเสริมเหล็กตามแนวท,  $A_s$  เสริมเหล็กทุกทั้งระนาบ  $S_p$  มีพื้นที่เหล็กทุกทั้ง,  $2A_t$  ต่อหนึ่งปลอกซึ่งกว้าง  $x_1$  และลึก  $y_1$  โดยข้อกำหนดปริมาณเหล็กเสริมตามแนวทเท่ากับปริมาณเหล็กทุกทั้ง นั่นคือ

$$2A_t (x_1 + y_1) = A_s S_p$$

$$2A_t = \frac{A_s S_p}{x_1 + y_1} \quad (5.27)$$

หรือก็คือลํมการ(5.18)

$$A_s = \frac{2A_t (x_1 + y_1)}{S_p}$$

ผลรวมเหล็กเสริมรับแรงบิด

$$A_s = 2A_t + \frac{A_s S_p}{x_1 + y_1} \quad (5.28)$$

สำหรับ  $A_t$  ตามมาตรฐาน ACI ซึ่งรับแรงบิดร่วมกับแรงเฉือนหาได้จาก

$$2A_t = \frac{14S_p x \left( \frac{T_u}{T_u + V_u / 3C_t} \right)}{f_y} \quad (5.29)$$

5. กำหนดเหล็กเสริมตามแนวน

$$A_x = 2A_t \left( \frac{x_1 + y_1}{s_p} \right)$$

หรือ

$$A_x = \left[ \frac{28 \times s_p}{f_y} \left( \frac{T_u}{T_u + V_u/3G_t} \right) - 2A_t \right] \left( \frac{x_1 + y_1}{s_p} \right)$$

6. กำหนดเหล็กเสริมตามข้อกำหนด

a) ระยะห่าง  $s_p$  ต้องไม่มากกว่า  $(x_1 + y_1)/4$

b)  $f_y \geq 4000$  ksc

ตัวอย่างที่ 5.1 คานตั้งรูป มีแรงเฉือนประลัย  $V_u = 675$  Ton มีเหล็กเสริมรับโมเมนต์ดัด,  $A_{st} = 20.15 \text{ cm}^2$  และรับแรงบิดดังนี้

ก)  $T_u = 5.72$  Ton-ทวิสมตูลย์

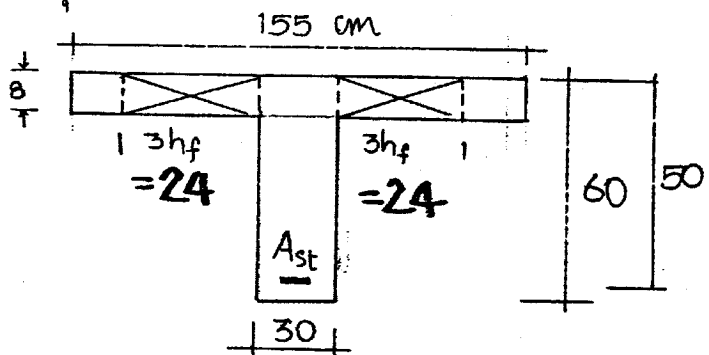
ข)  $T_u = 0.85$  Ton-m

ค)  $T_u = 3.40$  Ton-m

กำหนดให้

$$f'_c = 280 \text{ ksc}$$

$$f_y = 4000 \text{ ksc}$$



จงออกแบบปริมาณเหล็กเสริมที่ดัดงก

วิธีทำ

ก). กรอบ  $T_u = 57200 \text{ kg-m}$

ผลรวมพื้นที่โมเมนต์บิด

$$\begin{aligned} \Sigma X^2 y &= 30^2 \times 60 + 8^2 \times 24 + 8^2 \times 24 \\ &= 57072 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

ตรวจสอบค่าโมเมนต์บิด

$$T_u > \phi (0.133 \sqrt{f'_c} \Sigma X^2 y) = 0.85 \times 0.133 \sqrt{280} \times 57072$$

$$5720 > 107962.4 \text{ kg-cm} = 1080 \text{ kg-m}$$

ดังนั้นต้องเสริมเหล็กดัดทั้งเพื่อยับต้านแรงบิด

ออกแบบเหล็กคานตั้ง

$$T_n = T_u / \phi = 5720 / 0.85 = 6729.41 \text{ kg-m}$$

แรงบิดต้านทานคานคอนกรีต จากสมการ (5.25)

$$T_c = \frac{0.212 \sqrt{f'_c} \Sigma X^2 y}{\sqrt{1 + (0.4 V_u / C_t T_u)^2}}$$

$$C_t = b_w d / \Sigma X^2 y = 30 \times 50 / 57072$$

$$= 0.02628$$

$$0.4 V_u / C_t T_u = 0.4 \times 6750 / (0.02628 \times 5720 \times 100) = 0.17961$$

$$\text{ดังนั้น } T_c = \frac{0.212 \sqrt{280} \times 57072}{\sqrt{1 + (0.17961)^2}} = 199278.71 \text{ kg-cm}$$

$$= 1993 \text{ kg-m}$$

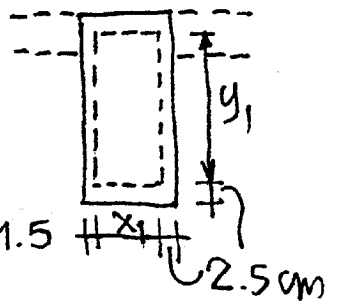
$$\text{ดังนั้น } T_s = 6729.41 - 1993 = 4736.4 \text{ kg-m} \quad (4 T_c = 4 \times 1993 = 7972)$$

ระยะคานกรีตหุ้มผิว 2.5 cm ให้ 12 mm เป็นเหล็กปลอก

$$X_1 = 30 - 2(1.2 + 2.5) = 22.6 \text{ cm}$$

$$y_1 = 60 - 2(1.2 + 2.5) = 52.6 \text{ cm}$$

$$\alpha_t = 0.66 + 0.33 \times \frac{52.6}{22.6} = 1.428 < 1.5$$



$$\text{ทุก } \frac{A_t}{s_p} = \frac{T_s}{f_y \alpha_t X_1 y_1} = \frac{4736.4 \times 100}{4000 \times 1.428 \times 22.6 \times 52.6} = 0.0697 \text{ cm}^2 / \text{spacing 11}$$

ออกแบบเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

$$V_c = \frac{0.53 \sqrt{f'_c} b_w d}{\sqrt{1 + (2.5 C_t T_u / N_u)^2}} = \frac{0.53 \sqrt{280} \times 30 \times 50}{\sqrt{1 + (2.5 \times 0.02628 \times \frac{5720 \times 100}{6750})^2}}$$

$$= 2352 \text{ kg}$$

$$V_s = V_n - V_c = 6750 / 0.85 - 2352 = 5589 \text{ kg}$$

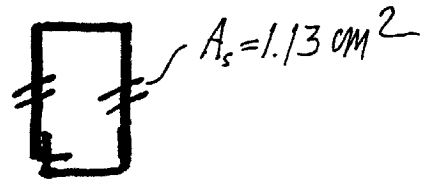
$$\text{ทุก } \frac{A_v}{s_p} = \frac{V_s}{f_y d} = \frac{5589}{4000 \times 50} = 0.02795 \text{ cm}^2 / \text{spacing 211}$$

รวมเหล็กเสริม

$$\frac{A_s}{S_p} = \frac{2A_t}{S_p} + \frac{A_{st}}{S_p} = 2 \times 0.0697 + 0.02795 = 0.1673 \text{ cm}^2/\text{spacing}$$

เหล็กขนาด 12 mm  $A_s = 2.26 \text{ cm}^2$ 

$$\therefore S_p = \frac{2.26}{0.1673} = 13.5 \text{ cm}$$



ระยะเหล็กปลอกมากที่สุด =  $\frac{x_1 + y_1}{4} = \frac{22.6 + 52.6}{4} = 18.8 \text{ cm} > 13.5 \text{ cm OK.}$

ปริมาณเหล็กเสริมมากกว่า  $\frac{3.5 b_w S_p}{f_y} = \frac{3.5 \times 30 \times 13.5}{4000} = 0.3544 \text{ cm}^2$

มากกว่า  $2.26 \text{ cm}^2 > 0.3544 \text{ cm}^2$   $A_s$  ได้

คำนวณปริมาณเหล็กเสริมตามแนวนอน

$$A_1 = 2A_t \left( \frac{x_1 + y_1}{S_p} \right) = 2 \times 0.0697 \left( \frac{22.6 + 52.6}{13.5} \right) = 10.48 \text{ cm}^2$$

$$2A_t = 0.0697 \times 13.5 \times 2 = 1.882 \text{ cm}^2$$

แก้:  $A_1 = \left[ \left( \frac{28 \times X S_p}{f_y} \right) \left( \frac{T_u}{T_u + V_u/3G} \right) - 2A_t \right] \left( \frac{x_1 + y_1}{S_p} \right)$

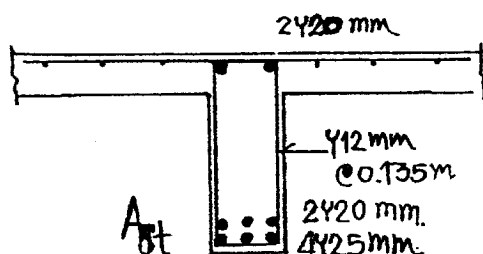
$$= \left[ \left( \frac{28 \times 30 \times 13.5}{4000} \right) \left( \frac{5720 \times 100}{5720 \times 100 + \frac{6750}{3 \times 0.02628}} \right) - 1.882 \right] \left( \frac{22.6 + 52.6}{13.5} \right)$$

$$= 3.25 \text{ cm}^2$$

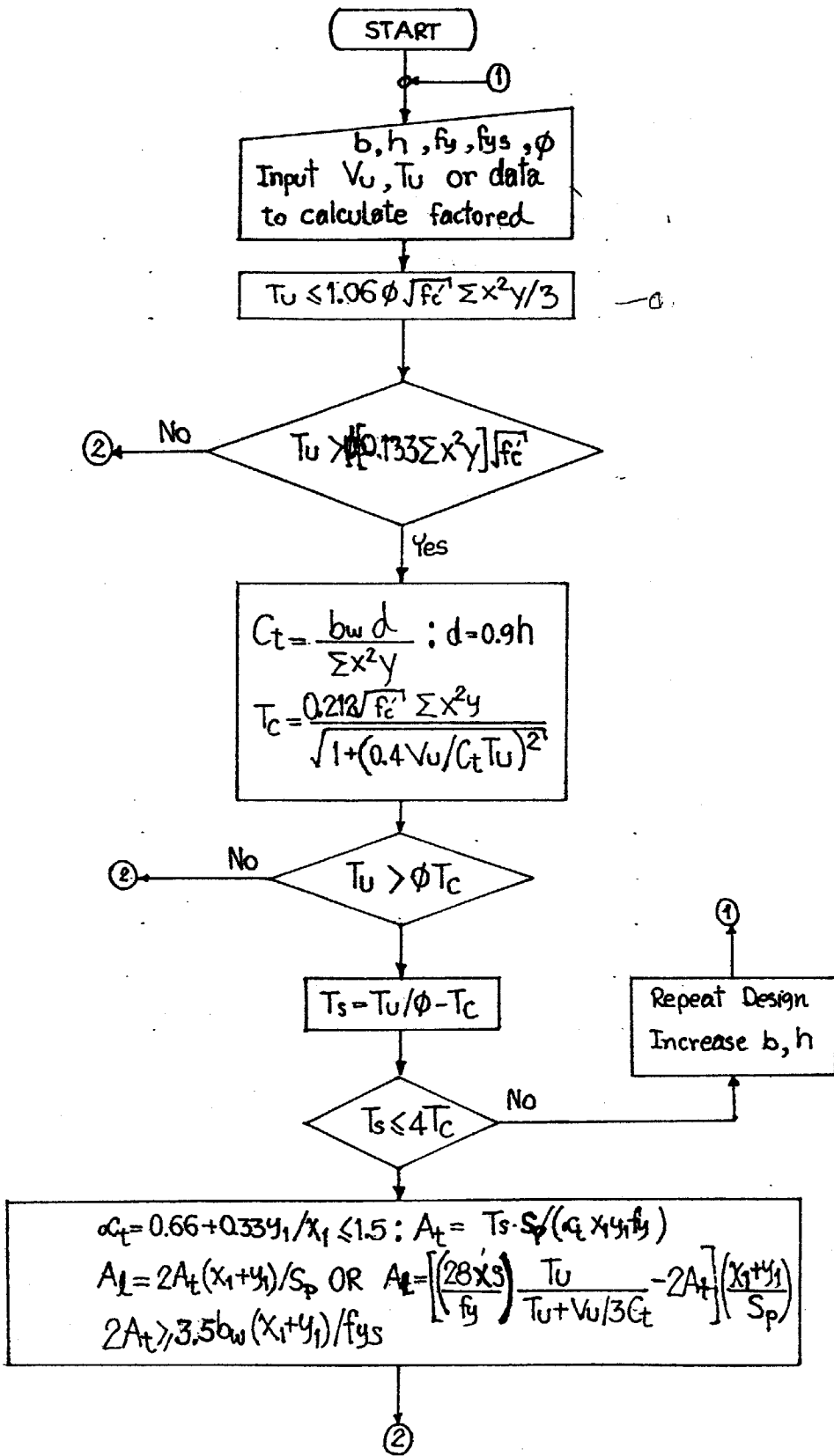
ดังนั้น  $A_1 = 10.48 \text{ cm}^2$  (เสริมทั้งหน้าตัด ซึ่งมี 4 มุม)

คำนวณปริมาณเหล็กเสริมที่ Midspan

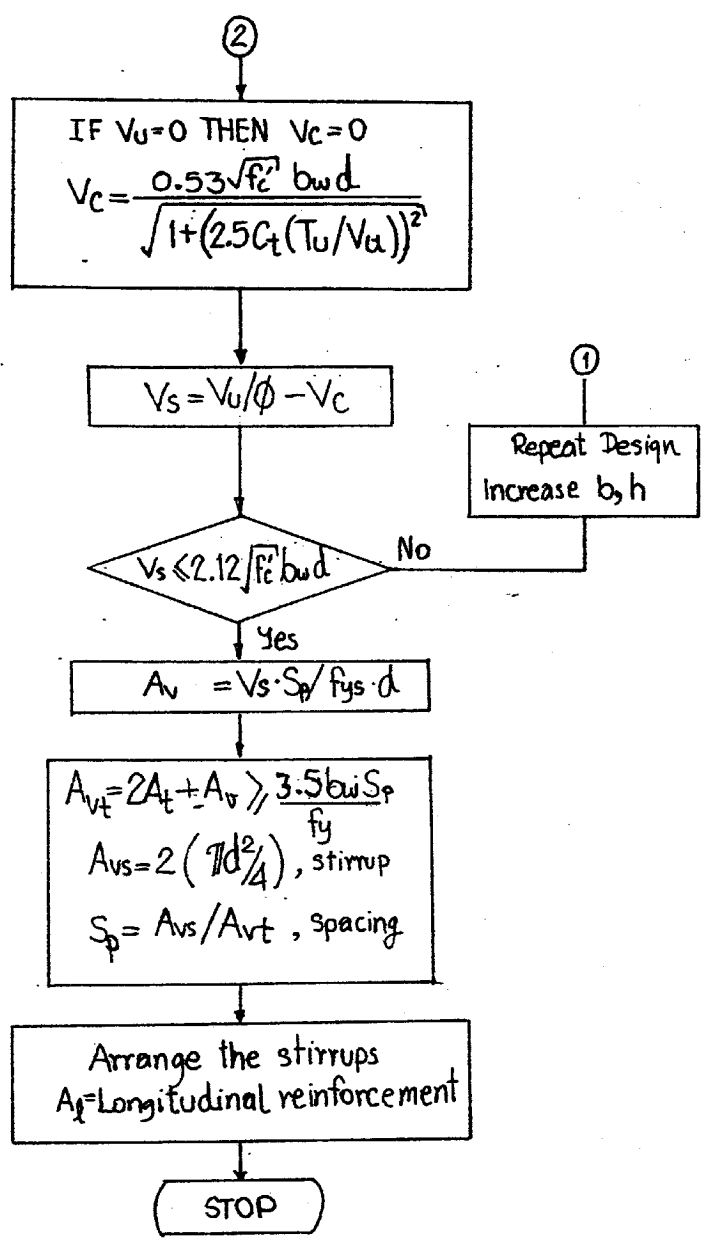
$$A_s = 20.15 + 10.48/2 = 25.39 \text{ cm}^2$$

 $A_s$  4Y25 mm + 2Y20 mm  $A_s = 25.92 \text{ cm}^2$ 

รายละเอียดการเสริมเหล็ก



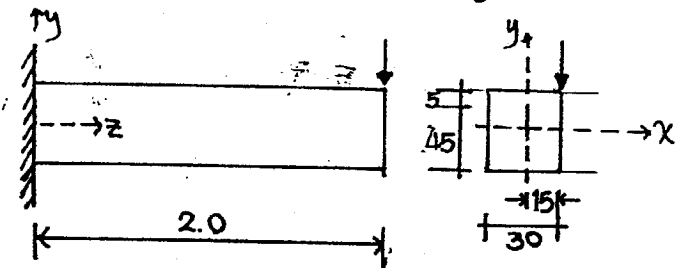
(นี่คือหน้า...)



รูปที่ 5.8 Flowchart การออกแบบคานรับโมเมนต์บิด



ตัวอย่างที่ 5.2 คานยื่นขนาดหน้าตัด  $30 \times 50$  cm. ยาว 2.0 m. รับน้ำหนักบรรทุกจร 5 Ton น้ำหนักบรรทุกคงที่ 4.5 Ton กระทำขนานแนวแกนคานตั้งรูป ให้ออกแบบปริมาณเหล็กเสริม ตามข้อบ่งชี้ที่กำหนดและระดมความยาวของเหล็กเสริมที่ไม่ทำให้คานเกิดการแตกหัก กำหนด  $f'_c = 280$  ksc,  $f_y = 4000$  ksc และ  $f_{ys} = 2400$  ksc



วิธีทำ 1) หาหน้าหนักบรรทุกประลัย

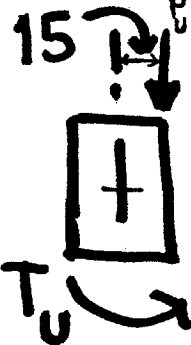
น้ำหนักบรรทุกคงที่ของคาน =  $0.3 \times 0.50 \times 2400 = 360$  kpm.

น้ำหนักบรรทุกประลัย,  $U = 1.4 \times 360 = 504$  kpm

$D_p = 1.4 \times 4500 = 6300$  kg

และ  $L_p = 1.7 \times 5000 = 8500$  "

รวมน้ำหนักบรรทุกประลัยกระทำเป็นจุด,  $U_p = D_p + L_p = 14800$  "



2) วิเคราะห์คานหาค่าโมเมนต์ตัดประลัย แรงเฉือนประลัยและแรงบิดประลัย

$V_u = 14800 + 504 \times 2 = 15808$  kg.

$M_u = 14800 \times 2.0 + 504 \times 2.0 \times 1.0 = 30608$  kpm

$T_u = 14800 \times 0.15 = 2220$  kpm

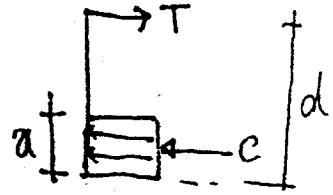
3) ออกแบบคานรับโมเมนต์ตัดประลัย, สัมมฤติเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียวน

จาก  $\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \frac{30608 \times 100}{0.9 \times 280 \times 30 \times 45^2} = 0.1999$  จากตารางที่ 3.3 ได้  $q = 0.232$

และ  $\rho = q f'_c / f_y = 0.232 \times 280 / 4000 = 0.01624$

ปริมาณเหล็กเสริม  $A_{st} = \rho b d = 0.01624 \times 30 \times 45 = 21.924$  cm<sup>2</sup>

ความลึก a =  $\frac{21.924 \times 4000}{0.85 \times 280 \times 30} = 12.28$  cm



$$M_{ub} = 21.924 \times 4000 (45 - 0.5 \times 12.28) / 100$$

$$= 34078.67 \text{ kgm} > M_u = 30608 \text{ kgm}$$

\* แสดงว่าคานาดังกล่าวเสริมเหล็กกับแรงดึงอย่างเพียงพอ

4) ออกแบบคานารับแรงบิดการกระทำกับแรงเฉือน

ก) ตรวจสอบกำลังคานาสารของหน้าตัด

$$\Sigma X^2 y = 30^2 \times 50 = 45000 \text{ cm}^3$$

$$T_a = \phi (0.133 \sqrt{f_c} \Sigma X^2 y) = 0.85 (0.133 \sqrt{280} \times 45000) / 100$$

$$= 851.26 \text{ kgm} < T_u = 2220 \text{ kgm}$$

ก) ออกแบบคานารับแรงบิด

ข) ออกแบบเหล็กกับแรงบิด

$$T_n = T_u / \phi = 2220 / 0.85 = 2612 \text{ kgm}$$

$$\text{แรงบิดต้านด้วยคอนกรีต} \quad T_c = \frac{0.212 \sqrt{f_c} \Sigma X^2 y}{\sqrt{1 + (0.4 V_u / C_t T_u)^2}}$$

$$C_t = b_w d / \Sigma X^2 y = 30 \times 45 / 45000 = 0.03$$

$$0.4 V_u / C_t T_u = 0.4 \times 15808 / (0.03 \times 222000) = 0.94943$$

$$\therefore T_c = \frac{0.212 \sqrt{280} \times 45000}{\sqrt{1 + (0.94943)^2}} \times \frac{1}{100} = 1157.68 \text{ kgm} < T_n$$

$$\text{ดังนั้น } T_s = T_n - T_c = 2612 - 1157.68 = 1454.32 \text{ kgm} < 4T_c$$

เลือกใช้ R9 mm เป็นเหล็กปลอก ระยะคอนกรีตหุ้มฉนวนเหล็ก 2.5 cm

$$x_1 = 30 - 2(2.5 + 0.9) = 23.20 \text{ cm}$$

$$y_1 = 50 - 2(2.5 + 0.9) = 43.20 \text{ "}$$

$$\alpha_t = 0.66 + 0.33 \times 43.2 / 23.20 = 1.27448 < 1.5$$

$$\text{จาก } \frac{A_t}{S_p} = \frac{T_s}{\alpha_t f_y x_1 y_1} = \frac{1454.32 \times 100}{1.27448 \times 2400 \times 23.2 \times 43.2} = 0.04744 \text{ cm}^2 / \text{One leg Spacing}$$



ค) ออกแบบเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

$$V_n = V_u / \phi = 15808 / 0.85 = 18597.65 \text{ kg.}$$

$$\text{แรงเฉือนต้านตั้งคคณกรีก } V_c = \frac{0.53 \sqrt{f'_c} b_w d}{\sqrt{1 + (2.5 C_t T_u / V_u)^2}}$$

$$2.5 C_t T_u / V_u = 2.5 \times 0.03 \times 222000 / 15808 = 1.053264$$

$$\therefore V_c = \frac{0.53 \sqrt{280} \times 30 \times 45}{\sqrt{1 + (1.053264)^2}} = 8243.52 \text{ kg. } < V_n = 18597.65$$

$$\text{ดังนั้น } V_s = V_n - V_c = 18597.65 - 8243.52 = 10354.13 \text{ kg.}$$

$$\text{จาก } \frac{A_v}{S_p} = \frac{V_s}{f_y s d} = \frac{10354.13}{2400 \times 45.00} = 0.09587 \text{ cm}^2 / \text{Two legs Spacing}$$

ง) รวมเหล็กเสริมรับแรงบิดร่วมกับแรงเฉือน

$$\frac{A_s}{S_p} = \frac{2 A_t}{S_p} + \frac{A_v}{S_p} = 2 \times 0.04744 + 0.09587 = 0.19075 \text{ cm}^2 / \text{spacing.}$$

$$\text{ใช้เหล็กขนาด R9 mm } \text{ให้ } A_s = 1.272 \text{ cm}^2$$

$$\therefore S_p = 1.272 / 0.19075 = 6.67 \text{ cm} : (x_1 + y_1) / 4$$

$$\text{ถ้าใช้เหล็กปลอกจำนวน 2 ปลอก จะได้ } S_p = 13.34 \text{ cm} : 3.5 \frac{b_w S_p}{f_y}$$

$$\text{ดังนั้นใช้ } 2R9 \text{ mm } @ 130 \text{ mm}$$

จ) คำนวณปริมาณเหล็กเสริมตามแนวขง

$$A_l = \frac{2 A_t}{S_p} (x_1 + y_1) = 2 \times 0.04744 (23.2 + 43.2) = 6.3 \text{ cm}^2$$

$$\text{จาก } 2 A_t = 2 \times 0.04744 \times 13 = 1.23344 \text{ cm}^2$$

$$\text{ผล: } A_l = \left( \left[ \frac{28 \times S_p}{f_y s} \cdot \frac{T_u}{T_u + V_u / 3 C_t} \right] - 2 A_t' \right) \left( \frac{x_1 + y_1}{S_p} \right)$$

$$= \left( \left[ \frac{28 \times 30 \times 13}{2400} \left\{ \frac{222000}{222000 + \left[ \frac{15808}{3 \times 0.03} \right]} \right\} \right] - 1.23344 \right) \left( \frac{23.2 + 43.2}{13} \right) = 6.675 \text{ cm}^2$$

$$\text{ดังนั้น } A_l = 6.675 \text{ cm}^2$$

ใช้เสริมทั้ง 4 มุม

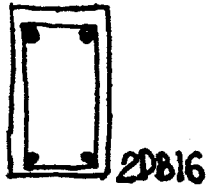
6) กำหนดปริมาณเหล็กเสริมรับโมเมนต์ดัดและแรงบิด

$$A_{st} = 21.924 + 2 \times (6.675/4) = 25.2615 \text{ cm}^2$$

เหล็กที่ใช้  $5 \times 25 \text{ mm} + 1 \times 16 \text{ mm}$  ให้  $A_{st} = 26.56 \text{ "}$

$$A_{bc} = 6.675/2 = 3.34 \text{ "}$$

เหล็กที่ใช้  $2 \times 16 \text{ mm}$  ให้  $A_{sc} = 4.02 \text{ "}$



7) ตรวจสอบอัตราส่วนเหล็กเสริม.

$$\rho_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right) \quad \text{ที่ } \beta_1 = 0.85$$

$$= 0.85 \times \frac{280}{4000} \times 0.85 \left( \frac{6120}{6120 + 4000} \right) = 0.0306$$

$$\rho_{max} = 0.75 \rho_b = 0.75 \times 0.0306 = 0.0229$$

$$\rho = \frac{26.56}{30 \times 45} = 0.0197 < \rho_{max} \quad \text{ใช้ได้}$$

8) กำหนดความขดการยึดหน้า

ค่าสัมมาก  $U_D = \frac{V_D}{\phi \sum o_j d}$

$$\sum o = 5 \times 3.14 \times 2.5 + 1 \times 3.14 \times 1.6 = 44.274 \text{ cm.}$$

$$\therefore U_D = \frac{15808}{0.85 \times 44.274 \times 0.9 \times 45} = 10.37 \text{ ksc.}$$

หน่วยแรงยึดหน้าขมให้,  $U_a = 4.51 \sqrt{f'_c} / D$

$$= 4.51 \sqrt{280} / 2.5$$

$$= 30.19 \text{ ksc} > U_D \quad \text{ใช้ได้}$$

ความขดการยึดหน้า,  $L_d = \frac{A_s f_s}{\phi \sum o U_D}$

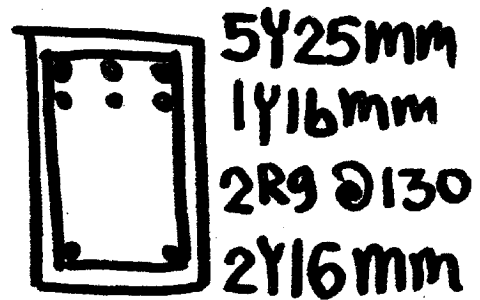
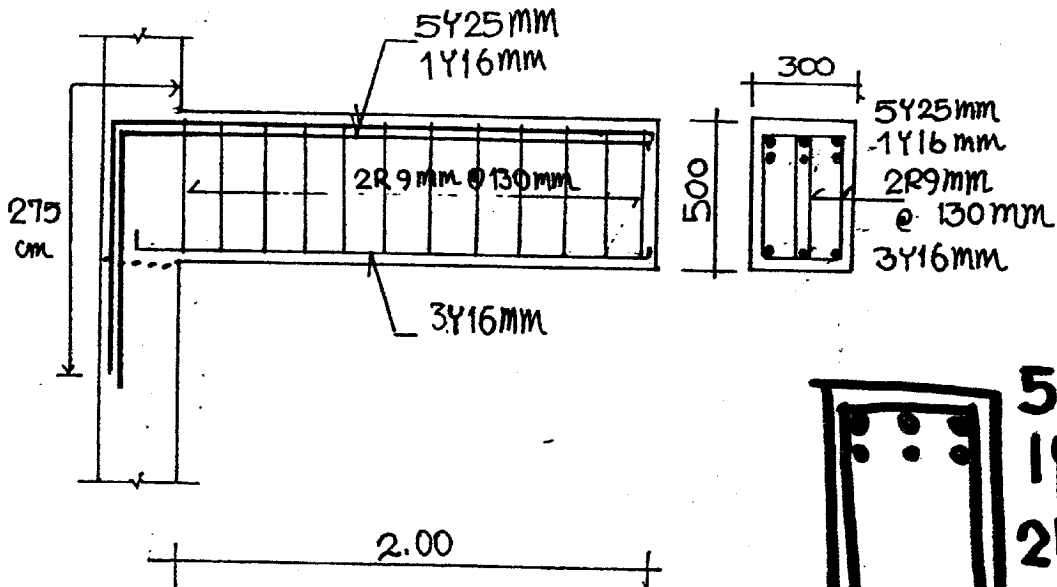
ให้  $U_D = U_D = 10.37 \text{ ksc}$

$$L_d = \frac{26.56 \times 4000}{0.85 \times 44.274 \times 10.37}$$

$$= 272.23 \text{ cm.}$$

หรือ  $L_d = 275 \text{ cm.}$

๑) แสดงรายละเอียด



\* \*

บทที่ 4

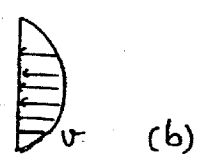
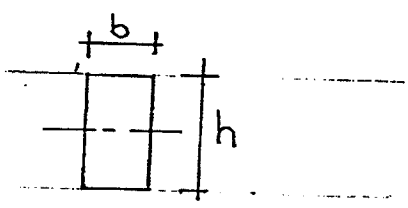
แรงเฉือน แรงดึงทแยงและแรงบิด หนึ่ง

ในบทนี้จะกล่าวถึง การวิเคราะห์และออกแบบคอนกรีตเสริมเหล็กเพื่อต้านทานแรงเฉือนเนื่องจากน้ำหนักกระทำภายนอก เพราะที่คอนกรีตรับกำลังดัดได้ต่ำแต่รับกำลังอัดได้ดี การออกแบบแรงเฉือนจึงทำเป็นอย่างไร พฤติกรรมการพังทลายของคอนกรีตเสริมเหล็กด้วยแรงเฉือนนั้นจะแตกต่างกับพฤติกรรมการดัด คือจะพังทลายที่กันใดก็ได้ปกติจากการเดือยให้ทาบลงหน้า และแนวการแตกหักที่เกิดขึ้น (Diagonal Cracks) จะก้ำกึ่งการแตกหักแบบการดัด (flexural Cracks) เป็นที่ทราบว่าคุณสมบัติของคอนกรีตเสริมเหล็กเป็นผลให้เกิดแรงดึงทแยง (Diagonal Tension) ดังจะกล่าวไว้ในตอนต่อไป เริ่มจากโดยทั่วไปแล้วจะประกอบด้วย การพังทลายตั้งหน้าคือการพังทลายแบบหน้าตัดของคอนกรีตเสริมเหล็กให้เพียงพอต่อน้ำหนักกระทำภายนอกซึ่งเกิดแรงเฉือน และกำลังดัดรวมกัน

หนึ่ง ระหว่างเหล็กเสริมกับคอนกรีต ตลอดจน

ตีเหมือนกันและต่างกัน

1 E1 และ E2 ของคอนกรีตเสริมเหล็กมีพื้นที่ตั้งรูป  
 เก้น และ เป็นวัสดุยึดเหนี่ยวเชิงเส้น ในรูป  
 และหน่วยแรงเฉือน หน่วยแรงดัดตั้งฉาก  
 ในชั้นส่วน E1 ก็ภาคตัด ③-③ เป็นระยะ



ความยาวของเหล็กเสริม  
 ความยาวของเหล็กเสริม  
 ความยาวของเหล็กเสริม

ความยาว

ใช้หลักการพื้นฐานทางกลศาสตร์ เพื่อหาหน่วยแรงแรงดึง  $f$  และแรงแรงเฉือน  $v$  สำหรับชิ้นส่วน EI ได้ดังนี้

$$\sigma = My / I \rightarrow f = m \cdot y / I \quad (4-1)$$

$$\tau = \frac{V A' \bar{y}}{I b} \rightarrow v = VA\bar{y} / I \cdot b \quad (4.2)$$

$= \frac{VQ}{Ib}$  เมื่อ  $M$  = โมเมนต์ดัดที่ภาคตัด ③-③  
 $V$  = แรงแรงเฉือนที่ภาคตัด ③-③

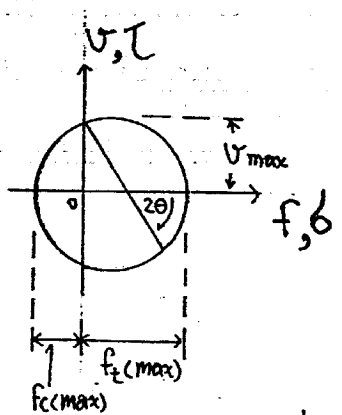
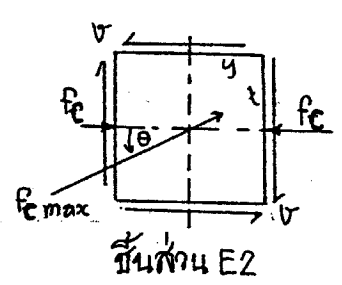
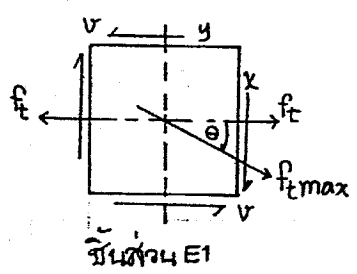
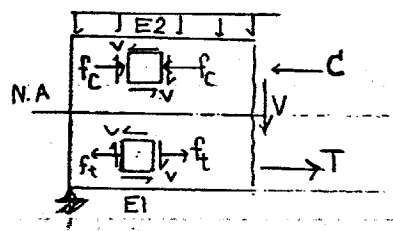
$y$  = ระยะจากแนวแกนสะเทินถึงชั้นส่วนเล็ก ๆ

$\bar{y}$  = ระยะจากศูนย์กลางพื้นที่ A ถึงแนวแกนสะเทิน

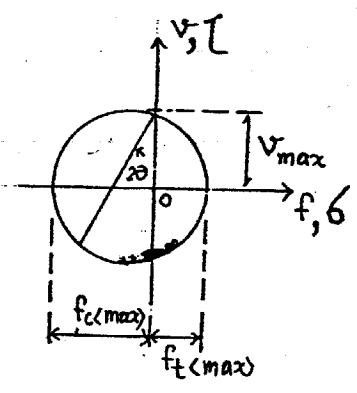
$A$  = พื้นที่ของภาคตัดของชิ้นส่วน EI

$I$  = โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดตอน

$b$  = ความกว้างของตอน



รูป Mohr's Circle ของชิ้นส่วน E1



รูป Mohr's Circle ของชิ้นส่วน E2

รูปที่ 4.2 ชิ้นงานการจายหน่วยแรงแรงชิ้นส่วน E1 และ E2

จากรูปที่ 4.2 แสดงหน่วยแรงแรงภายในการจายชิ้นส่วนเล็ก ๆ EI และ E2 ใช้ Mohr's Circle

หาหน่วยแรงแรงสูงสุดของชิ้นส่วน E1 ในเขตแรงแรงดัดได้แนวแกนสะเทิน จะได้ดังนี้

$$\text{แรงดึงมุขสำคัญ} \quad (f_t)_{\max} = \frac{f_t}{2} + \sqrt{\left(\frac{f_t}{2}\right)^2 + v^2} \quad (4.3a)$$

$$\text{แรงอัดมุขสำคัญ} \quad (f_c)_{\max} = \frac{f_t}{2} - \sqrt{\left(\frac{f_t}{2}\right)^2 + v^2} \quad (4.3b)$$

$$\text{และ} \quad (\tan 2\theta)_{\max} = 2v/f_t \quad (4.3c)$$

พฤติกรรมของคอนกรีตเสริมเหล็กก่อนการรับน้ำหนักนั้นต่างกัน 1/10 ระหว่างกำลังดึงกับกำลังอัดของคอนกรีต ทัศนวิจารณ์รูปที่ 4.2 ชิ้นส่วน E2 ซึ่งอยู่เหนือแนวแกนสเฟิงในของเมธอดซึ่งหน่วยแรงอัดมีค่าสูงสุดและเป็นการแตกหัก ส่วนชิ้นส่วน E1 อยู่ใต้แกนสเฟิงซึ่งหน่วยแรงดึงมีค่าสูงสุด ทำให้แตกหักเกิดขึ้น แต่ก็มีลักษณะการรับซึ่งมีโมเมนต์ดัด ทำให้  $f_t$  ลดลง แต่ขณะเดียวกันหน่วยแรงเฉือนกลับมีค่ามากขึ้น หน่วยแรงดึงมุขสำคัญจะมีค่ามากที่สุดเมื่อ  $\theta$  เท่ากับ  $45^\circ$  ระบุทั้งตกเข้าใกล้จุดรองรับ หน่วยแรงดึงของคอนกรีตจะทำงานและเป็นศูนย์ที่จุดรองรับ การแตกหักในแนวทแยงเกิดขึ้นตามแนวทแยง ระบุทั้งตกกับระนาบของหน่วยแรงดึงมุขสำคัญ ซึ่งเรียกการแตกหักด้วยเมตริกซ์ (Diagonal tension cracks) ดังนั้นจึงต้องเสริมเหล็กเพื่อช่วยป้องกันกาเกิดแรงดึงทแยง

ถ้าแรง  $f_t$  มีค่าเป็นศูนย์ที่จุดรองรับ ชิ้นส่วนดังกล่าวจะใกล้กับการเฉือนอย่างเฉียว และหน่วยแรงดึงทแยงทำให้เกิดการแตกหักแนวเฉียง

#### 4.2 การวิเคราะห์สถานะคอนกรีตไม่เสริมเหล็กรับแรงเฉือน

การหักพังเฉือนของคอนกรีตที่ปราศจากการเสริมเหล็กที่สถานะเนื่องการแตกหักครั้งแรกในแนวเฉียง เพราะการแตกหักเป็นฟังก์ชันของกำลังดึงของสถานะคอนกรีต ซึ่งทำหน้าที่หน่วยแรงดึงสำคัญที่หน้าตัดวิกฤติ หน่วยแรงเฉือนประคอง  $v_u$  เนื่องจากแรงเฉือน  $v_u$  ภายนอก และหน่วยแรงดัด  $f_t$  ในแนวทแยงเนื่องจากโมเมนต์  $M_u$  เป็นผลจากหน่วยแรงมุขสำคัญในคอนกรีต และจากการทดสอบพบว่า การพังทลายโดยมากของคอนกรีตเนื่องจากไม่มีการเสริมเหล็กที่สถานะรับแรงเฉือน - แบบจำลอง



วิธีการหาค่าของหน่วยแรงดึงสำหรับในช่องมิติคือ

$$(f_t)_{max} = f'_t = f_t/2 + \sqrt{(f_t/2)^2 + v^2} \tag{4.3a}$$

เมื่อ  $(f_t)_{max}$  = หน่วยแรงดึงสำหรับในช่องมิติสูงสุด

กำหนดค่าที่คูณกับกำลังดึง  $f'_t$  ของคอนกรีตที่นั่น ดังนั้น  $f'_t$  เขียนเป็น  $k_1 \sqrt{f'_c}$

จากสมการ (4.3a) จะได้  $[f'_t = k_1 \sqrt{f'_c}]$

$$k_1 \sqrt{f'_c} = f_t/2 + \sqrt{(f_t/2)^2 + v^2} \tag{4.4}$$

เมื่อ  $k_1$  = ค่าคงที่

หน่วยแรง  $f_t$  ในคอนกรีตเป็นฟังก์ชันของเหล็กเสริมตามแนวทแยง หรือกำลังต้านโมเมนต์ของหน้าตัดตาม ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$f_t \propto E_c f_s / E_s$$

$$\text{หรือ} \quad \propto E_c M_n / E_s A_s d$$



แต่ปริมาณเหล็กเสริมคือ  $A_s = \rho_w b d$  และ  $E_c / E_s$  เป็นค่าคงที่ใดๆ ดังนั้นเขียนหน่วยแรง  $f_t$  ใหม่ได้แก่

$$f_t = c_1 M_n / \rho_w b d^2 \tag{4.5}$$

เมื่อ  $c_1$  = ค่าคงที่ที่ได้จากการทดลอง

$M_n$  = กำลังโมเมนต์ของหน้าตัด

ส่วนหน่วยแรงเฉือน  $v$  เกิดขึ้นที่หน้าตัดตามกว้าง  $b$  และ ความลึกประสิทธิภาพ  $d$  เนื่องจากกำลังแรงเฉือนภายนอก  $V_u$  ดังนั้น

$$v = c_2 V_n / b d \tag{4.6}$$

เมื่อ  $V_n$  = กำลังต้านแรงเฉือนของหน้าตัด ณ จุดที่พิจารณา

$c_2$  = ค่าคงที่ได้จากการทดลอง

ค่าสัมประสิทธิ์  $c_1$  และ  $c_2$  ขึ้นอยู่กับรูปทรงและชนิดของคอนกรีต ชนิดของแรงกระทำภายนอก ปริมาณและการจัดเหล็กเสริม และ การทำปฏิกรณ์: ท่างคอนกรีตและเหล็กเสริม

แทนค่า  $f_t$  จากสมการ(4.5) และ  $v$  จากสมการ(4.6) ลงในสมการ (4.4) จะได้

$$k_1 \sqrt{f'_c} = \frac{c_1 M_n}{2 \rho_w b d^2} + \sqrt{\left(\frac{c_1 M_n}{2 \rho_w b d^2}\right)^2 + \left(\frac{c_2 V_n}{b d}\right)^2}$$
$$k_1 \sqrt{f'_c} = \frac{f_t}{2} + \sqrt{(f_t/2)^2 + v^2}$$

$$k_1 \sqrt{f'_c} - \frac{C_1 M_n}{2 \rho_w b d^2} = \sqrt{\left(\frac{C_1 M_n}{2 \rho_w b d^2}\right)^2 + \left(\frac{C_2 V_n}{b d}\right)^2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้างจะได้

$$\left(k_1 \sqrt{f'_c} - \frac{C_1 M_n}{2 \rho_w b d^2}\right)^2 = \left(\frac{C_1 M_n}{2 \rho_w b d^2}\right)^2 + \left(\frac{C_2 V_n}{b d}\right)^2$$

$$(k_1 \sqrt{f'_c})^2 - \frac{2 k_1 \sqrt{f'_c} C_1 M_n}{2 \rho_w b d^2} = \left(\frac{C_2 V_n}{b d}\right)^2$$

$$\frac{b d (k_1 \sqrt{f'_c})^2}{V_n} = (C_2)^2 \frac{V_n}{b d} + \frac{(k_1 \sqrt{f'_c}) C_1 M_n}{\rho_w V_n d}$$

หรือ

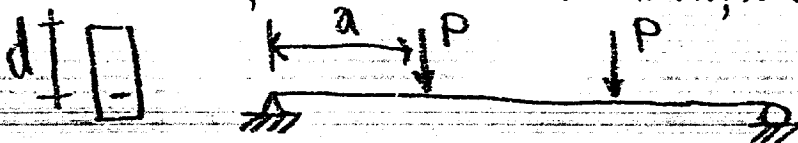
$$\frac{V_n}{b d (k_1 \sqrt{f'_c})^2} = \frac{1}{(C_2)^2 V_n / b d + (k_1 \sqrt{f'_c}) C_1 M_n / \rho_w V_n d} \quad (4.7a)$$

$$\frac{V_n}{b d \sqrt{f'_c}} = \frac{k_1^2 \sqrt{f'_c} \rho_w V_n b d^2}{(C_2)^2 V_n^2 \rho_w d + k_1 C_1 M_n \sqrt{f'_c} b} \quad (4.7b)$$

จากการทดสอบพบว่าแรงเฉือน  $V_n$  ที่ทำให้เกิดการแตกหักในแนวเฉียงใกล้จุดดัดกลับ (Inflection Points) และจุดสัมพันธ์การแตกหักเริ่มแรก (Initiating Crack) กับผลการวัดของโมเมนต์  $M_n$  ในสมการ (4.7a) จะมีความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 ตัว คือ  $V_n/bd$  กับ  $M_n/\rho_w V_n d$  ผลการทดสอบคอนกรีตจำนวนมากได้ความสัมพันธ์ดังนี้:

$$\frac{V_n}{b d \sqrt{f'_c}} = 0.50 + 176 \frac{\rho_w V_n d}{M_n \sqrt{f'_c}} \leq 0.93 \quad (4.8)$$

สมการ (4.8) พิจารณาเฉพาะเทอม  $M_n/V_n d$  จะมีอัตราส่วนของอยู่ในช่วง 2.5 ถึง 6 (ช่วงความหนาของการเฉือนต่อความลึก, Shear span/depth) ซึ่งจะใช้ค่าที่น้อยที่สุดของ  $M_n/V_n d$  ดังนั้นค่าแฟคเตอร์ที่สัมพันธ์กับกำลังเฉือนของคอนกรีตที่ไม่เสริมเหล็กอันเนื่องคือเปอร์เซ็นต์เหล็กเสริมตามแนวท,  $\rho_w$  และ อัตราส่วน  $V_n d/M_n$  ที่สูง นั่นคือค่าอัตราส่วนที่ต่ำสุดของ  $a/d$  เมื่อ  $a$  เป็นระยะจากจุดรองรับ ถึงจุดน้ำหนักกระทำ



ค่าความกว้าง  $b$  เปลี่ยนเป็น  $b_w$  และ  $V_n$  คือกำลังต้านแรงเฉือนด้วยคอนกรีตที่หัก  
 ทน ดังนั้น  $V_n$  เทอมซ้ายมือในสมการ (4.8) แสดงในเทอม  $V_c$  แล้วจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$V_c = 0.50 \sqrt{f'_c} b_w d + 176 \frac{\rho_w V_n d}{m_n} b_w d \leq 0.93 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (4.9)$$

หรือ  $V_{cu} = \phi [0.50 \sqrt{f'_c} + 176 \frac{\rho_w V_n d}{m_n}] b_w d \leq 0.93 \phi \sqrt{f'_c} b_w d \quad (4.10a)$

หรือ  $V_{cu} \leq 0.53 \phi \sqrt{f'_c} b_w d \quad (4.10b)$

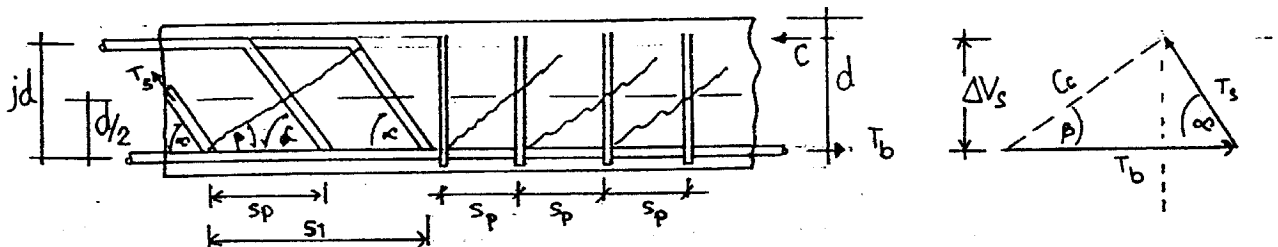
เมื่อ  $\phi$  เป็นแฟคเตอร์คุณภาพลดกำลังเฉือนประลัย เท่ากับ 0.85 แต่ทั้งนี้ค่าใน  
 สมการ (4.10) ต้องไม่เกิน  $0.53 \phi \sqrt{f'_c}$  ในคอนกรีตที่ไม่เสริมเหล็กกับ  
 แรงเฉือน

### 4.3 คอนเสริมเหล็กกับแรงเฉือน

การเสริมเหล็กกับแรงเฉือนเพื่อป้องกันกรพังทลายด้วยแรงดึงที่แรง ส่วน  
 เหล็กเสริมตามแนวแกนนั้นตามทฤษฎีแล้วเสริมเพื่อรับหน่วยแรงดึงที่เกิดในคาน  
 ที่คานไม่สามารถต้านกำลังเฉือนได้จึงต้องเสริมเหล็กลูกตั้ง หรือคอตมัดรับเหตุผล

4 ประการคือ

1. ช่วยรับกำลังเฉือนต้านทานแฟคเตอร์แรงเฉือนภายนอก,  $V_u$
2. หยุดการเกิดรอยร้าวในแนวทแยง
3. ช่วยยึดเหล็กเสริมตามแนวแกนให้อยู่ในตำแหน่งที่ตั้งการเพื่อรับแมกกด  
 ได้สมบูรณ์ที่สุด
4. เพื่อการกักกันคอนกรีตในตำแหน่งแรงอัดให้สอดคล้องส่วนกับการรับ  
 กำลังอัด เมื่อเหล็กลูกตั้งทำเป็นวงรอบ



รูปที่ 4.3 การจัดเหล็กลูกตั้งหรือคอตมัด

แรงเหนี่ยวนำประตัย  $V_u = \Phi V_n$  เกิดจากหน้าหน้ากมของอนุภาคแผดเซอร์กำลังประตัย  
กระทำต่อคานคองเกรตรับแรงเหนี่ยวนำด้วยตัวมันเองได้  $V_c$  นี้ขยกว่าแรงเหนี่ยวนำประตัย จึงตั้ง  
เสริมเหล็กรับแรงแบบส่วนเกิน ดังกล่าวคือ  $V_n = V_c + V_s$

$$V_s = V_n - V_c \quad (4.11)$$

กำลังต้านแรงเหนี่ยวนำ  $V_c$  คำนวณจากสมการ (4.9) หรือ (4.10) ส่วน  $V_s$  หาจากสมการ  
ของแรง ตมรูปที่ 4.3 ดังนี้

$$V_s = T_s \sin \alpha = C_c \sin \beta \quad (4.12a)$$

เมื่อ  $T_s$  เป็นผลรวมของแรงทั้งหมดของเหล็กทุกตัวที่ภาคตัดกรวยแตกรับแรงแบด  
ก คือจำนวนระยะห่างเหล็กทุกตัว,  $s_p$  ที่  $s_1 = n s_p$  เป็นคอรอกันแรงแบบรับแรงแบบ TRUSS  
ดังนั้น

$$s_1 = jd (\cot \alpha + \cot \beta) \quad (4.12b)$$

สมมติให้  $jd \approx d$  แรงแเหล็กทุกตัวต่อหนึ่งหน่วยคานมาจากสมการ 4.12a จะได้

$$\frac{T_s}{s_1} = \frac{T_s}{n s_p} = \frac{V_s}{\sin \alpha \cdot d (\cot \beta + \cot \alpha)} \quad (4.12c)$$

ถ้าให้  $A_v$  เป็นพื้นที่ของเหล็กทุกตัว และ  $f_{ys}$  เป็นกำลังคลากของเหล็กรับแรงเหนี่ยวนำ  
ดังนั้น

$$T_s = n A_v f_{ys} \quad (4.13a)$$

$$\text{แทนค่าได้} \quad n A_v = \frac{V_s n s_p}{d \sin \alpha (\cot \beta + \cot \alpha) f_{ys}} \quad (4.13b)$$

แต่แนวการแตกหักที่ทำให้เกิดแรงแบบรับแรงแบบสูงที่สุดคือ  $\beta = 45^\circ$  จากสมการ  
4.13b แทนค่า  $\beta$  และจัดเทอมใหม่ได้

$$V_s = \frac{A_v f_{ys} d}{s_p} [\sin \alpha + \cos \alpha] \quad (4.14a)$$

หรือ

$$s_p = \frac{A_v f_{ys} d (\sin \alpha + \cos \alpha)}{V_s} \quad (4.14b)$$

โดยทั่วไปการเสริมเหล็กทุกตัวเสริมในแนวตั้ง ซึ่ง  $\alpha = 90^\circ$  จะได้

$$s_p = \frac{A_v f_{ys} d}{V_s} \quad (4.15)$$

$$\text{หรือ } S_p = \frac{A_s f_y s_d}{V_u / \phi - V_c} = \frac{A_s f_y s_d}{V_u - \phi V_c} \quad (4.16)$$

แต่: แรงต้านทานเหล็กเสริมต้องไม่เกินค่า  $0.80 \sqrt{f_c'} b_w d$  เนื่องจากเหล็กเสริมเปราะ ประกอบกับเหล็กท่อนเดี่ยวหรือกลุ่มเดี่ยวของคานมักมีระยะจากผิวคานถึงเหล็กเสริมรับคือ

$$V_s \leq A_s f_y s \sin \alpha \leq 0.80 \sqrt{f_c'} b_w d \quad (4.17)$$

ข้อกำหนดสำหรับขนาดระยะห่างของเหล็กดูกตั้ง

สมการ (4.14) ถึง (4.17) สัมพันธ์กันระหว่างระยะห่างลูกตั้งกับแรงเฉือน ระยะห่าง  $s_p$  จะลดลงต่ำกว่า  $V_u - V_c$  เพิ่มขึ้นในทางกลับกัน ระยะห่าง  $s_p$  มากขึ้นหาก  $V_u - V_c$  มีค่าน้อย ดังนั้นเพื่อป้องกันการแตกหักแนวทะแยงซึ่งต้านทานเหล็กดูกตั้ง จึงต้องมีข้อกำหนดระยะห่างของเหล็กดูกตั้งดังนี้

$$1). V_u - V_c > 1.10 \sqrt{f_c'} b_w d, \text{ ให้ } S_{pmax} = d/4 \leq 30 \text{ cm.}$$

$$2). V_u - V_c \leq 1.10 \sqrt{f_c'} b_w d, \text{ ให้ } S_{pmax} = d/2 \leq 60 \text{ cm.}$$

$$3). V_u - V_c > 2.1 \sqrt{f_c'} b_w d, \text{ ให้ เพิ่มขนาดหน้าตัด}$$

และกำหนดให้ปริมาณเหล็กเสริมลูกตั้งต่ำสุดคือ

$$A_s = 0.0015 b_w S_p \quad (4.18)$$

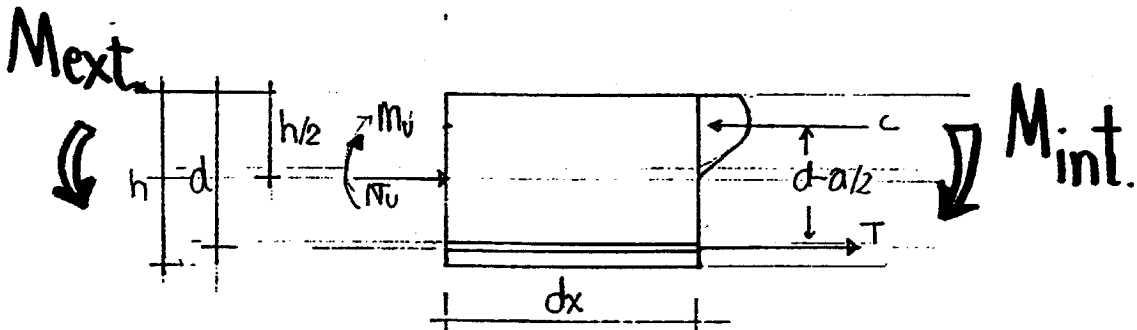
$$\text{หรือ } A_s = 3.5 b_w S_p / f_y$$

#### 4.4 กำลังเฉือนของคานมีแรงตามแนวแกนแล้:โมเมนต์กระทำร่วมกัน

เมื่อคานคอนกรีตเสริมเหล็กมีแรงตามแนวแกนแล้:โมเมนต์กระทำพร้อมกัน ถ้าแรงอัดกระทำเป็นผลให้หน่วยแรงดัดในคอนกรีตลดลง การเกิดการแตกหักตามแนวทะแยงข้างนั้นคือกำลังเฉือนของคานเพิ่มขึ้น หากคานคอนกรีตมีแรงดัดกระทำเป็นผลให้หน่วยแรงดัดในคอนกรีตเพิ่มขึ้น ก็ให้กำลังเฉือนลดลง

##### 4.4.1 แรงอัดกระทำในแนวแกน

คานคอนกรีตลึก  $h$  มีแรงดัดในแนวแกน  $N_u$  แล้:โมเมนต์ดัด  $M_u$  กระทำร่วมกันดังรูปที่ 44 และเมื่อแรงดัดเกิดขึ้นอีกด้านหนึ่ง ลักษณะแนวทะแยงที่เกิดขึ้นได้ดังนี้



รูปที่ 4.4 การหาค่าโมเมนต์ดัดเทียบเท่ากำลังเฉือน

แรงดัดเทียบเท่า  $M_{int} = T(d - a/2)$   
 แต่:  $M_{ext} = M_u - N_u(h/2 - d + (d - a/2))$   
 สมดุลย์ของโมเมนต์

$$M_{int} = M_{ext}$$

$$T(d - a/2) = M_u - N_u(h/2 - d + (d - a/2))$$

$$T = \frac{M_u - N_u(h/2 - d + (d - a/2))}{(d - a/2)} \quad (4.19)$$

หน่วยแรงดึงในคอนกรีตแปรผันกับหน่วยแรงเหล็กเสริมด้วยอัตราส่วนโมดูลัส,  $f_t \propto E_c f_s / E_s \rightarrow f_t \propto f_s / n = K f_s / n = \frac{kT}{n A_{st}} \therefore T = A_{st} f_t$   
 แทนค่า T จากสมการ (4.19) ได้

$$f_t = \frac{K E_c [M_u - N_u(h/2 - d + (d - a/2))]}{E_s (d - a/2) A_{st}}$$

ค่าในเทอม  $d - a/2$  มีค่าโดยประมาณ  $7d/8$ , แต่:  $A_{st} = \rho b d$  แต่:  $E_c$  เป็นสัดส่วนกับ  $\sqrt{f_c}$  ดังนั้น

$$f_t = \frac{K \sqrt{f_c}}{E_s \rho b d^2} [M_u - N_u(\frac{4h - d}{8})] \quad (4.20)$$

ถ้า  $N_u = 0$  หน่วยแรงดึง  $f_t = K \sqrt{f_c} M_u / E_s \rho b d^2$  ซึ่งแรงดัดตามแนวแกนไม่มี แต่  $M_u$  ให้แทนด้วยโมเมนต์เทียบเท่าคือ

$$M_m = M_u - N_u(\frac{4h - d}{8}) \quad (4.21)$$

ค่ากำลังเฉือนของคอนกรีตที่มีแรงอัดกระทำร่วมกับโมเมนต์ดัด ซึ่งกำหนดให้  $N_u$  เป็นแรงอัดตามแนวแกนที่มีเครื่องหมายบวก และโมเมนต์ดัด  $M_u$  จากสมการ (4.21) มีค่าเป็นบวก โดยค่าพหุคูณ  $V_c \cdot d / M_u$  สามารถมีมากกว่าหนึ่งค่าได้ ดังนี้

$$V_c = [0.50\sqrt{f'_c} + 176 \rho_w V_c \cdot d / M_u] b_w d \ll v_c b_w d \quad (4.22)$$

จ: เห็นว่าสมการที่ (4.22) มีกรรมสอดคล้องกับสมการที่ (4.8) และค่าหน่วยแรงเฉือนสูงสุด ซึ่งต้องไม่เกินขีดจำกัด ดังนี้

$$v_c = 0.93\sqrt{f'_c} \left[ \sqrt{1 + 0.029 \frac{N_u}{A_g}} \right] \quad (4.23)$$

โดยที่  $N_u$  เป็นแรงอัดตามแนวแกนที่ส่งผลกระทบต่อ: ปริ. ลัม เลข:  $A_g$  เป็นพื้นที่หน้าตัดทั้งหมดของคอนกรีตที่ไม่คิดพื้นที่เหล็กเสริม หน่วยแรงเฉือนที่คำนวณแบบประมาณของคอนกรีตที่มีแรงอัดกระทำให้คำนวณตามสมการต่อไป

$$v_c = 0.53\sqrt{f'_c} \left[ 1 + 0.0071 \frac{N_u}{A_g} \right] \quad (4.24)$$

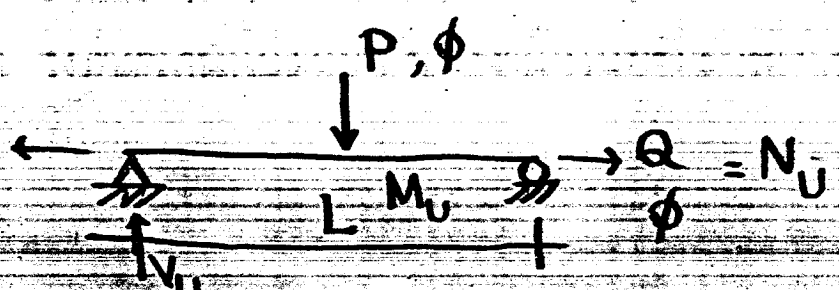
ค่าที่คำนวณได้ตามสมการที่ (4.24) จ: ต้องไม่เกินค่าหน่วยแรงเฉือนตามสมการที่ (4.23)

### 4.4.2 แรงดึงตามแนวแกนกระทำร่วม

ในกรณีที่มีแรงดึงตามแนวแกนกระทำร่วม ที่ให้กำลังเฉือนของคอนกรีตมีค่าลดลง และเป็นที่ทำให้เกิดรอยแตก (Crack) ได้ง่าย ดังนั้นมาตรฐาน ว.ส.ท. 1008-38 ข้อ 4403 (พ)3 กำหนดไว้ดังนี้

$$v_c = 0.53\sqrt{f'_c} \left[ 1 + 0.029 \frac{N_u}{A_g} \right] \quad (4.25)$$

โดยที่  $N_u$  มีค่าเป็นลบ สำหรับแรงดึงเท่านั้น



#### 4.5 ขั้นตอนการออกแบบเหล็กปลอก

ในขั้นนี้ จะสรุปขั้นตอนการออกแบบเหล็กปลอก เสริมรับแรงเฉือน

1) กำหนดแรงเฉือนประลัย  $V_u$  และหาขนาดหน้าตัดวิกฤติ ซึ่งพิจารณาที่ระยะ:  $d$  จากขอบเสา ไม่รวมมากินก็มีแรงกระทำเป็นจุด  $V_{ns}$  ตรงง่าก้น

2) ตรวจสอบ 
$$V_n \leq \phi (V_c + 2.12 \sqrt{f'_c} b_w d) \text{ หรือ } 2.65 \sqrt{f'_c} b_w d$$

เมื่อ  $b_w$  เป็นทอมก้นทุกต้น หากที่ไม่เป็นไปตามเงื่อนไขนี้ ให้เพิ่มขนาดหน้าตัดให้ใหญ่ขึ้น

3) ใช้ปริมาณเหล็กเสริมรับแรงเฉือน,  $A_v$  ต่ำสุด ถ้า  $V_u$  มากกว่าครึ่งหนึ่งของ  $\phi V_c$ , มีข้อกำหนดดังนี้

a) ช่องคานกรีต (Concrete joist)

b) พื้นแฉะฐานราก

c) คานที่มีคานฉีกหน้ากว้าง 25 ซม. หรือ  $2\frac{1}{2}$  เท่าของคานหน้าปีก

$$(A_v)_{\min} = 3.5 b_w S_p / f_{ys}$$

4) ถ้า  $V_u > \phi V_c$ , ต้องออกแบบเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

ให้  $V_u \leq \phi (V_c + V_s)$  เมื่อ

$$V_s = A_v f_{yd} / S_p \text{ สำหรับเหล็กดัด}$$

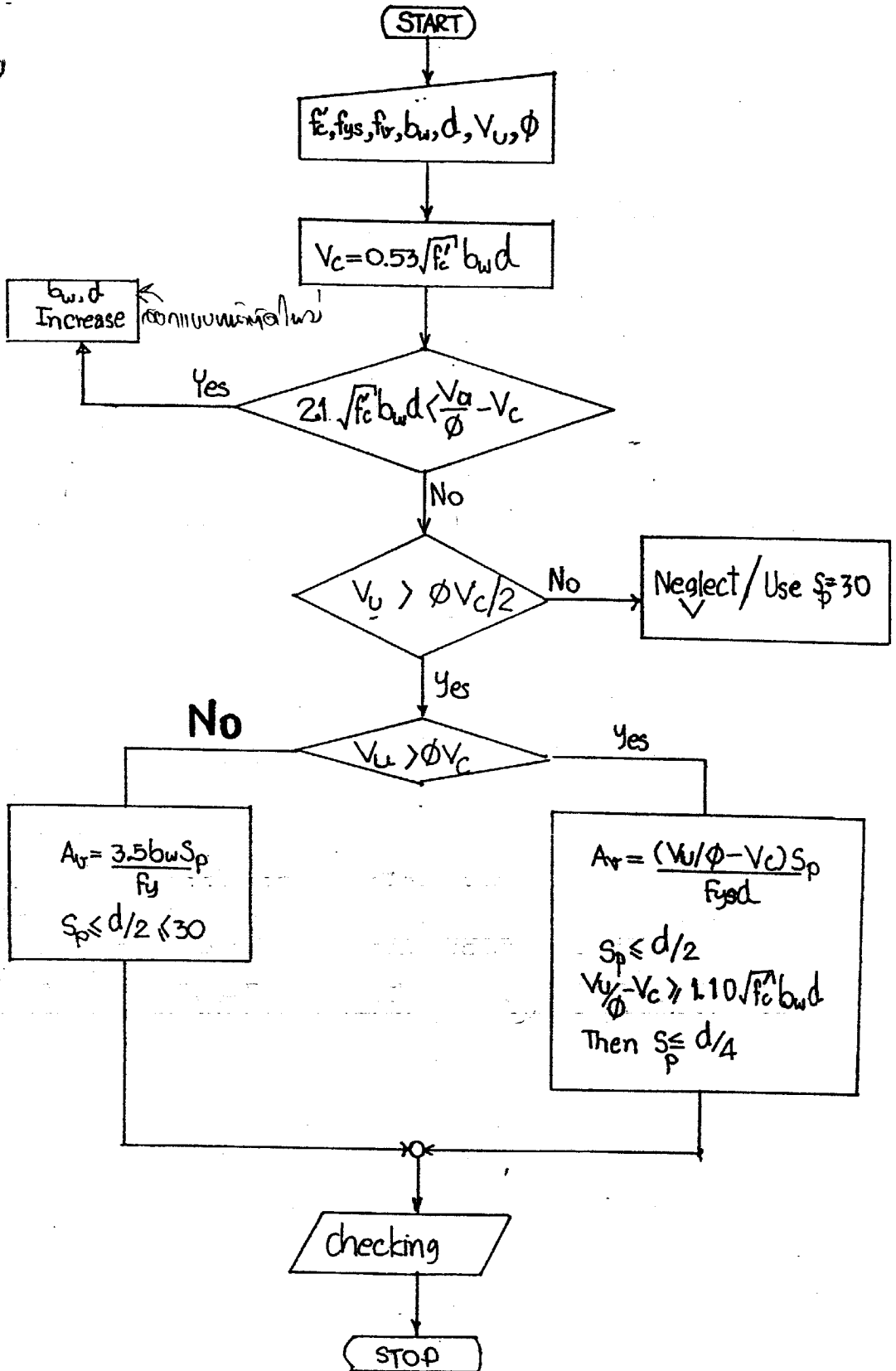
$$V_s = (A_v f_{yd} / S_p) (\sin \alpha + \cos \alpha) \text{ สำหรับเหล็กแฉก}$$

๕) ระยะห่างสูงสุด,  $S_p$  ต้องเป็น  $S_p = d/2 \leq 60 \text{ cm}$ . ยกเว้นในกรณี

$$V_s > 1.10 \sqrt{f'_c} b_w d \text{ ระยะห่าง } S_p \leq d/4 \leq 30 \text{ cm}$$

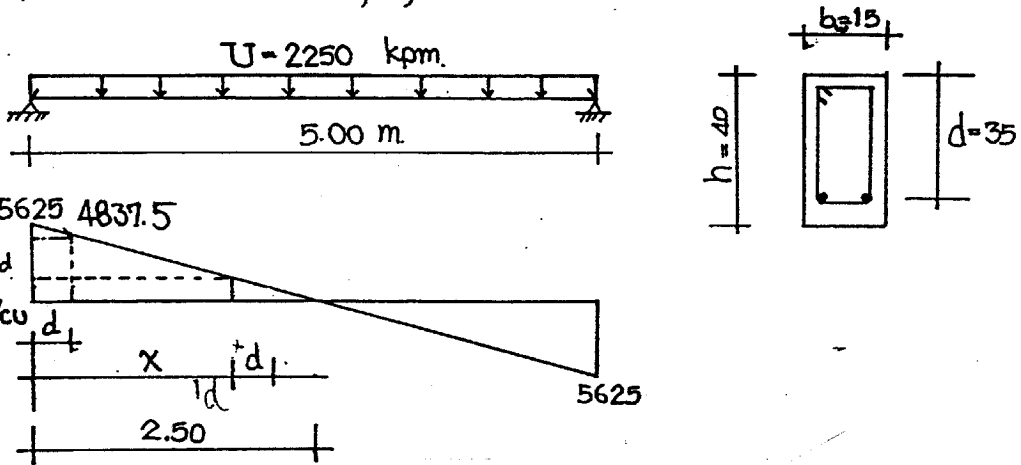
ในรูปที่ 4.5 เป็นผังงานแสดงถึงลำดับขั้นตอนการออกแบบเหล็กเสริมรับแรงเฉือน ซึ่งสามารถนำไปเปรียบเทียบกับผังงานในบทที่ 3 ได้ตามสมควรมากยิ่งขึ้น





รูปที่ 4.5 ตารางการออกแบบเหล็กเสริมกับแรงเฉือน

ตัวอย่างที่ 4.1 จงกำหนดหาช่วงระยะความยาวที่จำเป็นต้องเสริมเหล็กดัดตั้ง  
 ของคานช่วงเดียวยาว 5.00 ม. รับน้ำหนักบรรทุกประลัยกระจายสม่ำเสมอ  
 2250 kpm. ซึ่งรวมน้ำหนักบรรทุกคงที่ของคานแล้ว ขนาดหน้าตัด 0.15×0.40 ม.  
 กำหนดให้  $f'_c = 210$  ksc,  $f_y = 3000$  ksc และ  $E_s = 2.039 \times 10^6$  ksc.



วิธีทำ

กำหนดแรงเฉือนประลัยที่จุดห่างจากฐานรองรับเป็นระยะ  $d = 0.35$  m.

$$V_{ud} = V_u - U \cdot d = 5625 - 2250 \times 0.35 = 4837.5 \text{ kgs.}$$

หรือใช้วิธีเทียบสามเหลี่ยมคล้าย ก็ได้

$$\frac{y}{5625} = \frac{d}{250}$$

$$y = \frac{5625 \times 0.35}{250} = 787.5 \text{ kgs.}$$

ดังนั้น  $V_{ud} = 5625 - y = 5625 - 787.5 = 4837.5 \text{ kg.}$

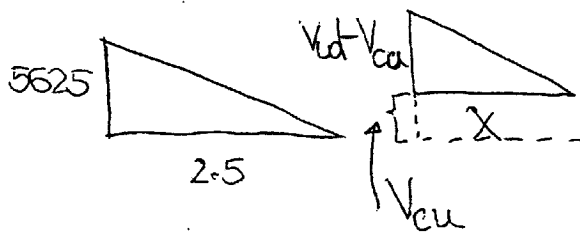
แรงเฉือนประลัยต้านทานโดยคอนกรีต,  $V_{cu} = \phi [0.53 \sqrt{f'_c}] b_w d$

$$V_{cu} = 0.85 [0.53 \sqrt{210}] \times 15 \times 35 = 3427.39 \text{ kg.}$$

ปรากฏว่า  $V_{ud} > V_{cu}$  จึงต้องเสริมเหล็กดัดตั้งช่วยรับแรงดัดก้ม และ

กำหนดระยะความยาวที่เสริมเหล็กดัดตั้ง,  $x$  จากกรเทียบสามเหลี่ยมคล้าย  
 ได้ดังนี้

$$\frac{x}{V_{ud} - V_{cu}} = \frac{2.5}{5625}$$



$$x = \frac{2.5 \times (4837.5 - 3427.39)}{5625} = 0.63 \text{ m.}$$

ดังนั้นต้องเสริมเหล็กดัดตั้ง เป็นระยะ 63 cm **Ans**

3) กำหนดเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

แรงเฉือนที่ตำแหน่งนั้นโดยเหล็กเสริม,  $V_s$

$$V_s = V_n - V_c = 69562 - 21728 = 47834 \text{ kg.}$$

เลือกใช้เหล็กดัด  $\phi 12 \text{ mm}$  พื้นที่หน้าตัดต่อหนึ่งขา =  $1.13 \text{ cm}^2$

$$A_v = 2 \times 1.13 = 2.26 \text{ cm}^2$$



จากสมการที่ (4.15) จะได้

$$s_p = \frac{A_v f_y s_d}{V_s} = \frac{2.26 \times 3000 \times 70}{47834} = 9.92 \text{ cm}$$

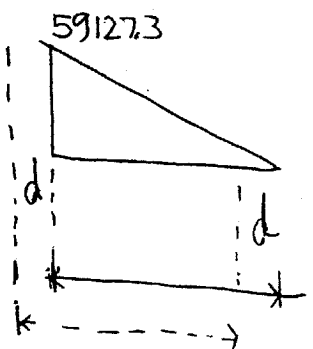
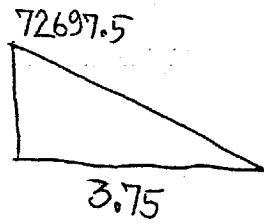
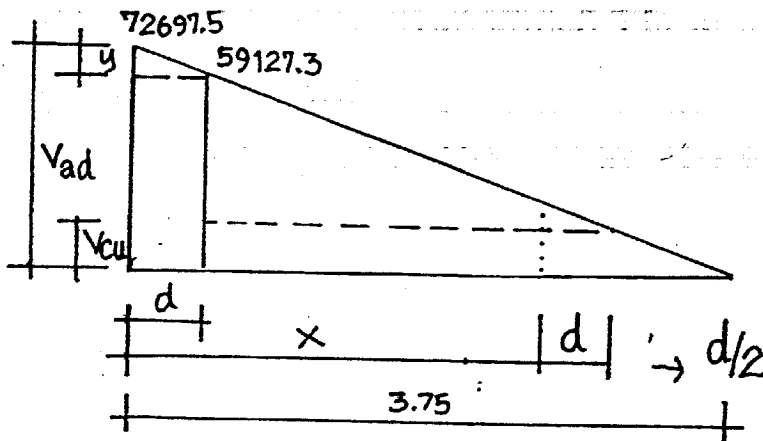
ดังนั้น เลือกใช้  $\phi 12 \text{ mm}$  เสริมปลอกคู่ ระยะ 19.5 cm

4) ตรวจสอบระยะห่างของเหล็กรับแรงเฉือน

ที่  $V_n - V_c > 1.06 \sqrt{f_c'} b_w d$  ระยะห่างที่ขอมให้  $s_p = d/4 \leq 30 \text{ cm.}$

นั่นคือ  $47834 > 43456$  ดังนั้น  $s_p = 17.5 \text{ cm}$  เสริมจากขอบผิวงานรองรับถึงหน้าตัดวิกฤติ

แรงเฉือนลดลงมาเรื่อยๆ จากฐานรองรับจนถึงกึ่งกลางคานเป็นลักษณะเชิงเส้น ดังนั้นจึงกำหนดหาระยะการเสริมเหล็กดัด ดังนี้



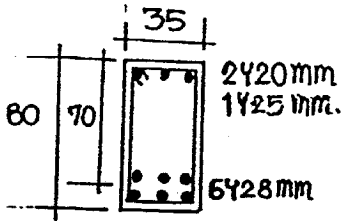
$$V_{cu} = 21728 \times 0.85 = 18468.8 \text{ kg}$$

$$\text{ระยะ } X = \frac{3.75}{72697.5} (59127.3 - 18468.8) = 2.097 \text{ m.}$$

ระยะเสริมเหล็กดัด = 2.80 m

กำหนดที่ 4.2 คอนกรีตคือเหล็กผสมเป็นอัน ซึ่งเดียงจร 7.50 m รับน้ำหนักบรรทุก  
 ตร 10850 kpm ซึ่งไม่รวมน้ำหนักคงที่ของคาน ให้ออกแบบการเสริม  
 เหล็กรับแรงเหวี่ยงเท่าที่จำเป็น กำหนดให้

- $f'_c = 280$  ksc สำหรับคอนกรีตธรรมดา
- $f_y = 4000$  " สำหรับเหล็กเสริมตามแนวยก
- $f_{ys} = 3000$  " สำหรับเหล็กเสริมลุดตั้ง

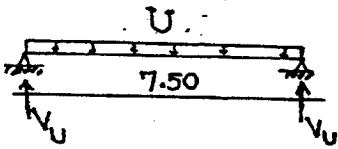


วิธีทำ 1) คำนวณแรงเคเตอร์แรงเหวี่ยง

น.น.คาน,  $D = 0.35 \times 0.80 \times 2400 = 672$  kpm.

น.น.บรรทุก,  $L = 10850$

น.น.บรรทุกรวม,  $U = 1.4 \times 672 + 1.7 \times 10850 = 19386$  kpm



แรงเหวี่ยงประลัยสูงสุด,  $V_u = 19386 \cdot 7.5 / 2$

$V_u = 72697.5$  kg.

ขนาดคานมิลิกประลัยกัณ,  $d = 70$  ซม. คมกัณกัณคาน,  $b_w = 35$  ซม.

พิกัดกัณแรงเหวี่ยงที่กัณขึ้นที่จุดกัณจุด ระยะ:  $d = 70$  ซม. จากขอบคัณของ  
 เสาที่รับคาน จ.ได้

$(V_u)_{at d} = V_u - U \cdot d = 72697.5 - 19386 \cdot 0.70$

$V_{ud} = 59127.3$  kg

2) คำนวณคานกัณกัณแรงเหวี่ยง

แรงเหวี่ยงกัณกัณโดยคอนกรีตกัณ,  $V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$

$V_c = 0.53 \sqrt{280} \cdot 35 \cdot 70 = 21728$  kg

ตรงจลอบคานเพิ่มพอบของหน้าตัดต่อแรงเหวี่ยง,  $V_{ad} = 2.65 \sqrt{f'_c} b_w d$

$V_{ad} = 2.65 \sqrt{280} \cdot 35 \cdot 70 = 108640$  kg

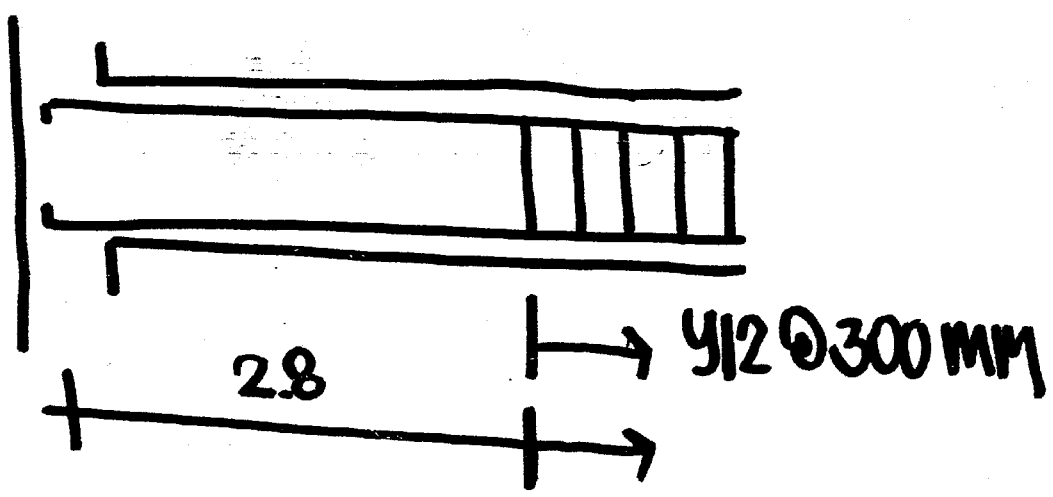
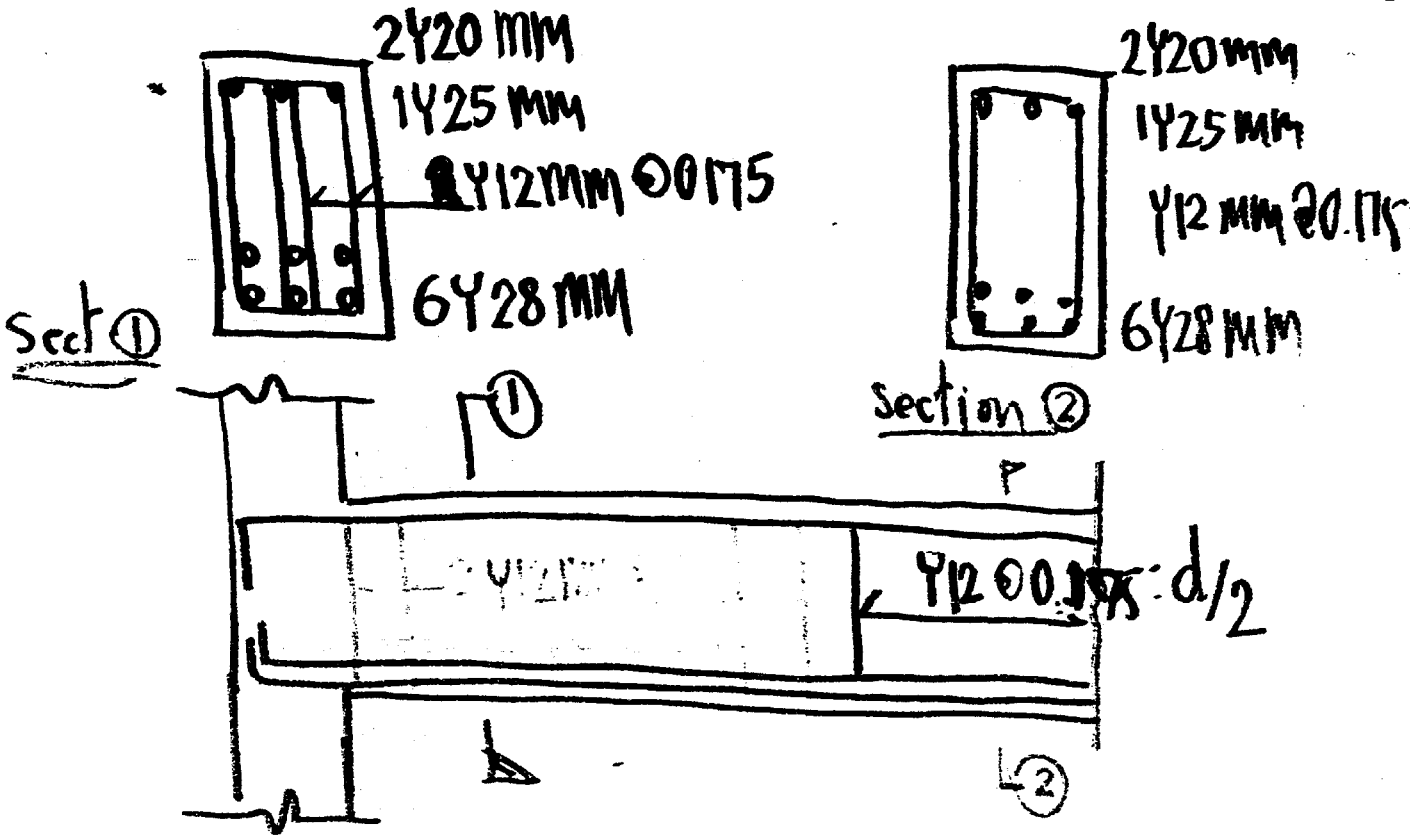
$(V_u = \phi V_n)$

$V_n = V_{ud} / \phi = 59127.3 / 0.85 = 69562$  kg

พกกัณ  $V_{ad} > V_n$  แลคกัณหน้าตัดนี้จ.ได้

$V_n > V_c$  คัณเสริมเหล็กกัณรับแรงเหวี่ยง

# 5) แสดงรายละเอียด



## 4.6 แรงยึดเหนี่ยวและการยึด (Bond Stress & Anchorage Length)

โดยทั่วไปการยึดเหนี่ยวระหว่างคอนกรีตกับเหล็กเสริมสามารถแบ่งได้ 2 ประเภทคือ

ก) Flexural Bond เป็นการยึดเหนี่ยวคอนกรีตกับเหล็กเสริมรับแรงดึงในคาน คือ

$$U_0 = \frac{V_u}{\phi \sum_o j d} \quad (4.25)$$

โดยที่  $U_0$  = หน่วยแรงยึดเหนี่ยวปรัลย์

$V_u$  = แรงเฉือนปรัลย์

$\phi = 0.85$

$j = 0.875$  แนะนำให้ใช้  $j = 0.9$

$\sum_o$  = ผลรวมเส้นรอบรูปของเหล็กเสริม

ข) Anchorage Bond OR Development Bond

เป็นการยึดเหนี่ยวเหล็กเสริมกับคอนกรีตที่ระยะความยาวปลงดักยคือ

$$U_0 = \frac{A_s f_s}{\phi \sum_o L_d} \quad (4.26)$$

โดยที่  $U_0$  = หน่วยแรงการยึด

$A_s$  = พื้นที่เหล็กเสริม

$f_s$  = หน่วยแรงเหล็กเสริม

$L_d$  = ระยะความยาวของการยึดเหนี่ยว

หน่วยแรงที่เกิดขึ้นจริงในคานคสล. ตามสมการที่ (4.25)

จะต้องมีค่าไม่เกินกว่าหน่วยแรงยึดเหนี่ยวปรัลย์ที่กำหนดต่อไปนี้

หน่วยแรงขีดหน่วงที่ยอมรับได้,  $U_a$

1) เหล็กข้ออ้อยรับแรงดึงตาม มอก. 24-2516 (ASTM A305)

เหล็กบน,  $U_a = \frac{4.51\sqrt{f_c'}}{D} \leq 40 \text{ ksc}$  (4.27a)

300 มม

เหล็กชั้น ๑,  $U_a = \frac{6.39\sqrt{f_c'}}{D} \leq 55 \text{ ksc}$  (4.27b)

โดยที่  $D$  คือขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเหล็กเสริม

2) เหล็กข้ออ้อยรับแรงดึงตาม มอก. 24-2516 (ASTM A408)

เหล็กบน,  $U_a = 1.11\sqrt{f_c'}$  (4.28a)

เหล็กชั้น ๑,  $U_a = 1.59\sqrt{f_c'}$  (4.28b)

3) เหล็กข้ออ้อยรับแรงอัด

$$U_a = 3.44\sqrt{f_c'} \leq 53 \text{ ksc} \quad (4.29)$$

4) เหล็กผิวเรียบที่ใช้ใช้ค่าครึ่งหนึ่งของ มอก. 24-2516 (ASTM A305) แต่ต้องไม่เกิน 11 ksc

หากหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจริงมีค่าสูงกว่าค่าในลุ่มการที่ (4.27) ถึง (4.29) ตามที่กำหนดให้ แสดงว่าสามารถรับแรงขีดหน่วงได้ ให้เพิ่มปริมาณเหล็กเสริมหรือขนาดของแกน

ตัวอย่างที่ 4.3 เหล็กเสริมในแกนคอนกรีตขนาด  $4.16 \text{ mm}$

เสริมในลักษณะเหล็กบน กำหนดให้  $f_c' = 280 \text{ ksc}$ ,  $f_y = 3000 \text{ ksc}$

เหล็กเสริมชั้นคุณภาพ ASTM A305 จงหาทราบความหนา

เหล็กที่: ไม่ทำให้แกนต้องแตกหัก ด้วยแรงขีดหน่วง

วิธีทำ หน่วยแรงขีดหน่วงที่ยอมรับได้

$$U_a = \frac{4.51\sqrt{f_c'}}{D}$$

$$= \frac{4.51\sqrt{280}}{1.6} = 47.17 \text{ ksc} > 40$$

$$\therefore U_a = 40 \text{ ksc}$$

หาความยาวที่รองรับ,  $L_d$

ตาม  $U_d = \frac{A_s f_s}{\phi \sum_o L_d}$

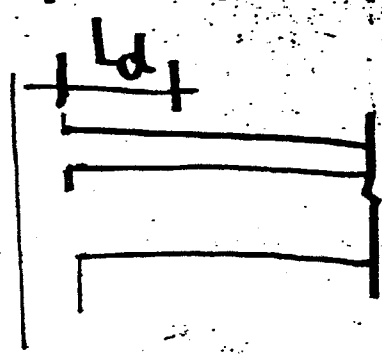
$16 \nmid \phi \sum_o = 7 \times 1.6 = 5.024$

ให้  $U_d = U_a = 40 \text{ ksc}$

$\therefore L_d = \frac{2.01 \times 3000}{0.85 \times 5.024 \times 40}$

$= 35.30 \text{ cm}$

ดังนั้นความยาวเหล็ก = 35.50 cm



\*\*\*

ตัวอย่างที่ 4.4 คานขนาดหน้าตัด 20x40 cm. ยื่นจากเสาสูง 1.75 m.

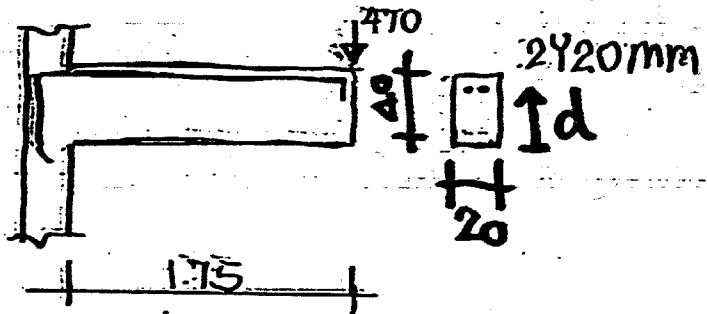
เสริมเหล็ก 2Y20 mm รับน้ำหนักจรที่เป็นจุด 470 kg ที่

ปลายคาน น้ำหนักคงที่ 450 kg/m กำหนด  $f'_c = 210 \text{ ksc}$ .

และ  $f_y = 3000 \text{ ksc}$ . ให้ตรวจสอบความปลอดภัยตามการ

บิดหน้า และคำนวณความยาวของเหล็กที่จ. ยึดกับขโมยให้

เกิดการเคลื่อนตัวของเหล็กที่ฝังในคอนกรีต.



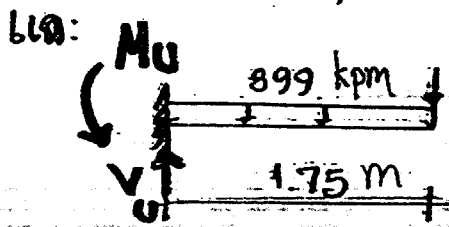
วิธีที่ 1) น.น.ตงที่ของคาน  $BL = 0.2 \times 0.4 \times 2400 = 192 \text{ kg/m}$

น.น.ตงที่  $DL = 450 \text{ kpm}$

น.น.ตงที่รวม  $D = 642 \text{ kpm}$

น.น.บรรทุกประลัย  $U_{un} = 1.4 \times 642 = 899 \text{ kg/m}$

$U_p = 1.7 \times 470 = 799 \text{ kg}$

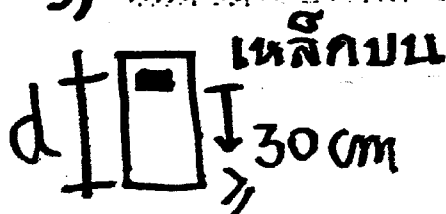




2) แรงเฉือนที่ระยะ  $V_u = 899 \times 1.75 + 799 = 2372.25 \text{ kg}$

โมเมนต์ดัดที่ระยะ  $M_u = \frac{1}{2} \times 899 \times 1.75^2 + 799 \times 1.75$   
 $= 2775 \text{ kgm}$

3) หน่วยแรงยึดหน้าวงเหล็ก  $U_u = \frac{V_u}{\phi \sum o_j d}$ ,  $d = 36 \text{ cm}$ .



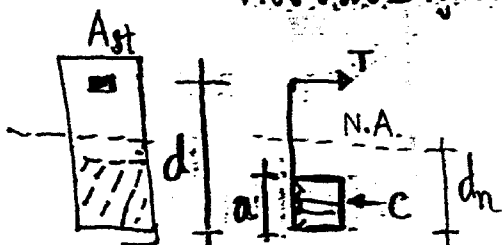
$$U_u = \frac{2372.25}{0.85 \times 12.58 \times 0.9 \times 36} = 6.88 \text{ ksc}$$

หน่วยแรงยึดหน้าวงที่ยอมรับได้  $U_a = \frac{4.51 \sqrt{f'_c}}{D}$

$$U_a = \frac{4.51 \sqrt{210}}{2.0} = 32.68 \text{ ksc} < 40 \text{ ksc}$$

$> U_u$  ใช้ได้

ตรวจสอบค่าหน่วยแรงในเหล็กถึงจุดคานหรือไม



$$c = T$$

$$0.85 f'_c b a = A_{st} f_s = A_{st} E_s \epsilon_s \quad (a)$$

$$\epsilon_s = 0.003 \left( \frac{d - d_n}{d_n} \right) = \frac{0.003 (36 - d_n)}{d_n}$$

แทน  $\epsilon_s$  ในสมการ (a) ได้:  $a = \beta_1 d_n = 0.85 d_n$

$$0.85 \times 210 \times 20 \times 0.85 d_n = 2 \times 3.14 \times 2.04 \times 10^6 \times 0.003 \frac{(36 - d_n)}{d_n}$$

$$3034.5 d_n^2 = 38433.6 (36 - d_n)$$

$$d_n^2 + 12.665 d_n - 455.96 = 0$$

$$\therefore d_n = 15.94 \text{ cm}$$

ดังนั้น  $\epsilon_s = \frac{0.003 (36 - 15.94)}{15.94} = 0.0038$

$$\epsilon_y = \frac{3000}{2.04 \times 10^6} = 0.00147 < \epsilon_s$$

แสดงว่า  $f_s = f_y = 3000 \text{ ksc}$

အားပေးမှု,  $L_d$

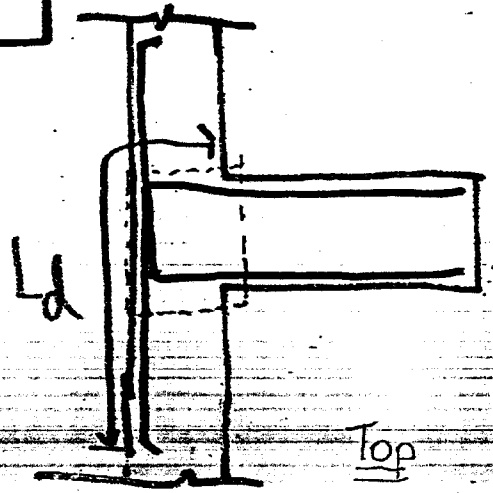
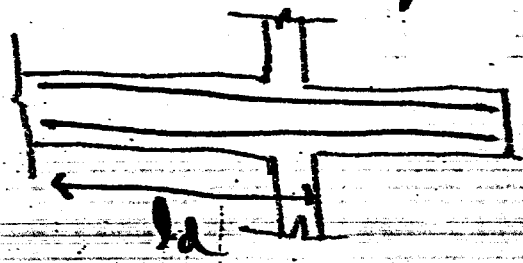
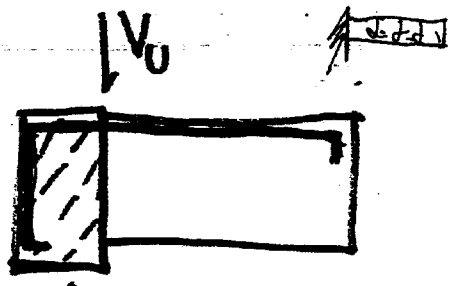
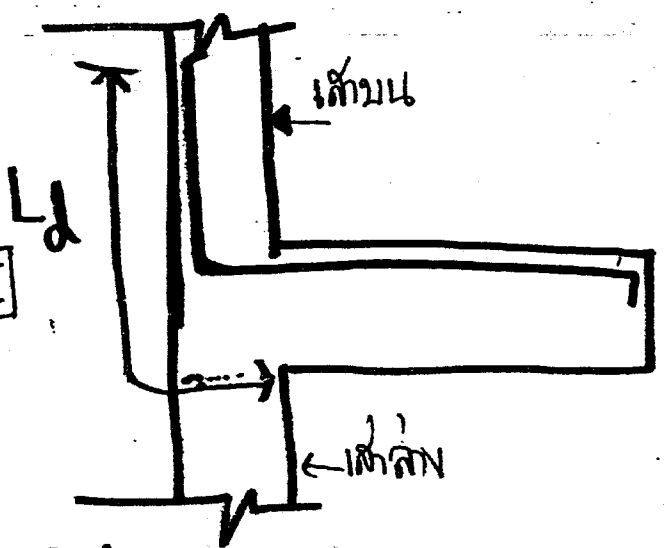
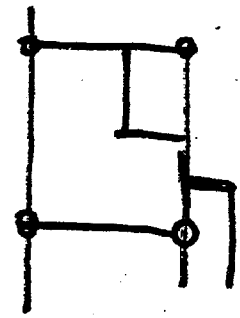
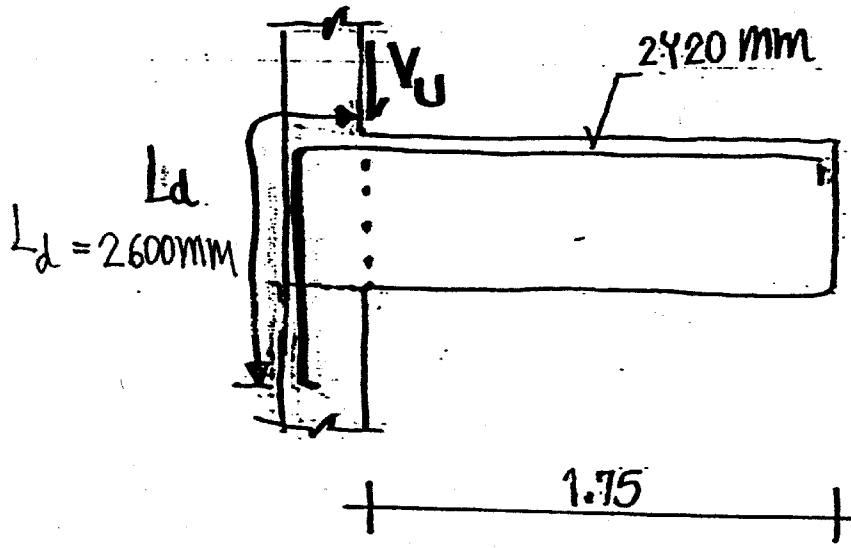
$$U_D = \frac{A_s f_s}{\phi \sum O L_d}$$

၁။  $U_D = U_U = 6.86 \text{ ksc}$

$$L_d = \frac{2 \times 3.14 \times 3000}{0.85 \times 12.56 \times 6.86}$$

$$= 257.25 \text{ cm}$$

$$L_d \approx 260 \text{ cm}$$



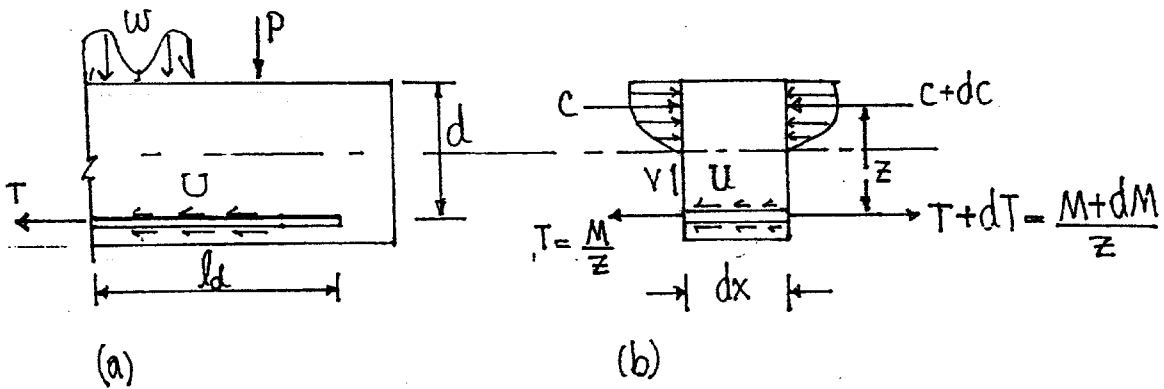
4.7 ระยะฝังตัวของเหล็กเสริม (Anchorage Bond Length)

การที่ออกแบบของค้ำคานแล้วตรวจการยึดหน่วงระหว่างคอนกรีตกับเหล็กเสริม ก็กล่าวในหัวข้อ 4.6 เป็นไปตามมาตรฐาน ว.ส.ท. 1001-16 ซึ่งมีใช้มาเป็นเวลานาน แต่จากทดลองของค้ำคานเกี่ยวกับหน่วยแรงยึดหน่วง (Bond Stress) พบว่า หากมีการจัดระยะเรียงเหล็กเสริม และระยะฝังตัวของเหล็กเสริมได้อย่างเพียงพอ การพังทลายของค้ำคานจะไม่มีผลมากนัก ดังนั้นในปัจจุบัน มาตรฐาน ว.ส.ท. 1008-38 จึงได้กำหนดให้พิจารณาถึงความยาวระยะฝังเพิ่ม (Development Length) ของเหล็กเสริมเป็น  $l_d$  ที่ฝังไว้ในคอนกรีตซึ่งทำให้เกิดแรงขึ้น

จากสมการที่ (4.26) ให้หน่วยแรงการยึดที่เกิดขึ้นจริงในคอนกรีตเสริมเหล็กเป็น  $U_n$  หน่วยแรงของเหล็กเสริมรับแรงดึงเป็น  $f_y$  และพื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมเป็น  $A_b$  ดังนั้นจะได้

$$U_n = \frac{A_b f_y}{\sum o l_d} \tag{4.27}$$

$$\text{ให้ } U = u \cdot \sum o \tag{4.28}$$



รูปที่ 4.6 หน่วยแรงยึดหน่วง

สมการที่ (4.28) เป็นหน่วยแรงยึดหน่วงเฉลี่ยต่อหนึ่งหน่วยความยาวของเหล็กเสริม โดยที่  $u$  เป็นหน่วยแรงยึดหน่วง และจากรูปที่ 4.6 พิจารณาได้ดังนี้

$$U \cdot dx = [T+dT] - T = dT$$

$$U = \frac{dT}{dx}$$

แต่ให้  $z = j \cdot d$  ดังนั้น  $T = M/z$

$$U = u \Sigma_0 = \frac{dT}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \frac{M}{z} \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{M}{jd} \right)$$

$$u = \frac{1}{\Sigma_0 \cdot jd} \frac{dM}{dx}$$

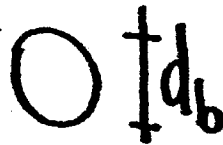
$$\frac{dM}{dx} = V$$

หรือ  $u = \frac{V}{\Sigma_0 \cdot jd}$  (a)

เห็นได้ว่า สมการ (a) ก็คือสมการที่ (4.25) นั่นเอง ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงโมเมนต์ดัด ที่มีค่าเป็นสัดส่วนโดยตรง กับแรงเฉือนที่หน้าตัดที่จุดนั้น ตามรูปที่ 4.6 (a) และ (b) ได้

$$U = T/l_d = \frac{A_b f_y}{l_d} \quad (b)$$

$$A_b = \frac{\pi}{4} (d_b)^2$$



$$\Sigma_0 = \pi d_b$$

ดังนั้น  $u = u \cdot \pi d_b$

$$u \pi d_b = \frac{\pi (d_b)^2 f_y}{4 l_d}$$

$$u = \frac{d_b f_y}{4 l_d}$$

(4.29)

ให้  $u_n$  เป็น หน่วยแรงยึดหน้าจอบรรจุที่หน้าหน้าบรทุกบร: สัมกระทำต่อ  
 - มีไม่เกินค่าที่คำนวณได้จากสมการที่ (4.29) นั่นคือ

$$u_n = \frac{d_b f_y}{4 l_d}$$

หรือ  $l_d = \frac{d_b f_y}{4 u_n}$

(4.30)

จากการทดลองปรากฏว่า ค่าสัมประสิทธิ์แรงยึดหน้าจอบรรจุที่หน้าหน้าบรทุกบร: สัมกระทำต่อเพียงหนึ่งเส้นมีค่าเป็น  $23.58 \sqrt{f'_c}$  kg/cm. และ ค่าสัมประสิทธิ์แรงยึดหน้าจอบรรจุที่หน้าหน้าบรทุกบร: สัมกระทำต่อเส้นทั้งสี่ลดลงเหลือ 80% คือ

$18.86\sqrt{f_c'} \text{ kg/cm}$ . ดังนั้น จากสมการ (b) จะได้ว่า: ความยาวเพิ่ม ดังนี้

$$l_d = \frac{A_b f_y}{U_n} \quad (c)$$

โดยที่  $U_n = 18.86\sqrt{f_c'} \text{ kg/cm}$

และเพื่อความปลอดภัยให้เพิ่มค่ากำลังอีก 15% ดังนั้น จากสมการ (c) จะได้ว่าดังนี้

$$l_d = \frac{1.15 A_b f_y}{18.86\sqrt{f_c'}} = 0.06 \frac{A_b f_y}{f_c'} \text{ cm.} \quad (d)$$

การทำให้เกิดแรงโดยทรึงของเหล็กเสริมให้ใช้ค่า  $\sqrt{f_c'}$  ได้ไม่เกินค่า  $27 \text{ kg/cm}^2$  หรือค่าที่ได้ต่ำกว่าค่าอัตราส่วนของคอนกรีต  $f_c'$  ต้องมีค่าไม่เกิน 730 ksc

#### 4.8 ความยาวระยะเพิ่มของเหล็กเสริมรับแรงดึง (Development Length in tension)

ความยาวระยะเพิ่ม  $l_d$  มีหน่วยเป็น cm. สำหรับเหล็กข้ออ้อยแดง: ข้ออ้อยรับแรงดึง ต้องกำหนดโดยมีค่าเท่ากับผลคูณของความยาวระยะเพิ่มพื้นฐาน (Basic Development Length) ให้เป็น  $l_{db}$  กับตัวคูณปรับประยุกต์ใช้แล้ว ต้องมีค่าไม่น้อยกว่า 30 cm หรือ  $l_d \geq 30 \text{ cm}$ . แต่: ความยาวระยะเพิ่มพื้นฐาน  $l_{db}$  ให้คำนวณตามนี้

1) สำหรับเหล็กเส้นขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางตั้งแต่ 36 mm ลงมา ( $d_b \leq 36 \text{ mm}$ )

$$l_{db} = 0.06 \frac{A_b f_y}{\sqrt{f_c'}} \text{ cm} \quad (4.31)$$

แต่:  $l_{db} \geq 0.006 d_b f_y$

2) สำหรับเหล็กเส้นขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 43 mm.

$$l_{db} = 0.82 \frac{f_y}{\sqrt{f_c'}} \quad (4.32)$$

3) สำหรับเหล็กเส้นเขตเส้นผ่านศูนย์กลาง 57 mm

$$l_{db} = 1.21 \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \quad (4.33)$$

4) สำหรับเหล็กเส้นแบบลวดขี้ฉวย

$$l_{db} = 0.11 \frac{d_b f_y}{\sqrt{f'_c}} \quad (4.34)$$

ค่า  $l_{db}$  ที่คำนวณได้จากสมการที่ (4.31) ถึงสมการที่ (4.34) ให้คูณด้วยตัวคูณปรับประยุกต์ใช้เป็น  $\lambda_d$  ตามข้อ 4502 (ค) ถึง ข้อ 4502 (ง) ของมาตรฐาน ว.ส.ท. 1008-38 หรืออาจใช้ค่าต่อไปนี้

$$\lambda_d = \lambda_d l_{db} \geq 30 \text{ cm} \quad (4.34)$$

โดยที่พิจารณาค่า  $\lambda_d$  ดังนี้

1) สำหรับเหล็กบน (Top Reinforcement)

$$\lambda_d = 1.4$$

2) สำหรับเหล็กที่  $f_y > 4000 \text{ ksc}$

$$\lambda_d = 2 - \frac{4000}{f_y} \quad (4.35)$$

3) สำหรับคอนกรีตมวลรวมน้ำหนักเบา

$$\lambda_d = 1.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_{ct}} \geq 1.0 \quad (4.36)$$

เมื่อ  $f_{ct}$  ไม่กำหนดให้

a) คอนกรีตมวลรวมน้ำหนักเบาทันหมด  $\lambda_d = 1.33$

b) คอนกรีตมวลรวมน้ำหนักเบา - กทม  $\lambda_d = 1.18$

4) สำหรับเหล็กเสริมที่มีระยะเรียงเหล็กห่างเกิน 15 cm.

$$\lambda_d = 0.80$$

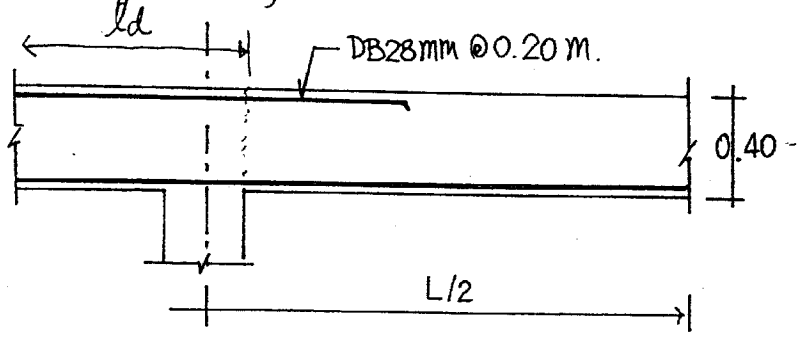
5) สำหรับเหล็กเสริมที่ถูกรัดด้วยปลอกเกลียว มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง ไม่ต่ำกว่า 6 mm และระยะห่างของปลอกเกลียวไม่เกิน 10 cm ( $S_p \leq 10 \text{ cm}$ )

$$\lambda_d = 0.75$$

6) สำหรับกรณีที่มีเหล็กเสริมเกิน อาจทำให้ได้ระยะความยาวยึดงัดเกินที่ข้อกำหนดความยาวระยะฝังเพิ่มได้

$$\lambda_d = \frac{A_s \text{ ที่ต้องมตร}}{A_s \text{ ที่เสริมจริง}} \leq 1.0 \tag{4.36}$$

ตัวอย่างที่ 4.5 จงคำนวณความยาวระยะฝังเพิ่มของเหล็กเสริมรับแรงดึงในคานดังในรูป เป็นเหล็กเสริมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง DB28 mm เสริมห่างกันระยะ 20 cm คานมีความลึก 40 cm ให้  $f_y = 5000 \text{ ksc}$  และ  $f'_c = 280 \text{ ksc}$ .



วิธีทำ ความยาวระยะฝังเพิ่ม  $l_{db}$  ของเหล็กเสริม DB28 mm คือ ( $d_b = 28 \ll 36 \text{ mm}$ )

$$l_{db} = \frac{0.06 A_b f_y}{\sqrt{f'_c}} ; A_b = \frac{\pi (2.8)^2}{4} = 6.16 \text{ cm}^2$$

$$\therefore l_{db} = \frac{0.06 \times 6.16 \times 5000}{\sqrt{280}} = 110.439 \text{ cm.}$$

$$\text{และ } l_{db} \geq 0.006 d_b f_y = 0.006 \times 2.8 \times 5000 = 84 \text{ cm ใช้ได้}$$

เนื่องจากเป็นเหล็กเสริมบน ค่าที่คำนวณได้  $l_{db}$  ต้องคูณด้วยตัวคูณปรับประยุกต์ให้  $\lambda_d = 1.4$

$$\therefore l'_{db} = \lambda_d l_{db} = 1.4 \times 110.439 = 154.615 \text{ cm}$$

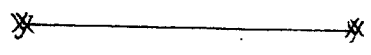
และเนื่องจาก  $f_y = 5000 \text{ ksc} > 4000 \text{ ksc}$

$$\lambda_d = 2 - \frac{4000}{f_y} = 2 - \frac{4000}{5000} = 1.2$$

ดังนั้น ความยาวระยะฝังเพิ่ม  $l_d$  จึงได้

$$l_d = \lambda_d \cdot l'_{db} = 1.2 \times 154.615 = 185.538 \text{ cm.}$$

นั่นคือ ความยาวระยะฝังเพิ่ม  $l_d$  ก็เป็น ~~คือ~~ เท่ากับ 185.538 cm.



### 4.9 ความยาวระยะเพิ่มของเหล็กเสริมรับแรงอัด (Development length in Compression)

ความยาวระยะเพิ่ม  $l_{db}$  สำหรับเหล็กข้ออ้อยที่เสริมรับแรงอัด ต้องคำนวณโดยมีค่าเท่ากับผลคูณของความยาวระยะเพิ่มพื้นฐาน  $l_{db}$  กับตัวคูณปรับประยุกต์ใช้แล้ว ต้องมีค่าไม่น้อยกว่า 20 cm. ( $l_d \geq 20$  cm) โดยที่ค่า  $l_{db}$  คำนวณได้ตามสมการต่อไปนี้

$$l_{db} = 0.075 d_b \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \tag{4.37}$$

และ:  $l_{db} \geq 0.0043 d_b f_y$  (4.38)

ถ้าในตำแหน่งนั้นมีเหล็กเสริมจำนวนมาก และความยาวระยะเพิ่มของเหล็กเสริมเกินค่าที่ต้องการ ความยาวระยะเพิ่มที่เสริมจริงอาจลดลงได้ ด้วยการคูณค่าปรับประยุกต์ใช้ หรืออาจลดลงได้ 25%. เมื่อเหล็กเสริมรับแรงอัดมีปลอกเกลียว รัศรอบตัวขนาดของเหล็กปลอกเกลียวไม่ต่ำกว่า 6 mm. และ ระยะห่างของเหล็กปลอกเกลียวไม่เกิน 10 cm. หรืออาจเขียนสมการได้ดังนี้

$$l_{db} = 0.075 d_b \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \left[ \frac{A_s \text{ ที่ต้องการ}}{A_s \text{ ที่เสริมจริง}} \right] \geq 20 \text{ cm} \tag{4.39a}$$

$$l_{db} = 0.075 d_b \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \left[ \frac{A_s \text{ ที่ต้องการ}}{A_s \text{ ที่เสริมจริง}} \right] [0.75] \geq 20 \text{ cm} \tag{4.39b}$$

$$l_{db} = 0.0043 d_b f_y \left[ \frac{A_s \text{ ที่ต้องการ}}{A_s \text{ ที่เสริมจริง}} \right] \geq 20 \text{ cm.} \tag{4.39c}$$

และ:  $l_{db} = 0.0043 d_b f_y \left[ \frac{A_s \text{ ที่ต้องการ}}{A_s \text{ ที่เสริมจริง}} \right] [0.75] \geq 20 \text{ cm}$  (4.39d)

สมการที่ (4.39b) และสมการที่ (4.39d) ใช้สำหรับกรณีเสริมเหล็กปลอกเกลียวรัศรอบ

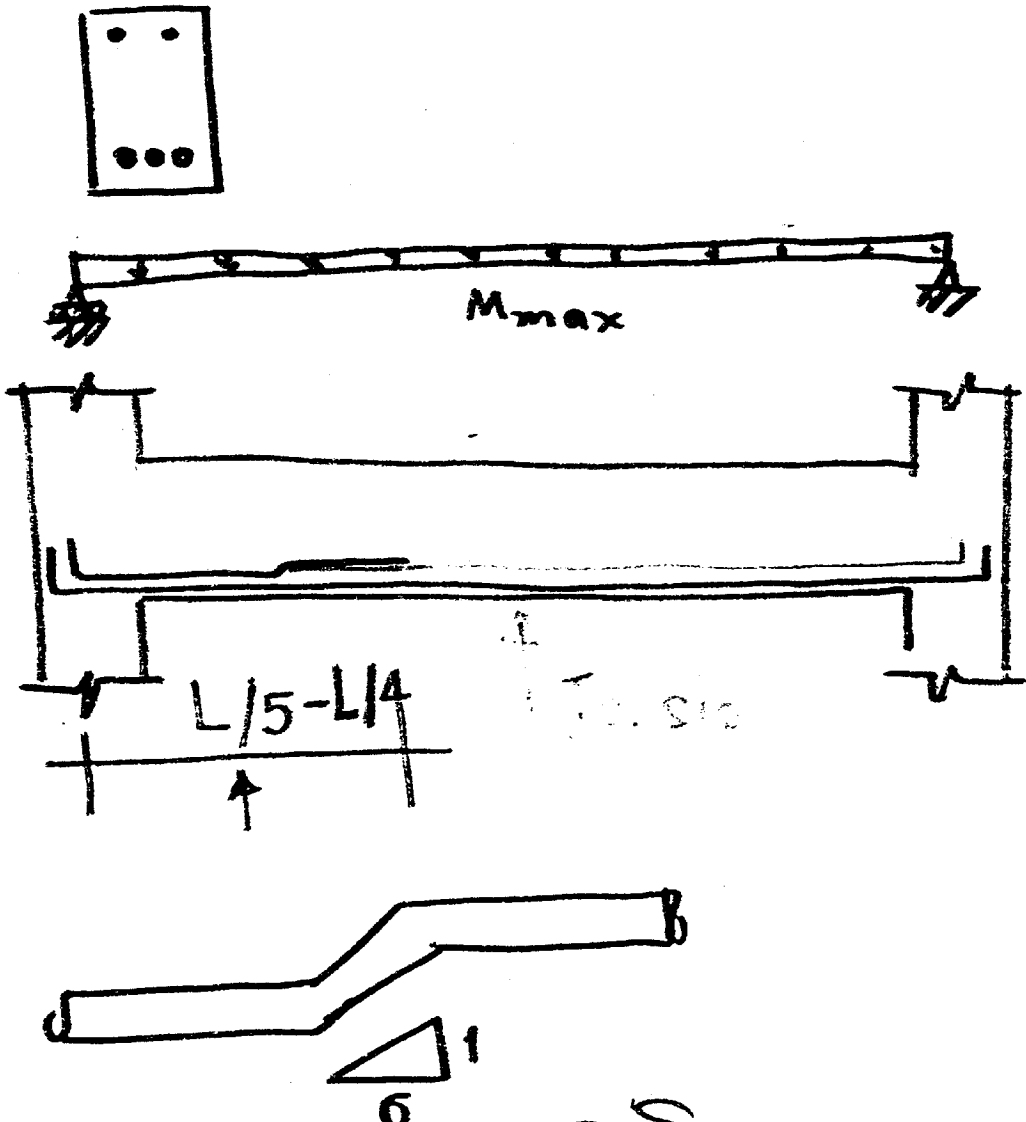
### 4.10 การต่อเหล็กเสริม (Bar Splices)

โดยทั่วไปแล้วเหล็กเสริมที่ใช้ในงานคอนกรีตมีความยาวประมาณ 10-12 m. ในสภาพการปฏิบัติงานจริงอาจต้องการความยาวมากกว่า หรือในกรณีที่ใช้เหล็กเป็นบางช่วงตามยาวจะต้องมีการต่อแต่ละช่วง จึงเป็นเหตุให้มีการต่อเหล็กเสริม การต่อเหล็กเสริมอาจทำได้โดยกรรมบท (Lap Splice) การเชื่อม (Welding) และ การต่อเชิงกล (Mechanical Connection) การต่อเหล็กเสริมให้พิจารณาคอมแรงกระทำ ดังนี้



### 4.10.1 การต่อเหล็กเสริมรับแรงดึง (Tension Splices)

การต่อเหล็กเสริมรับแรงดึงกรณีเหล็กเสริมที่บริเวณหน้าของแรงดึงสูงมากๆ  
แต่ควรให้เหลื่อมกันตลอดแนวของเหล็กเสริม หรือไม่ควรต่อเหล็กเสริมรับแรงดึง  
แต่ต้องเส้นตรงจุดเดียวกัน



การต่อเหล็กเสริมโดยกรภาพ



กรณีหน้าตัดเพลากลม ก่อนแคะหลังการบิดหน้าตัดยังคงเหมือนเดิม หน่วยแรงเฉือนเป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะจากศูนย์กลาง แต่ในทิศทางตั้งฉากกับกับเส้นรัศมี ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลาง  $d$  ของพลาทมี ดังรูปที่ 5.2(b) และหน่วยแรงเฉือน  $\tau$  มีค่ามากที่สุดที่ผิวรอบนอก คือ

$$T = \int_A r \tau \, dA = \int_A r \left( \frac{2\tau_e}{d} r \right) \, dA$$

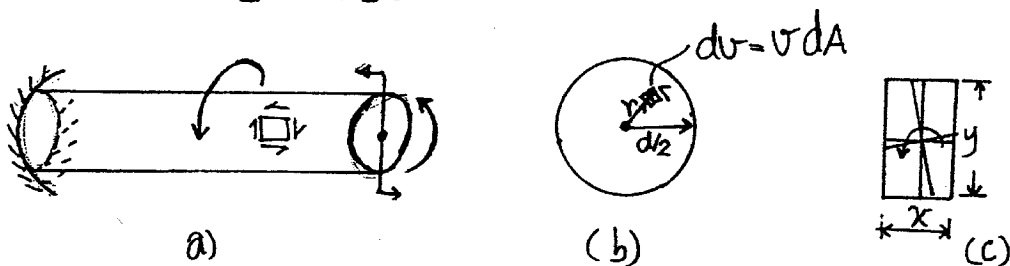
$$= \frac{2\tau_e}{d} \int_A r^2 \, dA = 2J\tau_e / d$$

เมื่อ  $J$  - Polar moment of inertia ซึ่งได้จาก

$$J = \int_A r^2 \, dA = \int_0^{d/2} r^2 (2\pi r) \, dr$$

$$J = \int_A \rho^2 \, dA$$

$$= \left[ \frac{2\pi r^4}{4} \right]_0^{d/2} = \pi d^4 / 32$$



รูปที่ 5.2 หน่วยแรงบิดของหน้าตัดที่มีรัศมีเป็นเนื้อเดียวกัน

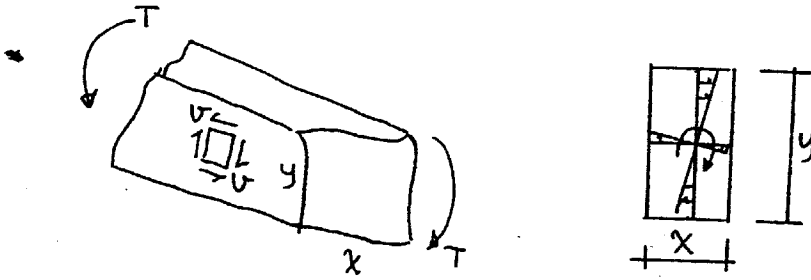
ดังนั้นหน่วยแรงเฉือนกับการบิดได้แก่

$$T = 2\tau_e J / d$$

$$T = \tau_e \pi d^3 / 16$$

$$\text{หรือ } \tau_e = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (5.1)$$

กรณีหน้าตัดคานเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แรงบิดจะทำให้หน้าตัดคานเกิดการบิดเอียง (warp) ซึ่งหน้าตัดของคานจะไม่เหมือนเดิมภายหลังการบิดเกิดขึ้นแล้ว นั่นคือระนาบของหน้าตัดก่อนแคะหลังจากการบิดเกิดขึ้นจะเปลี่ยนไป หน่วยแรงเฉือนเกิดจากการบิด หาได้ดังนี้



รูปที่ 5.3 การเปลี่ยนรูปของหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าหลังจากเกิดการบิด

$$V_t = \frac{T}{\infty y x^2} \tag{5.2}$$

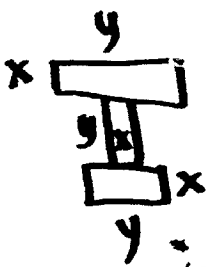
- เมื่อ  $T$  = แรงบิดที่กระทำต่อหน้าตัด
  - $V_t$  = หน่วยแรงเฉือน
  - $d$  = เส้นผ่านศูนย์กลาง
  - $x, y$  = ความกว้าง และ ความลึกของหน้าตัด ตามลำดับ
  - $\infty$  = สัมประสิทธิ์หน้าตัดของหน่วยแรงบิด ดังตารางที่ 5.1
- ตารางที่ 5.1 สัมประสิทธิ์หน้าตัดสี่เหลี่ยม ของหน่วยแรงบิด

$y/x$	1.0	1.2	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	10.0	$\infty$
$\infty$	0.208	0.219	0.231	0.246	0.258	0.267	0.282	0.291	0.312	0.333

สำหรับหน้าตัดคานรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า การวิเคราะห์หน่วยแรงเฉือนก็หาได้เช่นเดียวกับคานหน้าตัดสี่เหลี่ยม ซึ่งหน่วยแรงเฉือนสูงสุด จะเกิดขึ้นที่กึ่งกลางของคานของรูปสี่เหลี่ยม ประกอบหลายรูป ที่มีคานกว้างมากที่สุด ค่าเกณฑ์ได้ดังนี้

$$V_t = \frac{T X_m}{1/3 \sum x^3 y} \tag{5.3}$$

เมื่อ  $X_m$  = ความกว้างมากที่สุดของรูปสี่เหลี่ยมประกอบ



$\Sigma X^3y$  - ผลรวมของเทอม  $x^3y$  ที่ติดทุกรูปสี่เหลี่ยมที่ประกอบเป็นพื้นที่หน้าตัด  
ค่าผลรวม  $x^2y$  ของหน้าตัดของทุกภาค ค.

5.2 สติฟเนสการบิดของหน้าตัดวัสดุเนื้อเดียวกัน (Torsional Stiffness of Homogeneous Beams)

ได้อัตราการบิดการบิดที่มีสติฟเนสการบิด (Torsional Stiffness),  $K_t$  เป็นอัตราส่วนของ  
โมเมนต์บิด,  $T$  ต่อมุมการบิด  $\theta$  ในหนึ่งหน่วยความยาว  $L$  ค่าความแข็งเกร็งการบิด  
(Torsional Rigidity) แสดงในรูป  $GJ$  เมื่อ  $G$  เป็นโมดูลัสแห่งการเฉือน (Shear Modulus)  
และ  $J$  ค่าคงที่ของการบิด (Torsional Constant) ดังนั้น  $\theta$  เป็นผลรวมมุมการบิด  
ในหนึ่งหน่วยความยาว  $L$  ก็จะได้ว่า

$$K_t = T/\theta = GJ/L \tag{5.4}$$

ถ้าหน้าตัดเป็นวงกลม ค่า  $J$  คือโพลาโมเมนต์ของมวลเฉื่อย (Polar moment of inertia) มีค่าเท่ากับ

$$J = \pi d^4/32 \tag{5.5}$$

ถ้าหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า ค่าคงที่การบิด  $J$  ของหน้าตัดจะสัมพันธ์กับขนาด  $x$  และ  $y$   
โดย:  $x$  กว้าง  $y$  กว้าง

$$J = \beta x^3y \tag{5.6}$$

เมื่อ  $\beta$  เป็นสัมประสิทธิ์หน้าตัดของการบิดขึ้นอยู่กับความกว้าง  $x$  และความลึก  $y$   
ที่แสดงในตารางที่ 5.2

ตารางที่ 5.2 สัมประสิทธิ์  $\beta$  ของหน้าตัดของการบิด.

$y/x$	1.0	1.2	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	10.0	$\infty$
$\beta$	0.1406	0.1661	0.1958	0.229	0.249	0.263	0.281	0.291	0.312	0.333

ในการใช้หน้าตัดเป็นรูป  $T, L$  หรืออื่นๆ ค่าคงที่การบิด  $J$  ประมาณค่าได้กับ  
สมการต่อไปนี้

$$J = \Sigma 1/3 X^3y \tag{5.7}$$

เมื่อ  $x$  และ  $y$  เป็นความกว้างและ ความลึกของแต่ละส่วนประกอบ ของรูปสี่เหลี่ยม  
ที่แบ่งพิจารณา แต่เนื่องจากค่า  $J$  ในสมการ (5.7) มากกว่าค่าจริงเล็กน้อย ดังนั้นเพื่อ

ให้แก้ที่ตรงกับสมการเป็นจริง ค่าเฉลี่ยได้คือ

$$J = \sum \frac{1}{3} X^3 y (1 - 0.63 X/y) \quad (5.8)$$

### 5.3 แรงบิดในชิ้นส่วนคอนกรีตเสริมเหล็ก

โดยมากแล้วแรงบิดที่เกิดขึ้นในโครงสร้างคอนกรีตจะเกิดร่วมกับโมเมนต์ดัด และแรงเฉือน ความต้านทานของคอนกรีตส่วนนี้ต่อกรบิดเมื่อกระทำร่วมกับแรงอื่นนี้ ห้อยกเว้นกับโมเมนต์บิดภายนอก จึงต้องเสริมเหล็กเพื่อช่วยรับแรงบิด ทั้งเสริมเหล็กในแนวตามยาวและตามขวาง จึงแยกแยะกระทำดังต่อไปนี้

$$T_s = T_n - T_c \quad (5.9)$$

เมื่อ  $T_n = T_u / \phi$  แรงบิดที่กระทำต่อหน้าตัด

$T_c$  = แรงบิดต้านทานด้วยคอนกรีต

$T_s$  = แรงบิดต้านทานด้วยเหล็กเสริม

$$\phi = 0.85$$

### 5.4 แรงบิดของแกนคอนกรีตไม่เสริมเหล็ก

แกนคอนกรีตเป็นแกนที่เข้าส่วนผสมของซีเมนต์ ทราย หินและน้ำ ผสมคลุกเคล้าเป็นคอนกรีต จึงไม่เป็นลักษณะวัสดุที่มีคุณสมบัติเฉพาะเนื้อเดียวกัน จากการทดสอบ พบว่า หน่วยแรงเฉือนประลัยที่เกิดจากแรงบิดประลัย ที่ใช้ทดสอบการ

$$V_{cu} = \frac{T_u}{\phi(x^{2y/3})} = \frac{3T_u}{\phi \Sigma x^2 y} \quad (5.10)$$

เมื่อ  $V_{cu}$  = หน่วยแรงเฉือนประลัย

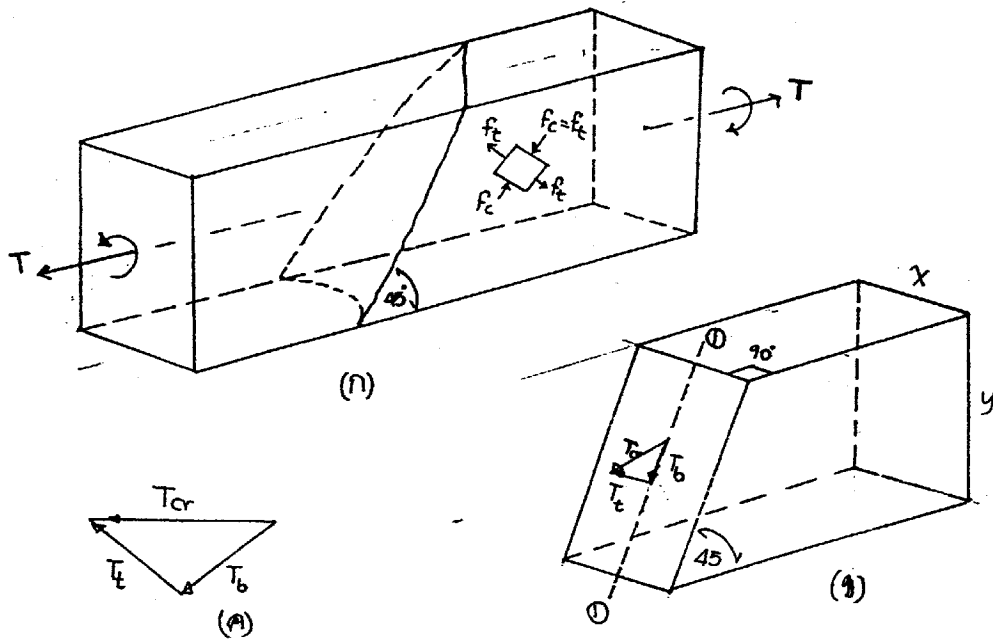
$T_u$  = แรงบิดประลัยที่กระทำต่อหน้าตัดแกน

$\phi = 0.85$  แฟคเตอร์ความปลอดภัย

$\Sigma x^2 y$  = ผลรวมของเทอม  $x^2 y$  ของหน้าตัด

พิจารณากอนกรีตดังรูปที่ 5.4 ถูกกระทำด้วยแรงบิดทำให้เกิดหน่วยแรงเฉือนอย่างเดียวก (Pure Shear) จากการวิเคราะห์ได้หน่วยแรงดึง และหน่วยแรงอัดหลัก

มีค่าเท่ากับหน่วยแรงเฉือน ในระนาบทำมุม  $45^\circ$  ซึ่งเกิดหน่วยแรงดึง/แรง จากการทำงานของ  
เมื่อเพิ่มแรงบิดจนถึงแรงวิกฤติ,  $T_{cr}$  ปรากฏว่าคอนกรีตจะเกิดการแตกหักในแนวทแยง  
เป็นรูปเกลียวรอบตัวคอน



รูปที่ 5.4 การแตกหักด้วยการบิดของคอนกรีตที่ไม่เสริมเหล็ก

จากทฤษฎี กำลังบิดของคอนกรีตรูปสี่เหลี่ยมที่ไม่เสริมเหล็ก ให้แรงบิดกระทำจนถึงจุดการพังทลาย ธรรมชาติที่เกิดการวิบัติมีลักษณะบิดเบี้ยว (Warped Surface) และ Hsu ก็ได้เสนอทฤษฎีการบิดเฉียง (Skew bending theory) รูปที่ 5.4 (ก) โดยสมมติให้ผิวบิดเบี้ยวเป็นผิวเรียบเอียงทำมุม  $45^\circ$  กับแนวแกนในระนาบ ดังรูปที่ 5.4 (ข) ถ้าให้แรงบิด  $T_{cr}$  กระทำตามแนวแกน บนระนาบเอียงที่ภาคตัด 0-0 แยกแรงประกอบได้  $T_b$  เป็นองค์การตั้งรอบแกน 0-0 และ  $f_t$  เป็นองค์การบิด ดังนั้นเวกเตอร์ของแรงตั้งจะเขียนดังนี้

$$T_b = T_{cr} \cos 45^\circ$$

และ  $f_t = T_{cr} \sin 45^\circ$

โมดูลัสของหน้าตัดที่ระนาบการพังทลาย คือ

$$Z = x^2 y \operatorname{cosec} 45^\circ / 6 \quad \left( \frac{bh^2}{6} \right)$$

และหน่วยแรงดึงสูงสุดในคอนกรีต

$$f_{tb} = T_b / Z = 6 T_{cr} \cos 45^\circ \sin 45^\circ / x^2 y$$

หรือ  $f_{tb} = \frac{3T_{cr}}{x^2y}$  (5.11)

ค่ากำลังดึงมีค่าเท่ากับ  $1.99\sqrt{f'_c}$  ของค่าโมดูลัสแตกหัก  $f_r$  และหากทดสอบพบว่า กำลังดึงในคอนกรีต ลดลงประมาณ 15% เนื่องจากแรงอัด ดังนั้นโดยประมาณค่าหน่วยแรงดึงสูงสุดให้ใช้  $f_{tb} \approx 0.80 f_{cr} = 1.59\sqrt{f'_c}$  เป็นค่าที่คอนกรีตเริ่มแตกหัก กล่าวคือ

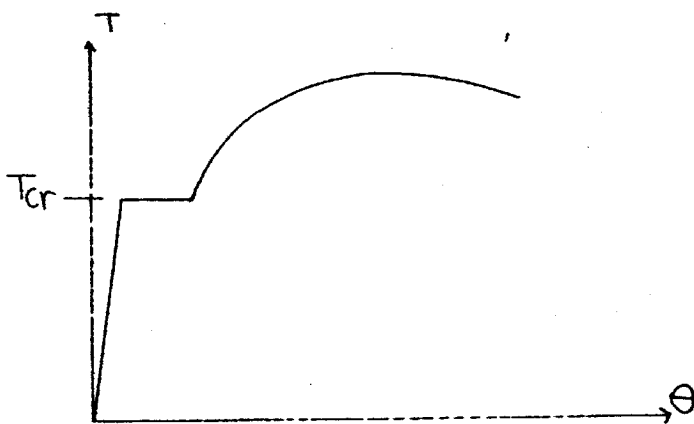
$$f_{tb} = \frac{3T_{cr}}{x^2y} = 1.59\sqrt{f'_c} \approx 1.60\sqrt{f'_c}$$

หรือ  $T_{cr} = 0.53\sqrt{f'_c} x^2y$  (5.12)

เมื่อ  $T_{cr}$  - แรงบิดที่ทำให้คอนกรีตไม่เริ่มแตกหัก

5.5 แรงบิดในคอนกรีตเสริมเหล็ก

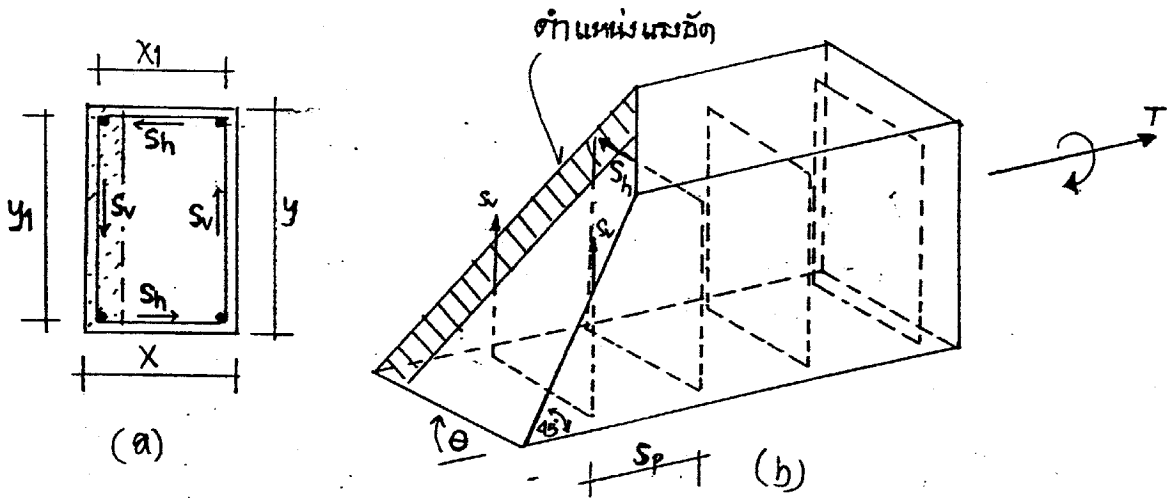
การเพิ่มกำลังต้านแรงบิดด้วยคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงบิดในรูปแบบเหล็กปลอก หรือเสริมตามแนวทแยง สามารถรับแรงบิดภายนอกได้เพิ่มขึ้น จากทดสอบคอนกรีตเสริมเหล็ก พบว่าคอนกรีตเริ่มแตกหัก เมื่อแรงบิดมีค่าใกล้เคียงกับค่าในสมการ (5.12) ความต้านทานการบิดของคอนกรีตเสริมเหล็กภายหลังการแตกหักทำให้คอนกรีตที่รับหน่วยแรงอัดลดลง ส่งผลให้การกระจายแรงบิดภายในปลอกกลับเป็นการบิดเป็นเส้นบิด ดังรูปที่ 5.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดกับมุมแห่งการบิดของหน้าตัด หลังจากการกระจายหน่วยแรงบิดภายในเหล็กเสริมสิ้นสุดลง ซึ่งคอนกรีตไม่สามารถรับได้สูงสุด เมื่อแรงบิดกระทำเกินกำลังต้านก็จะพังในระนาบตามรูปที่ 54(ก)



รูปที่ 5.5 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดและมุมแห่งการบิดในคอนกรีต



กรณีเศษที่เหลือที่กั้นทางกับเหล็กเสริมลุดตั้ง ทำให้โดยการใช้สมมูลของแรงภายในหน้าตัด รูปที่ 5.6 ส่วนที่แตกกระจายอยู่ในระนาบเฉิมที่ตำแหน่งแรงอัดของคอนกรีต และเหล็กลุดตั้งเกิดแรงในแนวราบ  $S_h$  และแนวตั้ง  $S_v$  ของเหล็กลุดตั้งทั้งหมด



รูปที่ 5.6 แรงภายในเหล็กเสริมรับแรงบิด

แรงบิดในเหล็กลุดตั้งแนวขน  $T_h = \rho_h S_h y_1$

จำนวนเหล็กลุดตั้งแนวขน,  $\rho_h = x_1 \cot \theta / s_p$

แรงในแนวราบของเหล็กลุดตั้ง,  $S_h = A_t f_{sh}$

ดังนั้น 
$$T_h = \frac{x_1 \cot \theta}{s_p} A_t f_{sh} y_1 = K_h \frac{x_1 y_1}{s_p} A_t f_y \quad (5.13a)$$

เมื่อ  $A_t$  = พื้นที่เหล็กลุดตั้งหนึ่งขา

$f_{sh}$  = หน่วยแรงดึงของเหล็กลุดตั้งในแนวขน

$f_y$  = หน่วยแรงตดก

$$K_h = \cot \theta (f_{sh} / f_y)$$

แรงบิดในเหล็กลุดตั้งแนวตั้ง,  $T_v = \rho_v S_v x_v$

จำนวนเหล็กลุดตั้งแนวตั้ง,  $\rho_v = y_1 / s_p$

แรงในแนวตั้งของเหล็กลุดตั้ง,  $S_v = A_t f_y$

ดังนั้น 
$$T_v = \frac{y_1}{s_p} A_t f_y x_v = \frac{y_1}{s_p} A_t f_y K_v x_1 \quad (5.13b)$$

เมื่อ  $x_v$  = ส่วนภายในของแกน  $S_v$

$$K_v = X_v / X_1$$

แต่แรงบิดบนหน้าตัดมีค่า  $T_s = T_h + T_v$  จากสมการ (5.13a) และสมการ (5.13b)

$$จ:ได้ \quad T_s = K_h \frac{X_1 y_1}{S_p} A_t f_y + K_v \frac{X_1 y_1}{S_p} A_t f_y$$

$$T_s = \omega_t \frac{X_1 y_1}{S_p} A_t f_y \quad (5.14)$$

$$\text{เมื่อ } \omega_t = K_h + K_v$$

จากการทดสอบคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงบิดโดย T.T.C. Hsu พบว่าค่า  $\omega_t$  ขึ้นอยู่กับอัตราส่วนหน้าตัด  $y_1/x_1$  ดังนี้

$$\omega_t = 0.66 + 0.33 y_1/x_1 \leq 1.50 \quad (5.15)$$

คุณสมบัติของแรงบิดของคอนกรีตเสริมเหล็กขึ้นอยู่กับเนื้อแกนสเกลเป็นสำคัญหลังจากการแตกหัก: ทดลองเพื่อประมาณค่าหนึ่งของ  $T_{cr}$  (สมการ (5.12)) เพื่อความปลอดภัยเพิ่มขึ้น จึงกำหนดให้ใช้ 40% ของ  $T_{cr}$  เท่านั้นของสมการ (5.12)

$$\begin{aligned} T_o &= 0.4 (0.55 \sqrt{f_c'} X^2 y) \\ &= 0.212 \sqrt{f_c'} X^2 y \end{aligned} \quad (5.16)$$

ผลรวมกำลังบิดของคอนกรีตเสริมเหล็ก มีค่า

$$T_h = T_o + T_s$$

$$T_h = 0.212 \sqrt{f_c'} X^2 y + \omega_t \frac{X_1 y_1}{S_p} A_t f_y \quad (5.17)$$

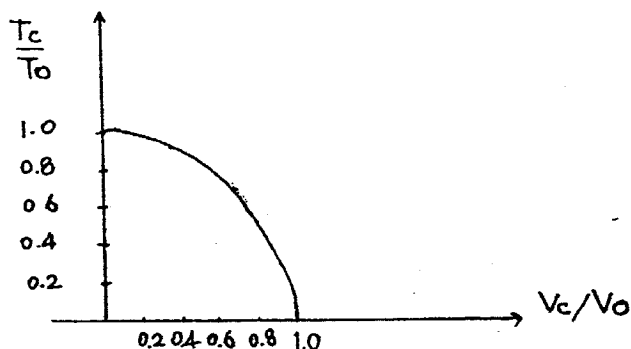
ดังที่กล่าวมาแล้วว่าแรงบิดส่วนที่เกิดความเสียหายของคอนกรีต ถูกต้านทานด้วยเหล็กเสริมตามแนวราบและเหล็กดุกตั้ง ซึ่งเหล็กเสริมตามแนวราบช่วยยึดให้เหล็กดุกตั้งมีความสามารถต้านทานแรงบิดและช่วยรับแรงบิดในรูปแบบเฉือน และยังคงควบคุมการแตกหักได้ลึก จากการทดสอบพบว่าปริมาณของเหล็กเสริมตามแนวราบในคอนกรีตช่วยเหล็กดุกตั้งในหนึ่งหน่วยความยาว มีค่าประมาณ 0.70 ถึง 1.50 ของปริมาณเหล็กดุกตั้งหนึ่งปลอก คอนกรีตจึงมีความสามารถรับแรงบิดได้ตามสมการ (5.17) ดังนั้นจึงกำหนดให้พื้นที่เหล็กเสริมตามแนวราบ มีค่าดังนี้

$$A_g = 2 A_t \left( \frac{X_1 + y_1}{S_p} \right) \quad (5.18)$$

$$\text{เมื่อ } A_t = \text{พื้นที่เหล็กเสริมตามแนวราบ}$$

### 5.6 คาบคอนกรีตไม่เสริมเหล็กเมื่อมีแรงบิดกระทำร่วมกับแรงเฉือน

แรงกระทำเชิงคูล์ทำให้เกิดแรงบิดและแรงเฉือน ในองค์อาคารไม่แตก  
 ราวแรงเฉือนบิดทำให้เกิดหน่วยแรงเฉือน จากผลการทดสอบโดย Ferguson ค่า  
 กำลังบิดและกำลังเฉือนมีคัมสัมพันธ์เป็นเส้นโค้ง ดังรูปที่ 5.7 ค่ากำลังบิดและ



รูปที่ 5.7 คัมสัมพันธ์ของแรงบิดและแรงเฉือน

กำลังเฉือนเป็นอัตราส่วนกับเลขไร้มิติ ซึ่งหากจัมกำลังบิดและกำลังเฉือนของคาบ  
 คอนกรีตไม่เสริมเหล็ก โดยทั้งสองค่ามีคัมเป็นอิสระจากกันคือ

$$V_o = 0.5\sqrt{f'_c} b d \quad (5.19a)$$

$$\text{และ: } T_o = 0.212\sqrt{f'_c} x^2 y \quad (5.19b)$$

แต่ให้  $V_c$  เป็นคัมสามารถต้านทานแรงเฉือน,  $T_c$  เป็นคัมสามารถต้านทาน  
 การบิดภายใต้หน้าหักกระทำร่วม เมื่อองค์อาคารอยู่ภายใต้แรงเฉือนตัดและแรงบิด  
 คัมเกียพันธ์แสดงได้ดังรูปประกอบในเทอมของแรงเฉือนคือ

$$(V_c/V_o)^2 + (T_c/T_o)^2 = 1.0 \quad (5.20)$$

ทำให้  $V_{tc} = T_c / bwd$  เป็นหน่วยแรงเฉือนกับแรงบิด จากสมการ  
 (5.20) จะได้

$$V_{tc} = \frac{V_o}{\sqrt{1 + \left(\frac{1.2V_c}{V_{tc}}\right)^2}} \quad (5.21)$$

แต่ค่า  $V_c$  จะได้ว่า

$$V_c = \frac{V_{co}}{\sqrt{1 + \left(\frac{V_{tc}}{1.2V_c}\right)^2}} \quad (5.22)$$

เมื่อ  $V_c$  - ค่ากำลังเฉือนเนื่องจากแรงบิดของคอนกรีต

$V_c$  = ค่ากำลังเฉือนของคอนกรีต

### 5.7 คอนกรีตเสริมเหล็กเมื่อมีแรงบิดกระทำร่วมกับแรงเฉือน

องค์การ ภาววิบัติการบิดซึ่งเสริมเหล็กทุกตั้งและเหล็กตามแนวคดตามหัวข้อ

5.5 มีกำลังบิด  $T_n$  กระทำ ซึ่งแบ่งออกได้สองส่วนคือ ส่วนที่ต้านกำลังบิดด้วยคอนกรีต,  $T_o$  และ ส่วนที่ต้านกำลังบิดด้วยเหล็กเสริม,  $T_s$  ดังสมการ (5.14), (5.16) และสมการ (5.17)

สำหรับองค์การซึ่งถูกกระทำด้วยแรงเฉือนประลัย  $V_u$  และแรงบิดประลัย  $T_u$  เพื่อหาทั้งสองต้านแรงดังกล่าว จากสมการ (5.20) จึงต้องหาค่า  $V_c$  และ  $T_c$  ซึ่งต้านกำลังด้วยคอนกรีต จัดเทอมสมการ (5.20) เสียใหม่จะได้

$$V_c = \frac{V_o}{\sqrt{1 + (V_o/T_o)^2 (T_c/V_c)^2}} \quad (5.22a)$$

$$\text{และ: } T_c = \frac{T_o}{\sqrt{1 + (T_o/V_o)^2 (V_c/T_c)^2}} \quad (5.22b)$$

$$\text{โดยที่ } V_o = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$\text{และ: } T_o = 0.212 \sqrt{f'_c} x^2 y$$

ในสมการ (5.22b) มีเทอม  $T_o/V_o$  ดังนั้น

$$T_o/V_o = \frac{0.212 \sqrt{f'_c} x^2 y}{0.53 \sqrt{f'_c} b_w d} = 0.4 x^2 y / b_w d \quad (5.22c)$$

$$\text{ทำให้ } G_t = b_w d / x^2 y \text{ จ.ได้ทันที} \quad (5.22d)$$

$$T_o/V_o = 0.4 / G_t \quad (5.22e)$$

ค่ากำลังเฉือนของคอนกรีตขึ้นอยู่กับอัตราส่วน  $V_c/T_c$  ดังนั้นสมมติให้อัตราส่วนนี้เท่ากับอัตราส่วนของแรงเฉือนประลัยต่อกำลังบิดประลัยคือ

$$V_c/T_c = V_u/T_u \quad (5.23)$$

ล้สมการ(5.22 a) และล้สมการ(5.22b) ฝึยใหม่ได้

$$V_c = \frac{0.53\sqrt{f_c'} b w d}{\sqrt{1 + (2.5C_t T_u / V_u)^2}} \quad (5.24)$$

และ

$$T_c = \frac{0.212\sqrt{f_c'} x^2 y}{\sqrt{1 + (0.4V_u / C_t T_u)^2}} \quad (5.25)$$

จากล้สมการ(5.9) เราก็ล้สมการหาแรงบิดกันทนด้วยเหล็กเสริมได้เมื่อทราบค่า  $T_c$  นั้นคือ

$$T_s = T_u / \phi - T_c = T_n - T_c \quad (5.26)$$

เมื่อ  $T_u$  = ค่าล้บิดประล้ลยที่กระทำต่อหน้าตัด

$$\phi = 0.85$$

$$T_s \leq 4T_c$$

### 5.8 การออกแบบเหล็กเสริมรับแรงบิด

พิจารณาตอนบนกรีตเสริมเหล็กตามแนวท,  $A_s$  เสริมเหล็กทุกทั้งระนะท  $S_p$  มีพื้นที่เหล็กทุกทั้ง,  $2A_t$  ต่อหนึ่งปลอกซึ่งกว้าง  $x_1$  และลึก  $y_1$  โดยข้อกำหนดปริมาณเหล็กเสริมตามแนวทเท่ากับปริมาณเหล็กทุกทั้ง นั้นคือ

$$2A_t (x_1 + y_1) = A_s S_p$$

$$2A_t = \frac{A_s S_p}{x_1 + y_1} \quad (5.27)$$

หรือก็คือล้สมการ(5.18)

$$A_s = \frac{2A_t (x_1 + y_1)}{S_p}$$

ผลรวมเหล็กเสริมรับแรงบิด

$$A_s = 2A_t + \frac{A_s S_p}{x_1 + y_1} \quad (5.28)$$

สำหรับ  $A_t$  ตามมาตรฐาน ACI ซึ่งรับแรงบิดร่วมกับแรงเฉือนหาได้จาก

$$2A_t = \frac{14S_p x \left( \frac{T_u}{T_u + V_u / 3C_t} \right)}{f_y} \quad (5.29)$$

5. กำหนดเหล็กเสริมตามแนวน

$$A_l = 2A_t \left( \frac{x_1 + y_1}{s_p} \right)$$

หรือ

$$A_l = \left[ \frac{28 \times s_p}{f_y} \left( \frac{T_u}{T_u + V_u/3G_t} \right) - 2A_t \right] \left( \frac{x_1 + y_1}{s_p} \right)$$

6. กำหนดเหล็กเสริมตามข้อกำหนด

a) ระยะห่าง  $s_p$  ต้องไม่มากกว่า  $(x_1 + y_1)/4$

b)  $f_y \geq 4000$  ksc

ตัวอย่างที่ 5.1 คานตั้งรูป มีแรงเฉือนประลัย  $V_u = 675$  Ton มีเหล็กเสริมรับโมเมนต์ดัด,  $A_{st} = 20.15$  cm<sup>2</sup> และรับแรงบิดดังนี้

ก)  $T_u = 5.72$  Ton-ม. ที่ สอดคล้อง

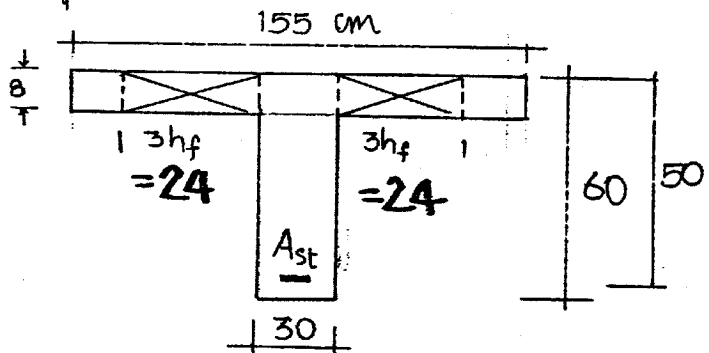
ข)  $T_u = 0.85$  Ton-ม

ค)  $T_u = 3.40$  Ton-ม

กำหนดให้

$$f'_c = 280 \text{ ksc}$$

$$f_y = 4000 \text{ ksc}$$



จงออกแบบปริมาณเหล็กเสริมที่ตัดงก

วิธีทำ

ก). กรอบ  $T_u = 5720.0$  kg-m

ผลรวมพื้นที่ โมเมนต์บิด

$$\begin{aligned} \Sigma X^2 y &= 30^2 \times 60 + 8^2 \times 24 + 8^2 \times 24 \\ &= 57072 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

ตรวจสอบค่าโมเมนต์บิด

$$T_u > \phi (0.133 \sqrt{f'_c} \Sigma X^2 y) = 0.85 \times 0.133 \sqrt{280} \times 57072$$

$$5720 > 107962.4 \text{ kg-cm} = 1080 \text{ kg-m}$$

ดังนั้นต้องเสริมเหล็กดัดเพื่อรับต้านแรงบิด

ออกแบบเหล็กคานตั้ง

$$T_n = T_u / \phi = 5720 / 0.85 = 6729.41 \text{ kg-m}$$

แรงบิดต้านทานคานคอนกรีต จากสมการ (5.25)

$$T_c = \frac{0.212 \sqrt{f'_c} \Sigma X^2 y}{\sqrt{1 + (0.4 V_u / C_t T_u)^2}}$$

$$C_t = b_w d / \Sigma X^2 y = 30 \times 50 / 57072$$

$$= 0.02628$$

$$0.4 V_u / C_t T_u = 0.4 \times 6750 / (0.02628 \times 5720 \times 100) = 0.17961$$

$$\text{ดังนั้น } T_c = \frac{0.212 \sqrt{280} \times 57072}{\sqrt{1 + (0.17961)^2}} = 199278.71 \text{ kg-cm}$$

$$= 1993 \text{ kg-m}$$

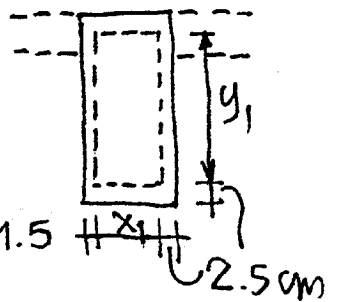
$$\text{ดังนั้น } T_s = 6729.41 - 1993 = 4736.4 \text{ kg-m} \quad (4 T_c = 4 \times 1993 = 7972)$$

ระยะคานกรีตหุ้มผิว 2.5 cm ให้ 12 mm เป็นเหล็กปลอก

$$X_1 = 30 - 2(1.2 + 2.5) = 22.6 \text{ cm}$$

$$y_1 = 60 - 2(1.2 + 2.5) = 52.6 \text{ cm}$$

$$\alpha_t = 0.66 + 0.33 \times \frac{52.6}{22.6} = 1.428 < 1.5$$



$$\text{ทุก } \frac{A_t}{s_p} = \frac{T_s}{f_y \alpha_t X_1 y_1} = \frac{4736.4 \times 100}{4000 \times 1.428 \times 22.6 \times 52.6} = 0.0697 \text{ cm}^2 / \text{spacing 11}$$

ออกแบบเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

$$V_c = \frac{0.53 \sqrt{f'_c} b_w d}{\sqrt{1 + (2.5 C_t T_u / N_u)^2}} = \frac{0.53 \sqrt{280} \times 30 \times 50}{\sqrt{1 + (2.5 \times 0.02628 \times \frac{5720 \times 100}{6750})^2}}$$

$$= 2352 \text{ kg}$$

$$V_s = V_n - V_c = 6750 / 0.85 - 2352 = 5589 \text{ kg}$$

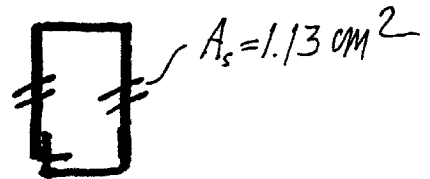
$$\text{ทุก } \frac{A_v}{s_p} = \frac{V_s}{f_y d} = \frac{5589}{4000 \times 50} = 0.02795 \text{ cm}^2 / \text{spacing 211}$$

รวมเหล็กเสริม

$$\frac{A_s}{S_p} = \frac{2A_t}{S_p} + \frac{A_{st}}{S_p} = 2 \times 0.0697 + 0.02795 = 0.1673 \text{ cm}^2/\text{spacing}$$

เหล็กขนาด 12 mm @ 12 cm  $A_s = 2.26 \text{ cm}^2$ 

$$\therefore S_p = \frac{2.26}{0.1673} = 13.5 \text{ cm}$$



ระยะเหล็กปลอกมากที่สุด =  $\frac{x_1 + y_1}{4} = \frac{22.6 + 52.6}{4} = 18.8 \text{ cm} > 13.5 \text{ cm OK.}$

ปริมาณเหล็กเสริมมากกว่า  $\frac{3.5 b_w S_p}{f_y} = \frac{3.5 \times 30 \times 13.5}{4000} = 0.3544 \text{ cm}^2$

มากกว่า  $2.26 \text{ cm}^2 > 0.3544 \text{ cm}^2$  @ 12 cm

คำนวณปริมาณเหล็กเสริมตามแนวนอน

$$A_1 = 2A_t \left( \frac{x_1 + y_1}{S_p} \right) = 2 \times 0.0697 \left( \frac{22.6 + 52.6}{13.5} \right) = 10.48 \text{ cm}^2$$

$$2A_t = 0.0697 \times 13.5 \times 2 = 1.882 \text{ cm}^2$$

แก้:  $A_1 = \left[ \left( \frac{28 \times X S_p}{f_y} \right) \left( \frac{T_u}{T_u + V_u/3G} \right) - 2A_t \right] \left( \frac{x_1 + y_1}{S_p} \right)$

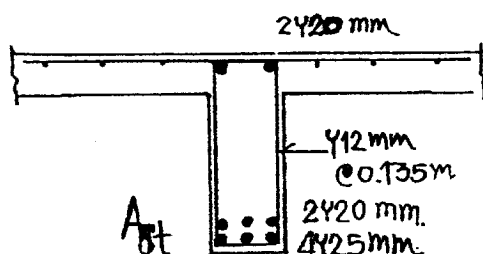
$$= \left[ \left( \frac{28 \times 30 \times 13.5}{4000} \right) \left( \frac{5720 \times 100}{5720 \times 100 + \frac{6750}{3 \times 0.02628}} \right) - 1.882 \right] \left( \frac{22.6 + 52.6}{13.5} \right)$$

$$= 3.25 \text{ cm}^2$$

ดังนั้น  $A_1 = 10.48 \text{ cm}^2$  (เสริมทั้งหน้าตัด ซึ่งมี 4 มุม)

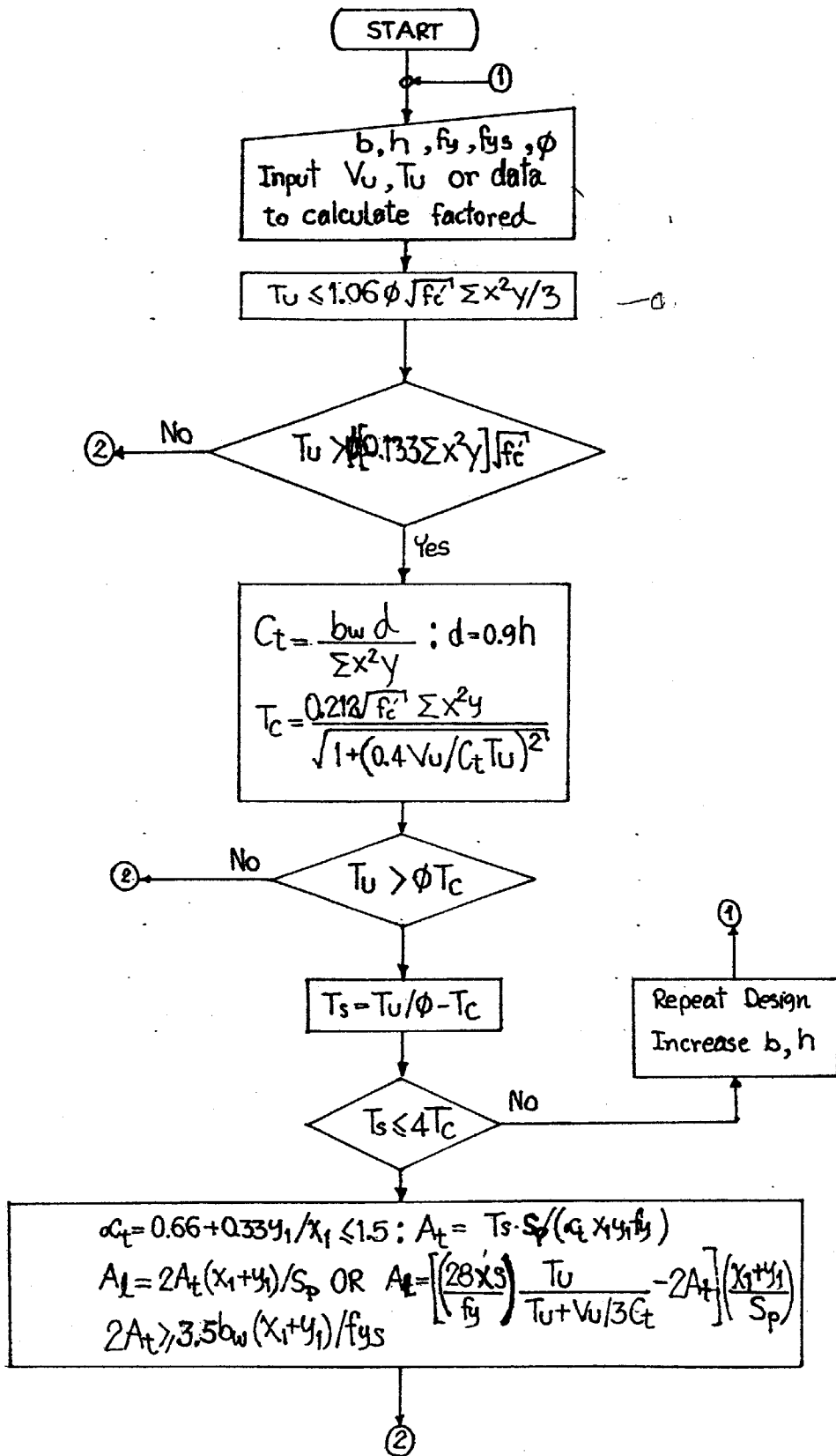
คำนวณปริมาณเหล็กเสริมที่ Midspan

$$A_{st} = 20.15 + 10.48/2 = 25.39 \text{ cm}^2$$

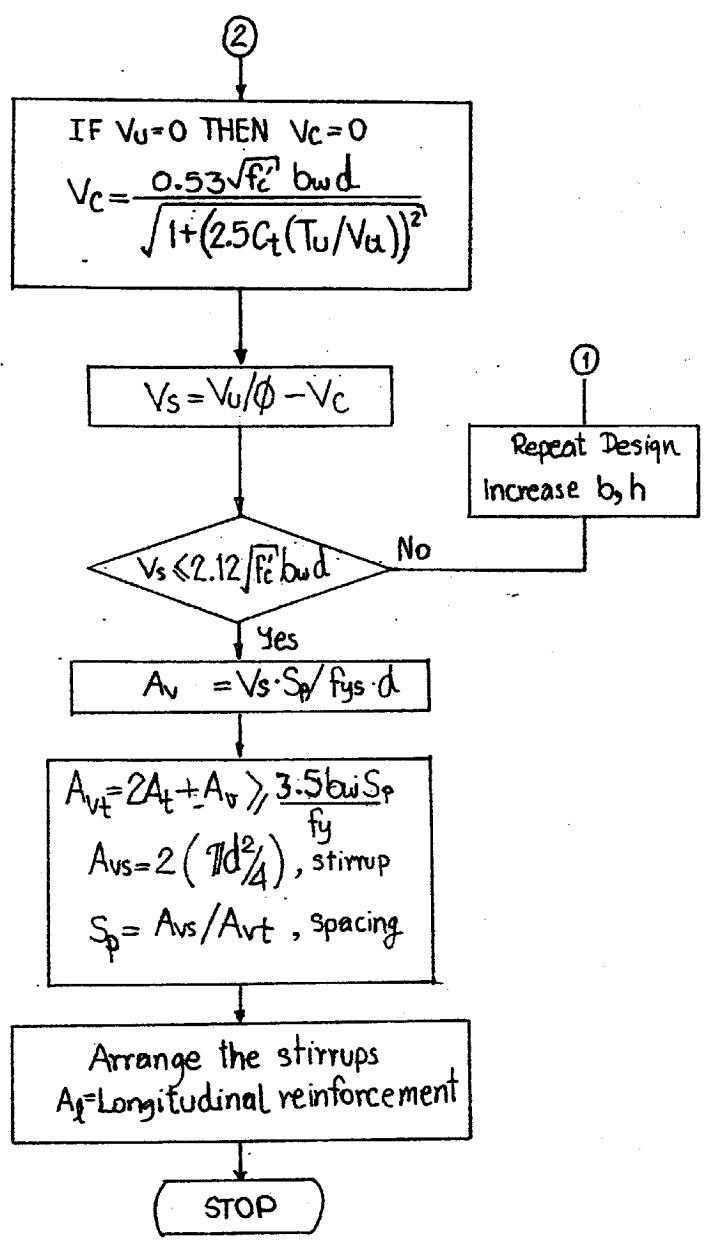
@ 4Y25 mm + 2Y20 mm @ 12 cm  $A_s = 25.92 \text{ cm}^2$ 

รายละเอียดการเสริมเหล็ก



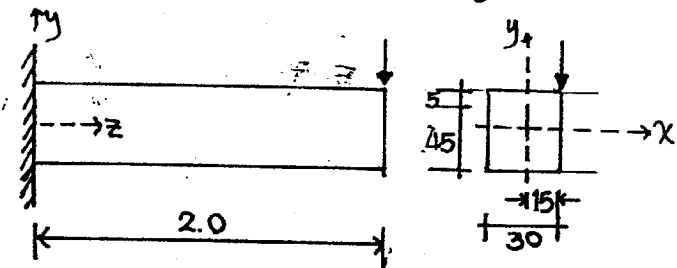


(นี่คือหน้า....)



รูปที่ 5.8 Flowchart การออกแบบคานรับโมเมนต์บิด

ตัวอย่างที่ 5.2 คานยื่นขนาดหน้าตัด  $30 \times 50$  cm. ยาว 2.0 m. รับน้ำหนักบรรทุกจร 5 Ton น้ำหนักบรรทุกคงที่ 4.5 Ton กระทำขนานแนวแกนคานตั้งรูป ให้ออกแบบปริมาณเหล็กเสริม ตามข้อบการขีดหนึ่งและระย: ความยาวของเหล็กเสริมก็ไม่ทำให้คานเกิดการแตกหัก กำหนด  $f'_c = 280$  ksc,  $f_y = 4000$  ksc และ:  $f_{ys} = 2400$  ksc



วิธีทำ 1) หาหน้าหนักบรรทุกประลัย

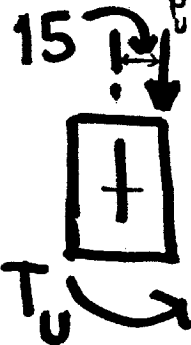
น้ำหนักบรรทุกคงที่ของคาน =  $0.3 \times 0.50 \times 2400 = 360$  kpm.

น้ำหนักบรรทุกประลัย,  $U = 1.4 \times 360 = 504$  kpm

$D_p = 1.4 \times 4500 = 6300$  kg

และ:  $L_p = 1.7 \times 5000 = 8500$  "

รวมน้ำหนักบรรทุกประลัยกระทำเป็นจุด,  $U_p = D_p + L_p = 14800$  "



2) วิเคราะห์คานหาค่าโมเมนต์ตัดประลัย แรงเฉือนประลัยและแรงบิดประลัย

$V_u = 14800 + 504 \times 2 = 15808$  kg.

$M_u = 14800 \times 2.0 + 504 \times 2.0 \times 1.0 = 30608$  kpm

$T_u = 14800 \times 0.15 = 2220$  kpm

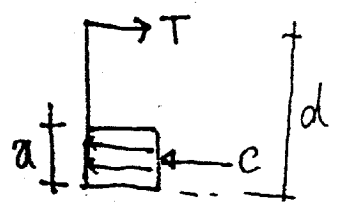
3) ออกแบบคานรับโมเมนต์ตัดประลัย, สัมมุติเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดีย

จาก  $\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \frac{30608 \times 100}{0.9 \times 280 \times 30 \times 45^2} = 0.1999$  จากตารางที่ 3.3 ได้  $q = 0.232$

และ:  $\rho = q f'_c / f_y = 0.232 \times 280 / 4000 = 0.01624$

ปริมาณเหล็กเสริม  $A_{st} = \rho b d = 0.01624 \times 30 \times 45 = 21.924$  cm<sup>2</sup>

ความลึก a =  $\frac{21.924 \times 4000}{0.85 \times 280 \times 30} = 12.28$  cm



$$M_{ub} = 21.924 \times 4000 (4.5 - 0.5 \times 12.28) / 100$$

$$= 34078.67 \text{ kgm} > M_u = 30608 \text{ kgm}$$

\* แสดงว่าคานาดังกล่าวเสริมเหล็กกับแรงดึงอย่างเพียงพอ

4) ออกแบบคานารับแรงบิดการกระทำกับแรงเฉือน

ก) ตรวจสอบกำลังคานาสารของหน้าตัด

$$\Sigma X^2 y = 30^2 \times 50 = 45000 \text{ cm}^3$$

$$T_a = \phi (0.133 \sqrt{f_c} \Sigma X^2 y) = 0.85 (0.133 \sqrt{280} \times 45000) / 100$$

$$= 851.26 \text{ kgm} < T_u = 2220 \text{ kgm}$$

ก) ออกแบบคานารับแรงบิด

ข) ออกแบบเหล็กกับแรงบิด

$$T_n = T_u / \phi = 2220 / 0.85 = 2612 \text{ kgm}$$

$$\text{แรงบิดต้านด้วยคอนกรีต} \quad T_c = \frac{0.212 \sqrt{f_c} \Sigma X^2 y}{\sqrt{1 + (0.4 V_u / C_t T_u)^2}}$$

$$C_t = b_w d / \Sigma X^2 y = 30 \times 45 / 45000 = 0.03$$

$$0.4 V_u / C_t T_u = 0.4 \times 15808 / (0.03 \times 222000) = 0.94943$$

$$\therefore T_c = \frac{0.212 \sqrt{280} \times 45000}{\sqrt{1 + (0.94943)^2}} \times \frac{1}{100} = 1157.68 \text{ kgm} < T_n$$

$$\text{ดังนั้น } T_s = T_n - T_c = 2612 - 1157.68 = 1454.32 \text{ kgm} < 4T_c$$

เลือกใช้ R9 mm เป็นเหล็กปลอก ระยะคอนกรีตหุ้มฉนวนเหล็ก 2.5 cm

$$x_1 = 30 - 2(2.5 + 0.9) = 23.20 \text{ cm}$$

$$y_1 = 50 - 2(2.5 + 0.9) = 43.20 \text{ "}$$

$$\alpha_t = 0.66 + 0.33 \times 43.2 / 23.20 = 1.27448 < 1.5$$

$$\text{จาก } \frac{A_t}{S_p} = \frac{T_s}{\alpha_t f_y x_1 y_1} = \frac{1454.32 \times 100}{1.27448 \times 2400 \times 23.2 \times 43.2} = 0.04744 \text{ cm}^2 / \text{One leg Spacing}$$



ค) ออกแบบเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

$$V_n = V_u / \phi = 15808 / 0.85 = 18597.65 \text{ kg.}$$

$$\text{แรงเฉือนต้านตั้งคคณกึ่ง} V_c = \frac{0.53 \sqrt{f'_c} b_w d}{\sqrt{1 + (2.5 C_t T_u / V_u)^2}}$$

$$2.5 C_t T_u / V_u = 2.5 \times 0.03 \times 222000 / 15808 = 1.053264$$

$$\therefore V_c = \frac{0.53 \sqrt{280} \times 30 \times 45}{\sqrt{1 + (1.053264)^2}} = 8243.52 \text{ kg.} < V_n = 18597.65$$

$$\text{ดังนั้น } V_s = V_n - V_c = 18597.65 - 8243.52 = 10354.13 \text{ kg.}$$

$$\text{จาก } \frac{A_v}{S_p} = \frac{V_s}{f_y s d} = \frac{10354.13}{2400 \times 45.00} = 0.09587 \text{ cm}^2 / \text{Two legs Spacing}$$

ง) รวมเหล็กเสริมรับแรงบิดร่วมกับแรงเฉือน

$$\frac{A_s}{S_p} = \frac{2 A_t}{S_p} + \frac{A_v}{S_p} = 2 \times 0.04744 + 0.09587 = 0.19075 \text{ cm}^2 / \text{spacing.}$$

$$\text{ใช้เหล็กขนาด } R9 \text{ มม. } \text{ให้ } A_s = 1.272 \text{ cm}^2$$

$$\therefore S_p = 1.272 / 0.19075 = 6.67 \text{ cm} : (x_1 + y_1) / 4$$

$$\text{ถ้าใช้เหล็กปลอกจำนวน 2 ปลอก จะได้ } S_p = 13.34 \text{ cm} : 3.5 \frac{b_w S_p}{f_y}$$

$$\text{ดังนั้นใช้ } 2R9 \text{ มม. @ } 130 \text{ มม.}$$

จ) คำนวณปริมาณเหล็กเสริมตามแนวขง

$$A_l = \frac{2 A_t}{S_p} (x_1 + y_1) = 2 \times 0.04744 (23.2 + 43.2) = 6.3 \text{ cm}^2$$

$$\text{จาก } 2 A_t = 2 \times 0.04744 \times 13 = 1.23344 \text{ cm}^2$$

$$\text{ผล: } A_l = \left( \left[ \frac{28 \times S_p}{f_y s} \cdot \frac{T_u}{T_u + V_u / 3 C_t} \right] - 2 A_t' \right) \left( \frac{x_1 + y_1}{S_p} \right)$$

$$= \left( \left[ \frac{28 \times 30 \times 13}{2400} \left\{ \frac{222000}{222000 + \left[ \frac{15808}{3 \times 0.03} \right]} \right\} \right] - 1.23344 \right) \left( \frac{23.2 + 43.2}{13} \right) = 6.675 \text{ cm}^2$$

$$\text{ดังนั้น } A_l = 6.675 \text{ cm}^2$$

ใช้เสริมทั้ง 4 มุม

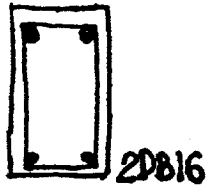
6) กำหนดปริมาณเหล็กเสริมรับโมเมนต์ดัดและแรงบิด

$$A_{st} = 21.924 + 2 \times (6.675/4) = 25.2615 \text{ cm}^2$$

เหล็กที่ใช้ 5Y25 mm + 1Y16 mm  $\therefore$  ให้  $A_{st} = 26.56$  "

$$A_{bc} = 6.675/2 = 3.34 \text{ "}$$

เหล็กที่ใช้ 2Y16 mm  $\therefore$  ให้  $A_{sc} = 4.02$  "



7) ตรวจสอบอัตราส่วนเหล็กเสริม.

$$\rho_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right) \quad \text{ที่ } \beta_1 = 0.85$$

$$= 0.85 \times \frac{280}{4000} \times 0.85 \left( \frac{6120}{6120 + 4000} \right) = 0.0306$$

$$\rho_{max} = 0.75 \rho_b = 0.75 \times 0.0306 = 0.0229$$

$$\rho = \frac{26.56}{30 \times 45} = 0.0197 < \rho_{max} \quad \text{โอเคได้}$$

8) กำหนดความขดการยึดหน้า

ค่าสัมมาก  $U_D = \frac{V_D}{\phi \sum o_j d}$

$$\sum o = 5 \times 3.14 \times 2.5 + 1 \times 3.14 \times 1.6 = 44.274 \text{ cm.}$$

$$\therefore U_D = \frac{15808}{0.85 \times 44.274 \times 0.9 \times 45} = 10.37 \text{ ksc.}$$

หน่วยแรงยึดหน้าขมให้,  $U_a = 4.51 \sqrt{f'_c} / D$

$$= 4.51 \sqrt{280} / 2.5$$

$$= 30.19 \text{ ksc} > U_D \quad \text{โอเคได้}$$

ความขดการยึดหน้า,  $L_d = \frac{A_s f_s}{\phi \sum o U_D}$

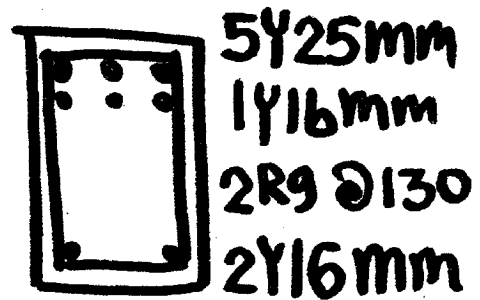
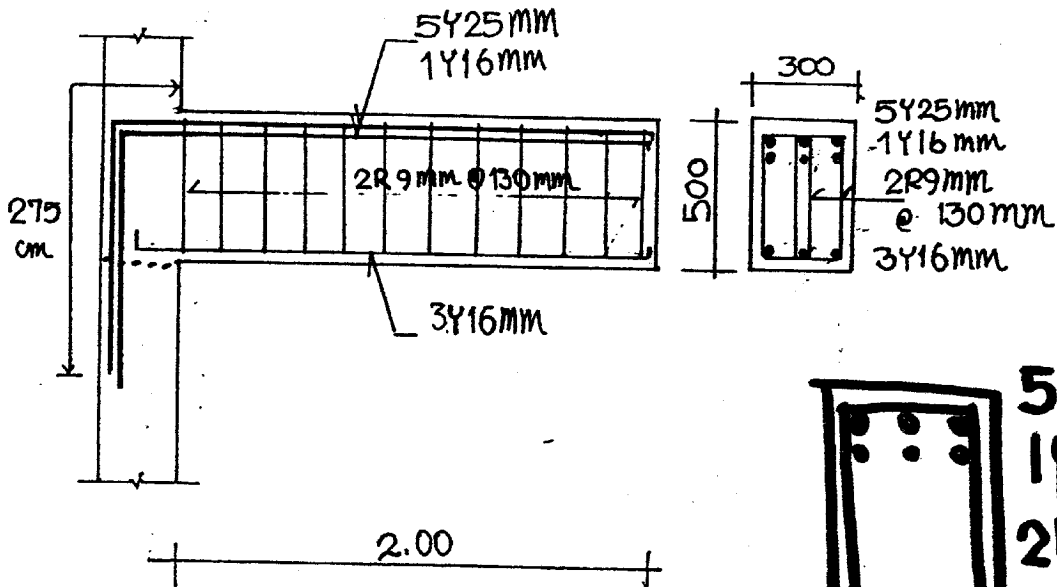
ให้  $U_D = U_D = 10.37 \text{ ksc}$

$$L_d = \frac{26.56 \times 4000}{0.85 \times 44.274 \times 10.37}$$

$$= 272.23 \text{ cm.}$$

หรือ  $L_d = 275 \text{ cm.}$

๑) แสดงรายละเอียด





\* \*

## การออกแบบคาน Beams Design

### 6.1 ก้าวแรก

ในบทที่ 3 ได้กล่าวถึงกรณีพิเศษและออกแบบภายใต้แรงดัด โดยได้แสดงให้เห็นว่าคานคอนกรีตสามารถเสริมเหล็กกับแรงดัดอย่างเสถียรและเสริมเหล็กกับแรงดัดและแรงอัด ซึ่งคานจะมีขนาดตัดได้ทั้งแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรืออื่นๆ ต่อมาบทที่ 4 กล่าวถึงแรงเฉือน แรงดัดทแยงและแรงบิด ดังจะเห็นได้ว่าที่กล่าวทั้งหมดเป็นหลักการที่จะนำมาใช้ในการออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็ก โดยทั่วไปคานคอนกรีตเสริมเหล็กสามารถแบ่งได้ดังนี้

#### Simple

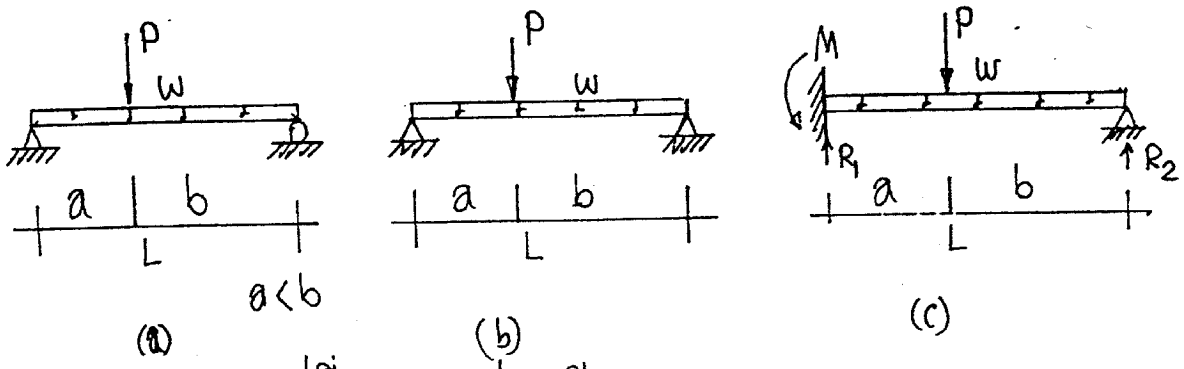
- 1) คานช่วงเดียว (One direction Span)
- 2) คานต่อเนื่อง (Continuous Beams)
- 3) คานยื่น (Cantilever Beams) 
- 4) คานปลายยื่น (Overhanging Beams) 

การออกแบบคานที่กล่าวในบทนี้ เป็นคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่มีลักษณะคานที่กล่าว ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสภาพการรับน้ำหนักบรรทุกที่กระทำจากรูปแบบใด เช่น น้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ (Uniform load) น้ำหนักบรรทุกรวมศูนย์ (Concentrated load) เป็นต้น สำหรับวิธีการออกแบบได้ดัดนั้น ผู้ออกแบบต้องเป็นผู้วิเคราะห์โครงสร้าง (Structural Analysis) ด้วยและต้องมีความชำนาญในการคาดคะเนต่อสภาพการใช้งาน (Serviceability) ได้ดีเช่นกัน จึงทำให้องค์อาคาร (Members) มีความปลอดภัยต่อชีวิตและทรัพย์สิน



## 6.2 คานขั้วเดียว (One direction span)

คานขั้วเดียวอาจจะเป็นตามรูปที่ 6.1 (a) คานขั้วเดียวอย่างง่ายที่มีที่รองรับเป็นแบบขีตหมุน (Hinge Supported) และแบบหมุนเคลื่อนที่ (Roller Supported) รูปที่ 6.1 (b) คานขั้วเดียวที่มีที่รองรับเป็นแบบขีตหมุนทั้งสองข้าง ซึ่งมีน้ำหนักบรรทุกทุกในระนาบ (plane) ตั้งฉากกับแนวแกนกลางของแนตหน้าตัด รูปที่ 6.1 (c) คานขั้วเดียวที่มีที่รองรับเป็นแบบขีตแน่น (Fixed Supported) และแบบขีตหมุนหรือแบบหมุนเคลื่อนที่ การออกแบบคานขั้วเดียวมีขั้นตอนดังนี้



รูปที่ 6.1 คานขั้วเดียว

- 1) ทน น.น. บรรทุกปร. ลัดย ทราบ  $b, h, d, d_p$  และ ความยาว  $L$ 
  - น.น. บรรทุกคงที่
  - น.น. บรรทุกจร

2) วิเคราะห์คานหาโมเมนต์ตัดปร. ลัดย แรงเฉือนปร. ลัดย สูงสุด

รูป (a) และ (b)

$$M_u = \frac{1}{8} UL^2, V_u = \frac{1}{2} UL \Rightarrow \text{Uniform Load}$$

$$M_u = Pab/L, V_u = Pb/L \Rightarrow \text{Concentrate Load}$$

รูป (c)

$$M_u = \frac{1}{8} UL^2, V_u = \frac{5}{8} UL \Rightarrow \text{Uniform Load}$$

$$M_u = \frac{Pb(L^2 - b^2)}{2L^2}, R_1 = P - R_2 \Rightarrow \text{Concentrate load}$$

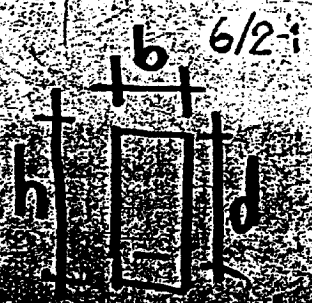
$$R_2 = \frac{Pa(3L^2 - a^2)}{2L^3}$$

3) ออกแบบคานรับโมเมนต์ดัด

ทราบ  $f'_c, f_y, f_{ys}$

- สมมติค่าคานรับโมเมนต์ดัด

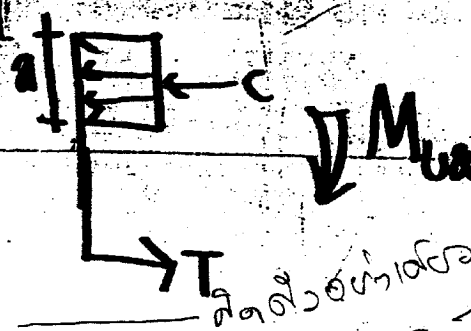
$$R = 0.85 f'_c \left( \beta \left( \frac{620}{620 + f_y} \right) \right) > f_{max} = 0.75 f_y \quad A_s = \rho b d$$



หาค่าของ  $\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2}$  = Constant เมื่อทราบค่าที่ 3-3 ได้

$$\rho = \frac{q f'_c}{f_y} \quad \text{แทน: } A_{s2} = \rho b d$$

ค่าเฉลี่ย  $a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$



$$M_{ua} = \phi \{ A_s f_y (d - 0.5a) \}$$

ถ้า  $M_{ua} > (M_u)_{act}$  ใช้พื้นที่เหล็ก 4

ถ้า  $M_{ua} < (M_u)_{act}$  ให้  $M_{n2} = M_{ua} / \phi$

$$M_n = M_u / \phi, \quad M_{n1} = M_n - M_{n2}$$

$$A_s - A_{s1} = \frac{M_{n1}}{f_y (d - d_p)}$$

$$A_{s1} = A_{s1} + A_{s2}$$

4) ออกแบบคานรับแรงเฉือน

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b w d, \quad V_n = V_u / \phi$$

$$V_n \leq V_c + 2.12 \sqrt{f'_c} b w d \quad (2.65 \sqrt{f'_c} b w d)$$

ถ้า  $V_n < V_c / 2$  ใช้ค่า  $S_p = 30 \text{ cm}$

$$V_n > V_c \quad \text{ให้ } V_s = V_n - V_c$$

$$\frac{A_s}{S_p} = \frac{V_s}{f_y d}$$

เลือกขนาดเหล็กรับแรงเฉือน จากตาราง และ จัดการ

เสริมเหล็กดัด อีกด้าน

5) ตรวจสอบบริเวณเหล็กเสริมกำหนดช่วงแรงดึงตรงกลาง  
หรือไม่ แล: ตรวจสอบกับค่าความหนาแน่นของเหล็ก

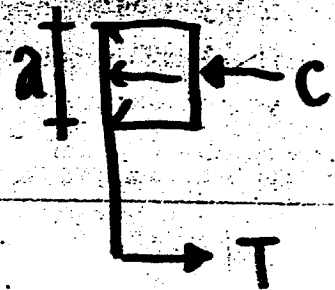
ถ้า  $(\rho - \rho_0) > (\rho - \rho_0)_{min}$  แปลว่า  $f_s = f_y$   $\frac{14}{f_y} = \rho_{min}$

$$(\rho - \rho_0)_{min} = \frac{0.85 f_c' b d}{f_y} \left( \frac{6120}{6120 - f_y} \right)$$

ถ้า  $(\rho - \rho_0) < (\rho - \rho_0)_{min}$  แปลว่า  $f_s < f_y$

$$f_s = 6120 \left[ 1 - \frac{0.85 f_c' b d \rho}{(\rho - \rho_0) f_y d} \right]$$

$$a = \frac{A_s f_y = A_s c f_s'}{0.85 f_c' b}$$



กำลังต้านทาน  $M_u = A_s c f_s' (d - d_p)$

$$M_{u2} = (A_s t f_y - A_s c f_s') (d - 0.5a)$$

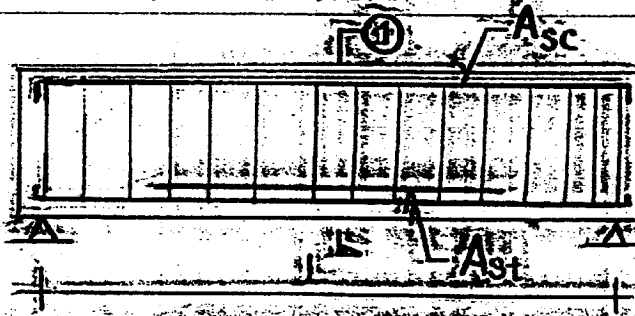
$$M_u = M_{u1} + M_{u2}$$

$$M_u = \phi M_{u1} > (M_u)_{act}$$

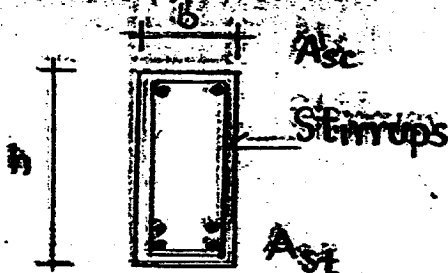
6) ขั้นตอนการออกแบบเหล็กเสริมตามข้อกำหนดมาตรฐาน

วสท. 1008-36 หรือ 1007-34

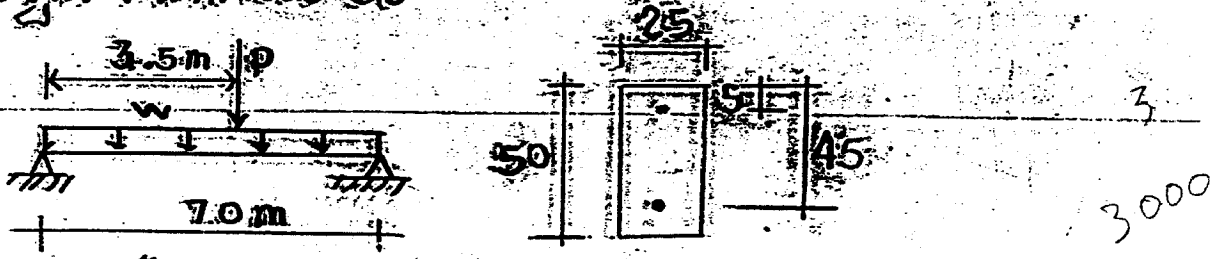
- เหล็กเสริมตามแนวราบ



- เหล็กเสริมตามแนวตั้ง



ตัวชนหนัก 6t คานช่วงเดียว กว. 7.0 m หนาหน้าตัดคาน กว. 25 cm ลึก 50 cm รั้งคานหนักบรรทุก 3500 kg หนาหน้าบรรทุก กว. 3000 kg รั้งคานคานเหล็ก รับน้ำหนักคานเหล็ก กว. 3000 kg รวมกับน้ำหนักคานเหล็กในบริเวณหน้าตัดบรรทุก กว. 7.0 m ลึก 50 cm  $f_c' = 280 \text{ ksc}$ ,  $f_y = 3000 \text{ ksc}$  และ  $f_{ys} = 2400 \text{ ksc}$   
 ให้นำผลรวมของแรงกดคานเหล็กและคานคอนกรีต มาหาแรงกดคานคอนกรีต  
 มาตรฐาน ว. ล. ก. 1008-38



วิธีทำ 1) หนาหน้าคานบรรทุกเหล็ก

หน้าตัดบรรทุกคานเหล็ก  $SL = 0.25 \times 0.50 \times 2400 = 300 \text{ kpm}$

" " " หน้าคานเหล็ก รวมกับคานเหล็ก

$WL = SL = 2440$

หน้าตัดบรรทุกคานเหล็ก  $P_b = 3000 \text{ kg}$

" " " รั้ง  $P_r = 3500 \text{ kg}$

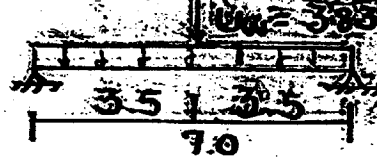
หน้าตัดบรรทุกคานเหล็ก, U

$U_w = 1.4(300 + 2440) = 3836 \text{ kpm}$

$U_p = 1.4 \times 3000 + 1.7 \times 3500 = 10150 \text{ kg}$

2) วิเคราะห์คานช่วงเดียว โดย  $V_u, M_u$

$V_u = 10150 \text{ kg}$  แรงคานเหล็ก รั้ง  $V_u = 18501 \text{ kg}$



โมเมนต์คานเหล็ก รั้ง  $M_u = 41258 \text{ kpm}$

$V_u = \frac{1}{2}(3836)(7.0) + \frac{10150}{2} = 19501 \text{ kg}$

$M_u = \frac{1}{8}(3836)(7.0)^2 + \frac{1}{4}(10150)(7) = 41258 \text{ kg}$

3) ออกแบบคานรับโมเมนต์ตัดประลัย

กรวย  $d = 45 \text{ cm}$ ,  $b = 25 \text{ cm}$ ,  $d_p = 5 \text{ cm}$ ,  $f'_c = 280 \text{ ksc}$   
 $f_y = 3000 \text{ ksc}$

จาก  $\rho_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right)$ ,  $\beta_1 = 0.85$

$\rho_b = \frac{0.85 \times 280 \times 0.85}{3000} \left( \frac{6120}{6120 + 3000} \right) = 0.0452513$

$\rho = \rho_{max} = 0.75 \rho_b = 0.03394$

ได้  $A_{s2} = 0.03394 \times 25 \times 45 = 38.11825 \text{ cm}^2$

ความลึก  $a = \frac{38.11825 \times 3000}{0.85 \times 280 \times 25} = 19.2517 \text{ cm}$

$M_{ua} = 0.9 \times 38.11825 \times 3000 (45 - 0.5 \times 19.2517)$   
 $= 36468.184 \text{ kgm} < (M_u)_{act} = 41258 \text{ kgm}$

$\therefore M_{n2} = 36468.184 / 0.9 = 40520.205 \text{ kgm}$

$M_n = 41258 / 0.9 = 45842.22 \text{ kgm}$

$M_{n1} = 45842.22 - 40520.205 = 5322.02 \text{ kgm}$

คำนวณเหล็กเสริม  $A_{s1}$  โดยสมมติ  $f'_s = f_y$

$A_{s1} = \frac{M_{n1}}{f_y (d - d_p)} = \frac{5322.02 \times 100}{3000 (45 - 5)} = 4.435 \text{ cm}^2$

$\therefore A_{s1} = 38.11825 + 4.435 = 42.553 \text{ cm}^2$

เลือกใช้  $4 \times 25 \text{ mm}$  ได้  $A_{s1} = 43.12 \text{ cm}^2$

และ  $A_{sc} = 4.435 \text{ cm}^2$

เลือกใช้  $2 \times 20 \text{ mm}$  ได้  $A_{sc} = 6.28 \text{ cm}^2$

หรือ  $A_{sc}$

หรือ  $A_{sc}$

4) สดกแบบคานรับแรงเฉือน

$$V_n = V_u / \phi = 18501 / 0.85 = 21766 \text{ kg}$$

- กำลังต้านทานของคอนกรีต  $V_c = 0.53 \sqrt{f_c'} b_w d$

$$V_c = 0.53 \sqrt{280} \times 25 \times 45 = 9977.17 \text{ kg} < V_n$$

นอ:  $V_n = 2.12 \sqrt{f_c'} b_w d = 2.12 \sqrt{280} \times 25 \times 45 = 39908.68 \text{ kg}$

$\therefore V_{ca} = 9977.17 + 39908.68 = 49885.85 \text{ kg}$   
 $> V_n$  ใกล้เคียง

- กำลังต้านทานของคานรับแรงเฉือน  $V_s = V_n - V_c \left\{ \begin{matrix} < \\ > \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} V_n \\ V_c \end{matrix} \right\} \right.$

$$V_s = 21766 - 9977.17 = 11788.83 \text{ kg}$$

ปริมาณเหล็กเสริมรับแรงเฉือน  $\frac{A_v}{S_p} = \frac{V_s}{f_{ys} d}$

$$\therefore \frac{A_v}{S_p} = \frac{11788.83}{2400 \times 45}$$



$= 0.10916 \text{ cm}^2 / \text{Two legs Spacing}$

เลือกให้ 29mm ใกล้เคียง  $A_s = 1.2712 \text{ cm}^2$

ร.ง: ทง,  $S_p = 1.2712 / 0.10916 = 11.65 \text{ cm}$  ใกล้เคียง  $S_p = 10 \text{ cm}$

- ตรวจสอบปริมาณเหล็ก  $1.1 \sqrt{f_c'} b_w d$

$$11788.83 = V_s < 1.06 \sqrt{f_c'} b_w d = 1.06 \sqrt{280} \times 25 \times 45 = 19954.34 \text{ kg}$$

นั่นคือ ร.ง: ต้องมากกว่า  $S_p = 45/2 = 22.5 \text{ cm}$

- ปริมาณเหล็กเสริมขั้นต่ำ  $A_{v, \text{min}} = 3.5 b_w S_p / f_{ys}$

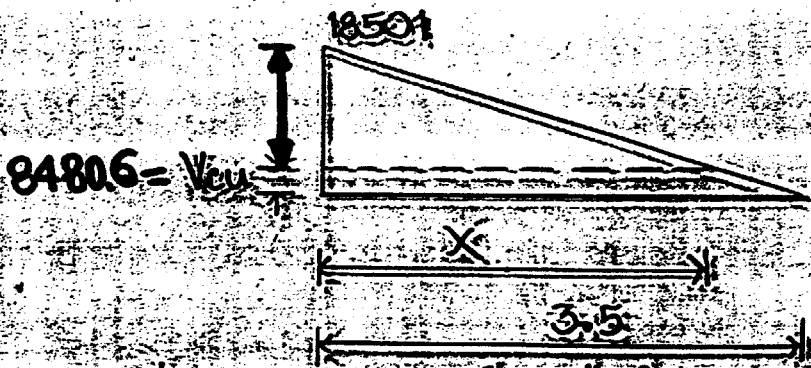
$$A_{v, \text{min}} = 3.5 \times 25 \times 10 / 2400 = 0.3646 \text{ cm}^2$$

$< A_v$  ใกล้เคียง

- ร.ง: ความยาวที่เพิ่มเป็นสองเท่าเหล็ก

$$V_{cu} = 0.85 \times 9977.17 = 8480.60 \text{ kg}$$

ร.ง:  $X = \frac{3.5}{18501} \times (18501 - 8480.60) = 1.59\% \text{ นอ.}$



∴ ๓๖๖ ร.ย. ความเค้นที่ค่าเป็นค่าของเส้นเค้นกับแรงเฉือน 1.90 h  
 จากของขานรโดยรับทั้งสองข้าง ในส่วนที่เหลื่อเสริมระยะ: d/2  
 5) ตรวจจากของขานรของแรงที่ถึงจุดคานหรือไม่ เผล:กำลัง  
 ต้านทานของหน้าตัด

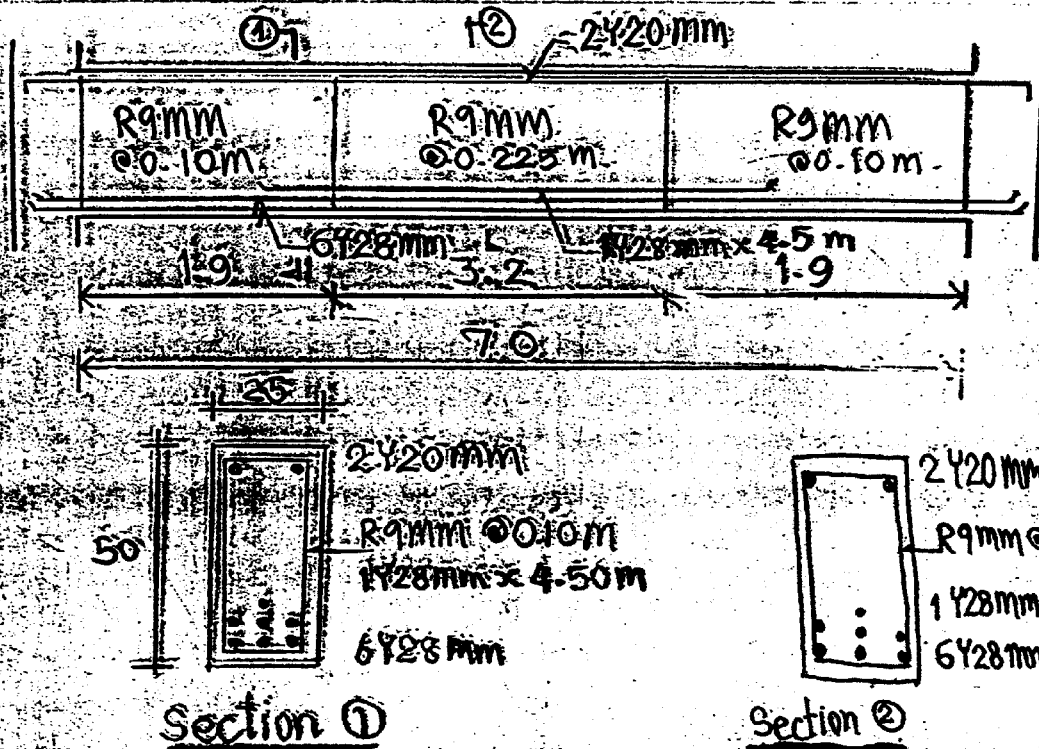
$$(\rho - \rho') = \frac{43.12 - 6.28}{25 \times 45} = 0.03275$$

$$(\rho - \rho')_{min} = 0.85 \times \frac{240}{3000} \times 0.85 \times \frac{5}{45} \left( \frac{6120}{6120 - 3000} \right)$$

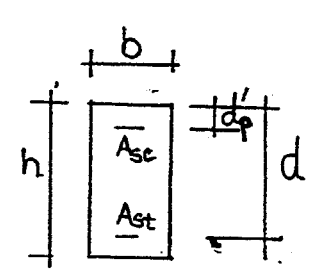
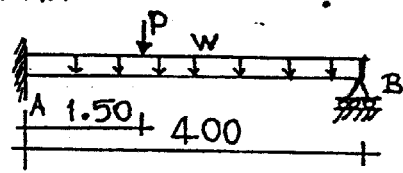
$$= 0.0147$$

$$(\rho - \rho')_{min} < (\rho - \rho') \quad \text{ใช้ได้} \quad f'_s = f_y$$

เผล:  $(\rho - \rho') < \rho_{max}$  ใช้ได้  $\rho_{max} = 0.03394$



ตัวอย่างที่ 6.2 คานคอนกรีตเสริมเหล็กช่วงเดียวยาว 4.0 m. ดังรูป  
 ให้ออกแบบคานและปริมาณเหล็กเสริม โดยกำหนด  $f'_c = 280$  ksc.  
 $f_y = 4000$  ksc. สำหรับเหล็กเสริมทงแนวยาว และ  $f_{ys} = 2400$  ksc สำหรับ  
 เหล็กเสริมทงแนวทง รับน้ำหนักผนังที่อิฐครึ่งแผ่นสูง 2.60 m.  
 น้ำหนักแผ่นพื้น 670 kpm. น้ำหนักบรรทุกจรแพร่กระจายสม่ำเสมอ  
 350 kpm. น้ำหนักบรรทุกคงที่กระทำเป็นจุด 1570 kg. และตรวจ  
 สอบกำลังต้านทานของหน้าตัด ระยะความยาวของเหล็กเสริมที่ไม่ทำให้คาน  
 เกิดการแตกหัก



$d_p \approx 0.1h$   
 $d \approx 0.9h$

วิธีทำ 1) หาน้ำหนักบรรทุกประลัย

สมมติขนาดหน้าตัดคาน กว้าง 20 cm. ลึก 40 cm.

ความลึกประสิทธิภาพ  $d = 36$  cm ,  $d_p = 4$  cm.

น้ำหนักบรรทุกคงที่ของคาน,  $BL = 0.20 \times 0.40 \times 2400 = 192$  kpm.

" ของผนัง,  $WL = 180 \times 2.60 = 468$  "

" ของแผ่นพื้น,  $SL = 670$  "

รวม น้ำหนักบรรทุกคงที่,  $D = 192 + 468 + 670 = 1330$  "

น้ำหนักบรรทุกจร,  $L = 350$  "

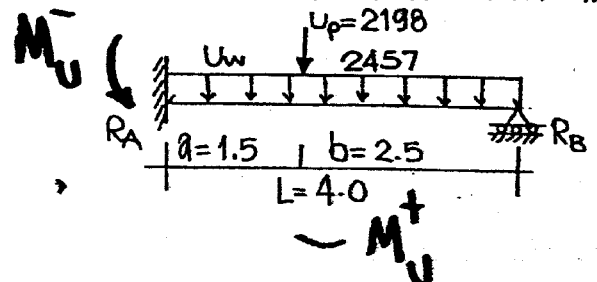
กรณีน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ

น้ำหนักบรรทุกประลัย,  $U_w = 1.4 \times 1330 + 1.7 \times 350 = 2457$  kpm.

กรณีน้ำหนักบรรทุกกระทำเป็นจุด

น้ำหนักบรรทุกประลัย,  $U_p = 1.4 \times 1570 = 2198$  kg.

2) วิเคราะห์คานหาค่าโมเมนต์ตัดประลัย,  $M_u$  และแรงเฉือนประลัย,  $V_u$



แรงปฏิกิริยา

$$R_B = \frac{3}{8} U_w L + \frac{U_p a^2 (3L - a)}{2L^2}$$



$$R_B = \frac{3}{8} \times 2457 \times 4 + \frac{2198 \times 1.5^2}{2 \times 4.0^3} (3 \times 4.0 - 1.5) = 4091.186 \text{ kg}$$

$$R_A = 7934.814 \text{ kg.}$$

$$\text{โมเมนต์ดัดประลัย} \quad M_u^+ = 2731 \text{ kgm.}$$

$$M_u^- = 6588 \text{ "}$$

$$\text{แรงเฉือนประลัย} \quad V_u = 7934.814 \text{ kg.}$$

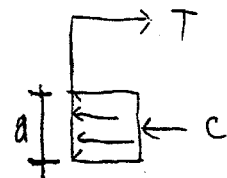
3) ออกแบบคานรับโมเมนต์ดัดประลัย

$$\text{ทราบ } f'_c = 280 \text{ ksc, } f_y = 4000 \text{ ksc, } b = 20 \text{ cm, } d = 36 \text{ cm, } d_f = 4 \text{ cm}$$

สมมติว่าคานเสริมเหล็กกับแรงดึงอย่างเดียวน

$$\rho_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \rho_1 \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right), \rho_1 = 0.85$$

$$= \frac{0.85 \times 280 \times 0.85}{4000} \left( \frac{6120}{6120 + 4000} \right) = 0.0306$$



$$\text{ให้ } \rho = \rho_{max} = 0.75 \rho_b = 0.0229$$

$$\text{ปริมาณเหล็กเสริม} \quad A_{st} = 0.0229 \times 20 \times 36 = 16.52 \text{ cm}^2$$

$$\text{ความลึก} \quad a = \frac{16.52 \times 4000}{0.85 \times 280 \times 20} = 13.88 \text{ cm.}$$

$$M_{cu} = M_{ua} = \left\{ 16.52 \times \frac{4000}{100} (36 - 0.5 \times 13.88) \right\} \times 0.9 = 17,282.56 \text{ kgm.}$$

$$> M_u^- = 6588$$

ดังนั้นจึงเป็นการออกแบบคานเสริมเหล็กกับแรงดึงอย่างเดียวน พิจารณาโมเมนต์

$$\text{ลบ, ทน} \quad \frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \frac{6588 \times 100}{0.9 \times 280 \times 20 \times 36^2} = 0.101 \text{ ได้ค่า } \rho = 0.18 \text{ (ตารางที่ 3.3)}$$

$$\rho = 0.18 \times 280 / 4000 = 0.0126$$

$$\text{พื้นที่เหล็กเสริม, } A_{st} = \rho b d = 0.0126 \times 20 \times 36 = 9.072 \text{ cm}^2$$

เลือกใช้ 3Y20mm @ ให้  $A_{st} = 9.42 \text{ cm}^2$

พิจารณาโมเมนต์บวก,  $M_u = 2731 \text{ kqm}$

$$\text{หาค่า } \frac{M_u}{\phi f_c' b d^2} = \frac{2731 \times 100}{0.9 \times 280 \times 20 \times 36^2} = 0.0418 \text{ ใต้ค่า } q = 0.043 \text{ (ตารางที่ 3.3)}$$

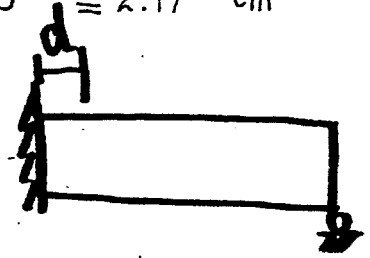
$$\rho = q f_c' / f_y = 0.043 \times \frac{280}{4000} = 0.00301$$

พื้นที่เหล็กเสริม,  $A_{st} = \rho b d = 0.00301 \times 20 \times 36 = 2.17 \text{ cm}^2$

เลือกใช้ 2Y12mm @ ให้  $A_{st} = 2.26 \text{ cm}^2$

4) ออกแบบคานรับแรงเฉือน

ทราบ  $f_{ys} = 2400 \text{ ksc}$



แรงเฉือนปฏิกิริยาที่หน้าตัดวิกฤติ,  $V_{ud} = 7934.814 - 2457 \times 0.36 = 7050.294 \text{ kg}$

กำลังเฉือน,  $V_n = V_{ud} / \phi = 7050.294 / 0.85 = 8294.46 \text{ kg}$  \*ออกแบบ

กำลังต้านทานเฉือนของหน้าตัด,  $V_{na} = V_c + 2.12 \sqrt{f_c'} b w d$

$$V_c = 0.53 \sqrt{280} \times 20 \times 36 = 6385.39 \text{ kg} < V_n$$

$$V_{ci} = 2.12 \sqrt{280} \times 20 \times 36 = 25541.56$$

ดังนั้น

$$V_{na} = 6385.39 + 25541.56 = 31926.95 \text{ kg}$$

$$> V_n = 8294.46 \text{ ใต้ค่า}$$

เพราะปรากฏว่า  $V_n > V_c$  จึงต้องออกแบบคานเสริมเหล็กกับแรงเฉือน

$$V_s = V_n - V_c = 8294.46 - 6385.39 = 1909.07 \text{ kg}$$

$$\text{ทราบ } \frac{A_v}{S_p} = \frac{V_s}{f_{ys} d} = \frac{1909.07}{2400 \times 36} = 0.0221 \text{ cm}^2 / \text{Two legs Spacing}$$

เลือกใช้ R6mm @ ให้  $A_s = 0.555 \text{ cm}^2$

$$\text{ดังนั้น } S_p = 0.555 / 0.0221 = 25.58 \text{ cm}$$

ใช้ R6mm @ 250 mm

ระบุห่างมากที่สุด เมื่อ  $V_s < 1.06 \sqrt{280} \times 20 \times 36 = 12770.78 \text{ kg}$  ใต้  $S_{p,max} = d/2 = 18 \text{ cm}$   
 $1909.07 < 12770.78$

ปริมาณเหล็กเสริมทุกตัวที่ใส่,  $A_{min} = 3.5 \times 20 / 2400 = 0.0292 \text{ cm}^2 / \text{cm}$ .

ดังนั้นจึงให้ปริมาณเหล็กเสริม

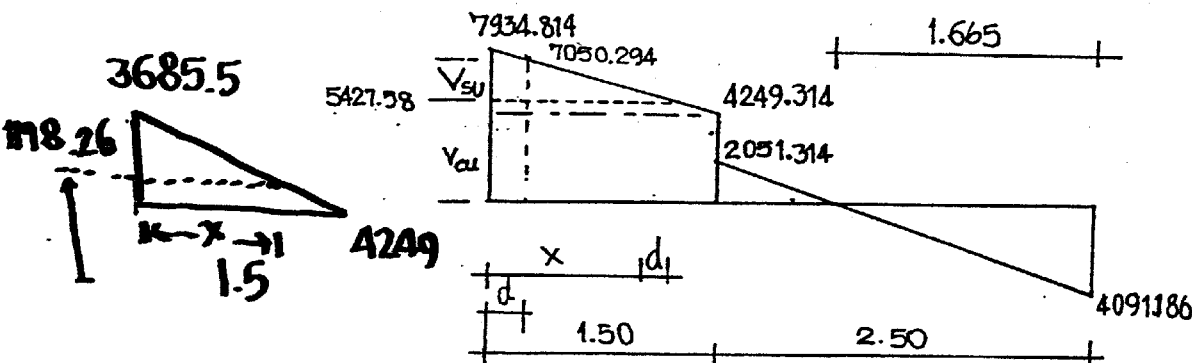
$\times A_s / s_p$

$\frac{A_s}{s_p} = 0.0292 ; s_p = \frac{0.565}{0.0292} = 19.35 \text{ cm}$   
 $s_p = 18 \text{ cm}$

และระยะห่างมากที่สุด

ดังนั้นเลือกใช้ R6 mm @ 180 mm

กำหนดระยะความยาวที่ใส่เหล็กเสริมเหล็กรอบแกนเฉือน



$V_{cu} = 0.85 \times 6385.39 = 5427.58 \text{ kg}$

$V_{su} = 0.85 \times 1909.07 = 1622.71 \text{ ''}$

ระยะ:  $x = \frac{1.5}{3685.5} (2507.234) = 1.02 \text{ m} \approx 1.0 \text{ m}$

$x = 1.02 + 0.36 = 1.38 \approx 1.4$

5) การสอบขงเขตหน้าตัดคาน

$\rho = \frac{9.42}{20 \times 36} = 0.0131 < \rho_{max} = 0.0227$  ใกล้เคียง

ความลึก  $a = \frac{9.42 \times 4000}{0.85 \times 280 \times 20} = 7.92 \text{ cm}$

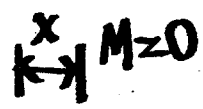
$M_{ud} = 0.9 \left[ \frac{9.42 \times 4000 \times (36 - 0.5 \times 7.92)}{100} \right] = 10865.4 \text{ kgm}$   
 $> M_u = 6588 \text{ ใกล้เคียง}$

หน่วยแรงยึดหน้า  $U_u = \frac{V_u}{\phi \sum o_j d} = \frac{7050.294}{0.85 \times (3 \times 3.14 \times 2) \times 0.9 \times 36} = 13.59 \text{ ksc}$

หน่วยแรงยึดหน้าของมีด,  $U_a = \frac{4.51 \sqrt{F_c}}{D} = \frac{4.51 \sqrt{280}}{2.0} = 37.73 \text{ ksc} > U_u$  ใกล้เคียง

ระยะการยึดหน้า  $L_d = \frac{9.42 \times 4000}{0.85 \times 18.84 \times 13.59} = 173.14 \text{ cm} \approx 175 \text{ cm}$

$L_d = 0.006 A_b f_y / \sqrt{F_c}$



พิจารณาความบกพร่องเหล็กเสริมที่เสริมรับโมเมนต์ดัด

ที่ระยะ: 1.5 m จากฐานรองรับ A

$M_u = 2549.84 \text{ kNm}$



$\text{ห. } \frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \frac{2549.84 \times 100}{0.9 \times 280 \times 20 \times 36^2} = 0.039 \text{ ใต้ } q = 0.04$

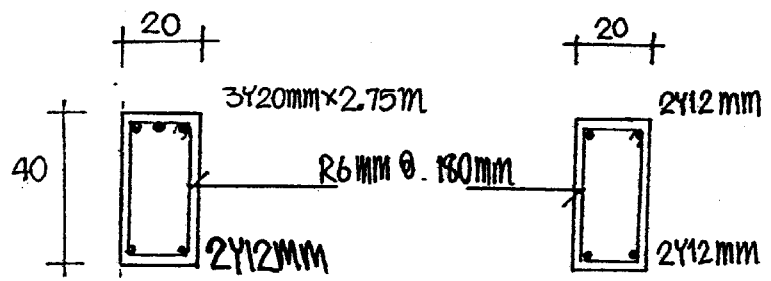
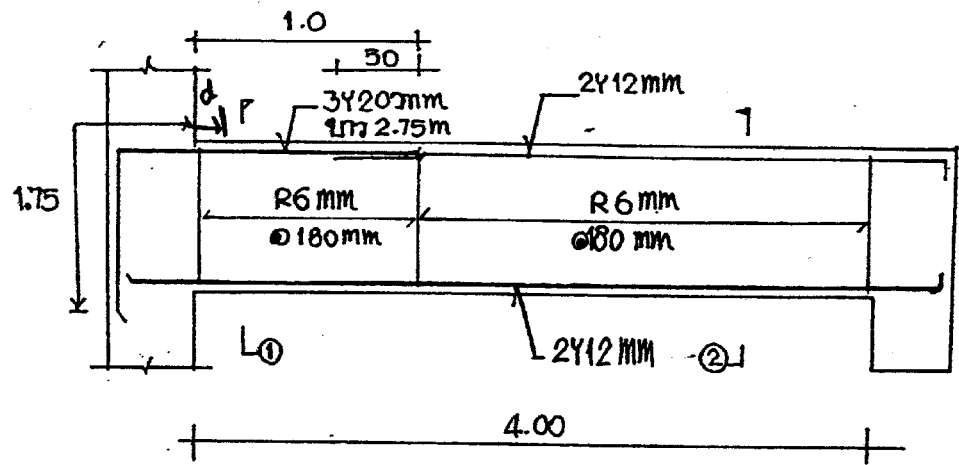
$p = 0.04 \times 280 / 4000 = 0.0028$

$A_{st} = 0.0028 \times 20 \times 36 = 2.016 \text{ cm}^2$

ที่ระยะ: 1.0 m จากฐานรองรับ A

$M_u = 118.06 \text{ kNm}$

บ) แสดงรายละเอียด



Section 1

Section 2

\* \* \*

### 6.3 การออกแบบคานต่อเนื่อง (Continuous Beams Design)

อาคารคอนกรีตเสริมเหล็กทั่วไป เมื่อหล่อคอนกรีตจะหล่อพร้อมกันทั้งพื้นที่ ถ้าหล่อคอนกรีตคานก็จะหล่อทุกช่วงพร้อม และคานต่อเนื่องของคานหมอบเดขเต็ยถัดนจะผูกเหล็กเสริมต่อเนื่องกัน การออกแบบคานต่อเนื่องจะเป็นการประหยัดค่าใช้จ่ายได้

ขั้นตอนการออกแบบเหมือนกับ การออกแบบคานช่วงเดียว ที่แตกต่างกันคือการวิเคราะห์ได้โครงสร้างหาค่าแรงเฉือนประลัย โมเมนต์คัตประลัย ซึ่งจะใช้วิธี Slope-Deflection วิธี Moment Distribution วิธี Three-Moment equation หรือใช้หลักการตามมาตรฐาน ๑๕.๓.10๐๘-38 (4103) ดังรายละเอียดในหัวข้อ 6.3.1 สำหรับนี้ให้นักบรรทุกแผ่นกระตย สม่่าเส่มอ และหัวข้อ 6.3.2 สำหรับนี้ให้นักบรรทุกกระทำเป็นจุด เป็นต้น

#### 6.3.1 การวิเคราะห์โครงสร้างอย่างประมาณ

ในองค์อาคารทั้งหมดของโครงสร้างอาคารที่มีกรก่อสร้างอย่างต่อเนื่อง ควรใช้วิธีการวิเคราะห์โครงสร้างอย่างประมาณสำหรับนี้ให้นักบรรทุกสม่่าเส่มอ

- 1) คานหรือพื้นต่อเนื่องตั้งแต่ 2 ช่วงขึ้นไป
- 2) ช่วงคานยาวคานต้องเท่ากัน หากต่างกันช่วงยาวมีความยาวไม่มากกว่า 20% ของความยาวช่วงสั้น
- 3) ใ้หน้าักบรรทุกจรตั้งไม่มากกว่า 3 เท่าของใ้หน้าักบรรทุกคองที่
- 4) ขนาดหน้าตัดต้องสม่่าเส่มอตลอดทุกช่วง

#### ข้อพิจารณา

โมเมนต์บวก : คานช่วงปลาย

A - ปลายที่ไม่ต่อเนื่องและไม่มีดิ่งกับที่รองรับ  $U_w L^2 / 11$

B - ปลายที่ไม่ต่อเนื่องหล่อเป็นเนื้อเดียวกับที่รองรับ  $U_w L^2 / 14$

โมเมนต์บวก : คานช่วงใน  $U_w L^2 / 16$

โมเมนต์ดัดที่ขอบนอกของกึ่งวงรับตัวในครั้งแรก

- เมื่อมี 2 ชั้น

$$UwL^2/9$$

- เมื่อมีมากกว่า 2 ชั้น

$$UwL^2/10$$

โมเมนต์ดัดที่ขอบของกึ่งวงรับตัวในชั้นๆ

$$UwL^2/11$$

โมเมนต์ดัดที่ขอบของกึ่งวงรับทุกแห่ง สำหรับ

- แฉกพื้นที่ที่มีความยาวช่วงไม่เกิน 3.0 m.

$$UwL^2/12$$

- คนที่มีอัตราส่วนผลรวมของสถิติแรงของเสาต่อสถิติแรงของคนที่มาบรรจบกันมากกว่า 8

$$UwL^2/12$$

โมเมนต์ดัดที่ขอบในของกึ่งวงรับตัวนอกสำหรับองค์อาคารที่หล่อเป็นเนื้อเดียวกันกับที่รองรับ

A - เมื่อที่รองรับเป็นเสา

$$UwL^2/16$$

B - เมื่อที่รองรับเป็นคน

$$UwL^2/24$$

แรงเฉือนที่ขอบของกึ่งวงรับตัวในแรก

$$1.15UwL/2$$

แรงเฉือนที่ขอบของกึ่งวงรับตัวชั้นๆ

$$UwL/2$$

### 6.3.2 น้ำหนักบรรทุกกระทำเป็นจุด (Concentrated Load)

คนคอนกรีตเสริมเหล็กที่มีความยาวช่วง (Span Length) ตั้งแต่สองช่วงขึ้นไป แต่มีน้ำหนักบรรทุกกระทำเป็นจุด หรือแบบรวมค่อน (Concentrated load) ณ ตำแหน่งใดๆ บนความยาวช่วง อาจต้องทำการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีที่กล่าวมาข้างต้น หากน้ำหนักกระทำที่กึ่งกลางคาน หรือที่ระยะ 1/3 ของความยาวคาน สามารถใช้ค่าสัมประสิทธิ์ในตารางที่ 6.1 และ 6.2 ได้

ถ้าคนมีทั้งน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอและกระทำแบบรวมค่อน ก็สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์ได้จากหัวข้อ 6.2.1 รวมกับค่าสัมประสิทธิ์ที่หาจากหัวข้อนี้ สำหรับการคำนวณค่าโมเมนต์ดัดประลัยสูงสุดและแรงเฉือนประลัยสูงสุด

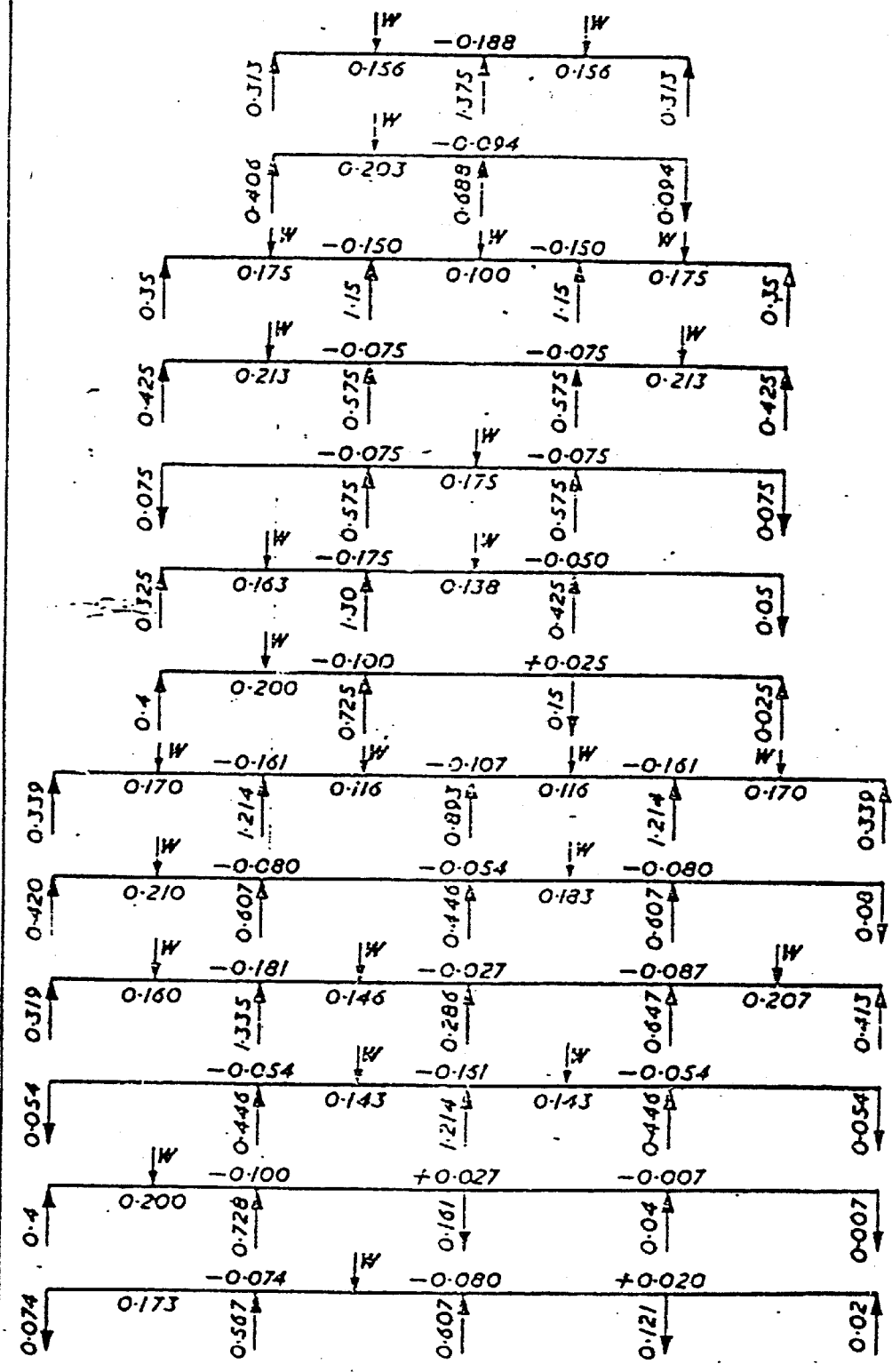
ตารางที่ 6.1 สัมประสิทธิ์แรงเฉือนและโมเมนต์ต่อขงน้ำหนักบรรทุกที่กึ่งกลาง

EQUAL SPAN CONTINUOUS BEAMS  
CENTRAL POINT LOADS

Moment = coefficient x W x L

Reaction = coefficient x W

where W is the Load on one span only and L is one span



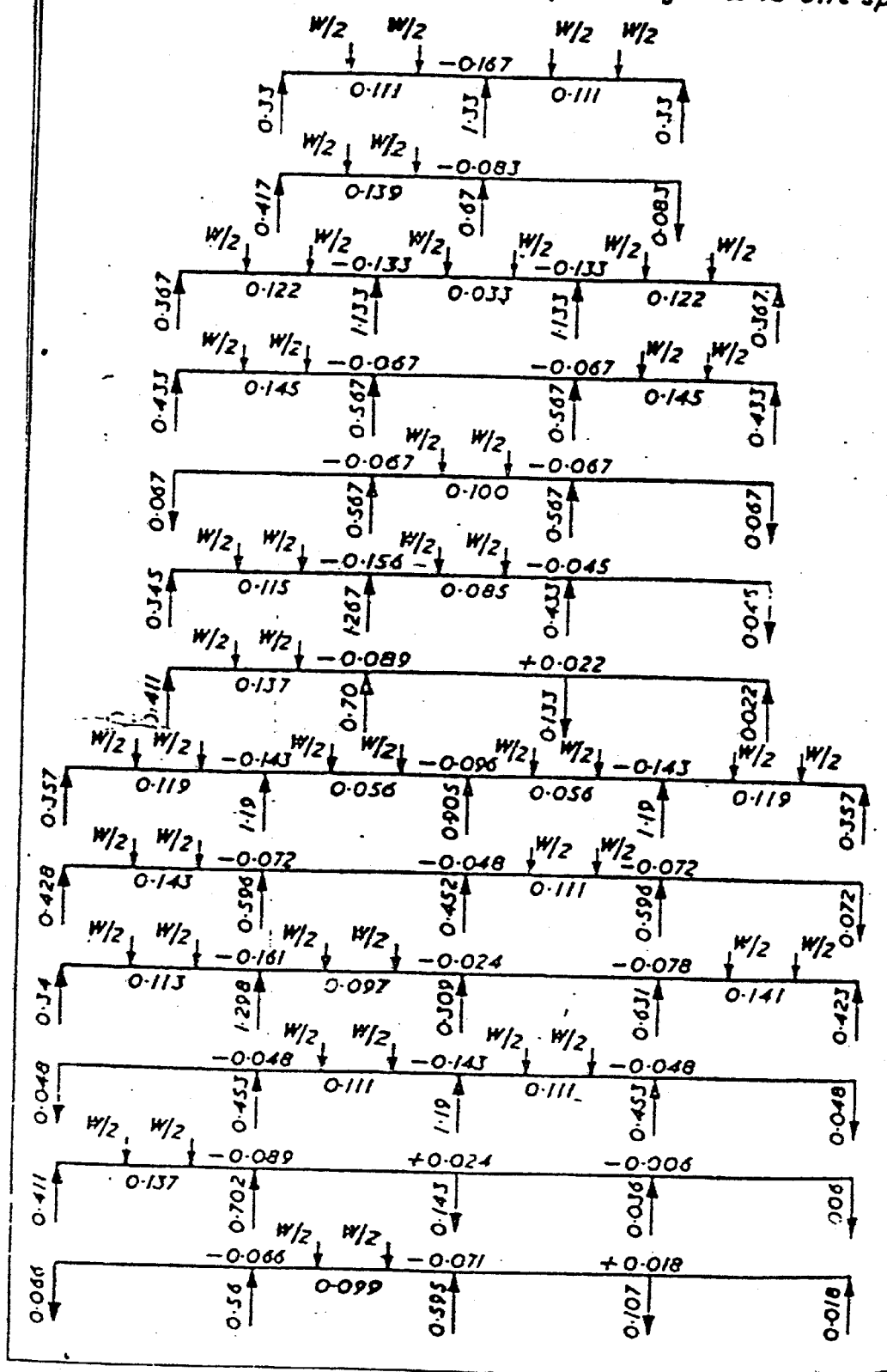
# ตารางที่ 6.2 สัมประสิทธิ์แรงเฉือนและโมเมนต์ตัดของหน้าหนักที่ 2 จุด

## EQUAL SPAN CONTINUOUS BEAMS POINT LOADS AT THIRD POINTS OF SPANS

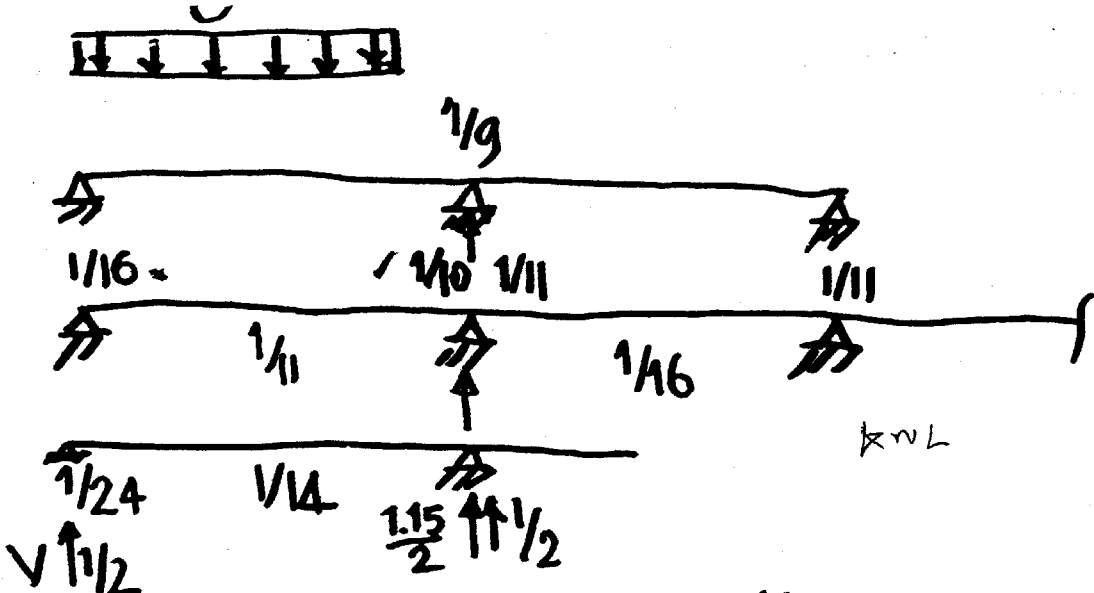
Moment = coefficient x W x L

Reaction = coefficient x W

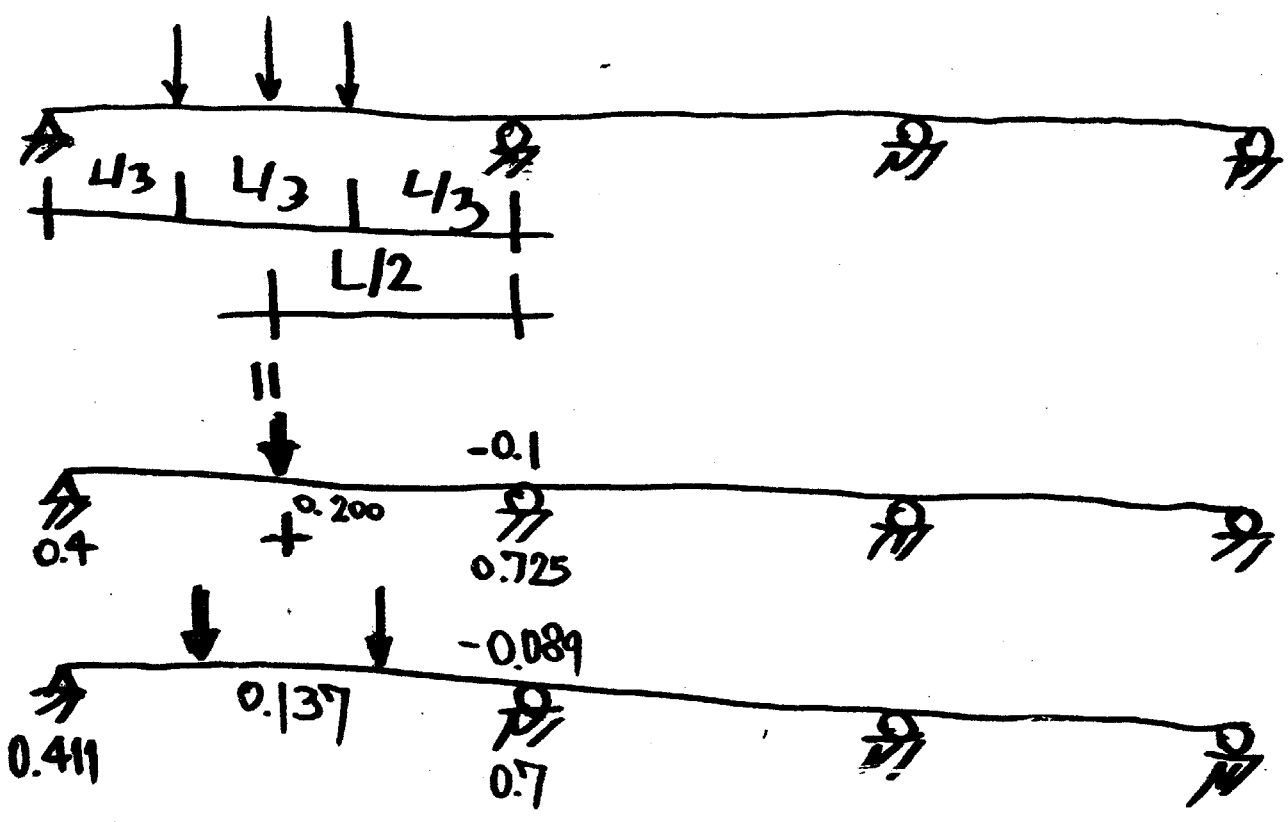
where W is the total load on one span only & L is one span



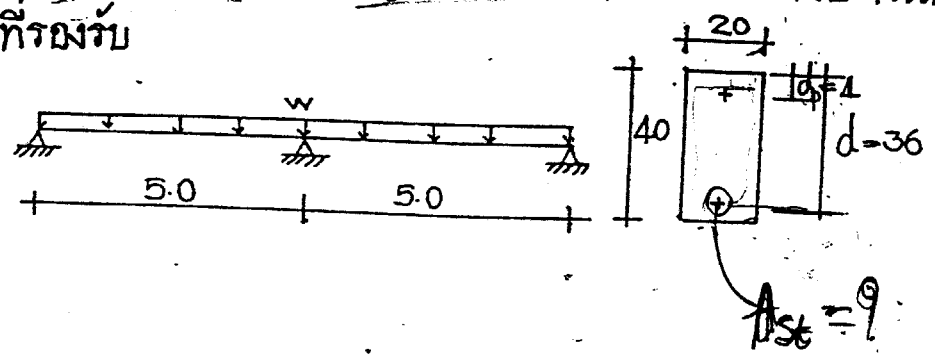




$$K = \frac{EI}{L} \Rightarrow \Sigma K = \frac{\Sigma K_{col.}}{\Sigma K_{beam.}} > 8$$



ตัวอย่างที่ 6.3 รางรถไฟแบบคานต่อเนื้อสองช่วง ยาวช่วงละ 5.0 m  
 รับน้ำหนักบรรทุกจากผนังก่อสร้าง 540 kpm: แผ่นพื้น 800 kpm.  
 \* น้ำหนักบรรทุกจร 500 kpm กำหนดขนาดหน้าตัดคาน 20x40 cm.  
 $f'_c = 280 \text{ ksc}$ ,  $f_y = 3000 \text{ ksc}$  และ  $f_{ys} = 2400 \text{ ksc}$  โดยที่รองรับตัวนอกสุด  
 ไม่ยึดรั้งกับที่รองรับ



พลาจ ๑๐๐

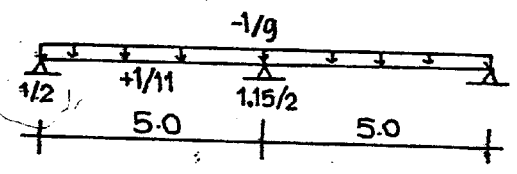
วิธีทำ

① น้ำหนักบรรทุกประลัย

- น้ำหนักบรรทุกคงที่ของคาน,  $BL = 0.2 \times 0.4 \times 2400 = 192 \text{ kpm}$ .
- น้ำหนักบรรทุกคงที่ของผนังก่อสร้าง,  $WL = 540$  "
- แผ่นพื้น,  $SL = 800$  "
- น้ำหนักบรรทุกคงที่,  $D = 192 + 540 + 800 = 1532$  "
- "จร,  $L = 500$  "
- น้ำหนักบรรทุกประลัย,  $U = 1.4 \times 1532 + 1.7 \times 500 = 2995 \text{ kpm}$ .

② วิเคราะห์คานต่อเนื้อของท  $M_u, V_u$

แรงเฉือนประลัย



- ที่รองรับตัวนอก  $V_u = \frac{1}{2} \times 2995 \times 5$   
 $V_u = 7487.5 \text{ kg}$   
 - ที่ขอบของ ที่รองรับตัวในแรก  
 $V_u = \frac{1.15}{2} \times 2995 \times 5 = 8611 \text{ kg}$

โมเมนต์ตัดประลัย

- โมเมนต์บวก,  $M_u^+ = \frac{1}{11} \times 2995 \times 5^2 = 6807 \text{ kpm}$   
 - โมเมนต์ลบ,  $M_u^- = \frac{1}{9} \times 2995 \times 5^2 = 8319$  "

การออกแบบรับโมเมนต์คดตรง

ksc 4/18

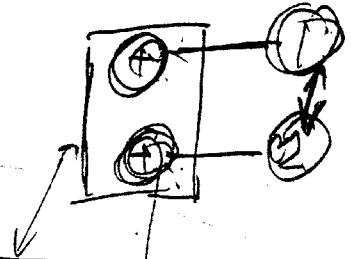
3) ออกแบบฐานรับโมเมนต์คดตรง

ทราบ  $f_c = 280$  ksc,  $f_y = 3000$  ksc,  $b = 20$  cm,  $d = 36$  cm  $d_f = 4$  cm.

สมมติว่าคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียวน

$$\rho_b = 0.85 \frac{f_c}{f_y} \rho \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right), \rho = 0.85$$

$$= 0.85 \times 280 \times 0.85 \left( \frac{6120}{6120 + 3000} \right) = 0.04525$$



ให้  $\rho = \rho_{max} = 0.75 \times 0.04525 = 0.03394$

ปริมาณเหล็กเสริม  $A_{st} = \rho b d = 0.03394 \times 20 \times 36 = 24.436 \text{ cm}^2$

ความลึก  $a = \frac{24.436 \times 3000}{0.85 \times 280 \times 20} = 15.401 \text{ cm}$

$M_{ua} = 0.9 \times \left\{ 24.436 \times \frac{3000}{100} (36 - 0.5 \times 15.401) \right\} = 18671.218 \text{ kgm}$

- โมเมนต์คดตรง

$M_u = 8319 \text{ kgm}$

หรือเทียบ

$8319 \text{ kgm} < M_{ua}$  เป็นคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียว

จาก  $\frac{M_u}{\phi F_c b d^2} = \frac{8319 \times 100}{0.9 \times 280 \times 20 \times 36^2} = 0.1274$  ได้  $q = 0.139$  (เปิดตารางที่ 3.3)

$\rho = 0.139 \times 280 / 3000 = 0.01297$

พื้นที่เหล็กเสริม  $A_{st} = 0.01297 \times 20 \times 36 = 9.341 \text{ cm}^2$

เลือกใช้ 3420 mm  $A_{st} = 9.42 \text{ cm}^2$

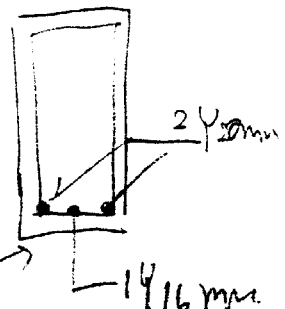
- โมเมนต์บวก  $M_u = 6807 \text{ kgm}$

จาก  $\frac{6807 \times 100}{0.9 \times 280 \times 20 \times 36^2} = 0.1042$  ได้  $q = 0.112$  (เปิดตารางที่ 3.3)

$\rho = 0.112 \times 280 / 3000 = 0.01045$

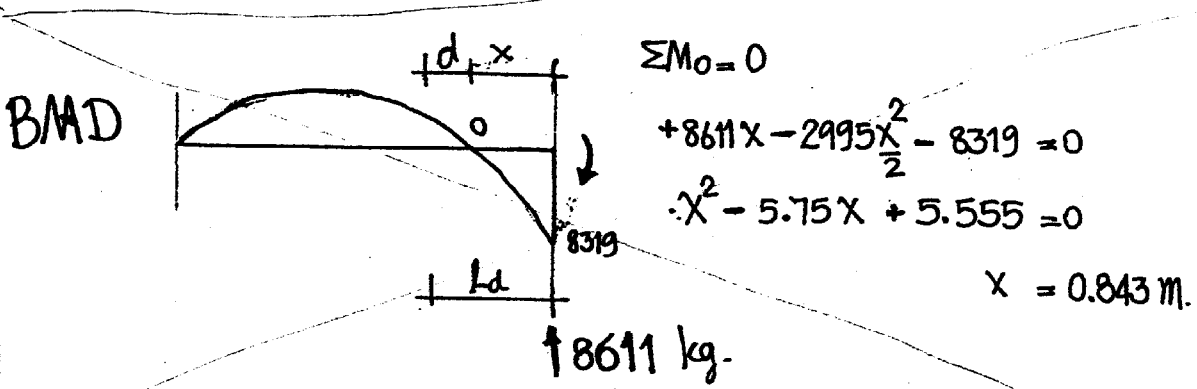
พื้นที่เหล็กเสริม  $A_{st} = 0.01045 \times 20 \times 36 = 7.526 \text{ cm}^2$

เลือกใช้ 2420 mm + 1416 mm  $A_{st} = 8.29 \text{ cm}^2$



หรือเทียบ

- ออกแบบความยาวเหล็กเสริม



$\therefore L_d = 0.843 + 0.36 = 1.203 \text{ m} \approx 1.25 \text{ m.}$

4) ออกแบบคานรับแรงเหวี่ยงประตัย ตรวจสอบคานรับแรงเหวี่ยง

พิกัด  $f_{ys} = 2400 \text{ ksc}$

*ตรวจสอบคานรับแรงเหวี่ยง*  
*ตรวจสอบคานรับแรงเหวี่ยง*

ที่แรงเหวี่ยงประตัย  $V_u = 8611 \text{ kg}$

$V_{ud} = 8611 - 0.36 \times 2995 = 7532.8 \text{ kg}$

กำลังเหวี่ยง  $V_h = 7532.8 / 0.85 = 8862.12 \text{ kg}$

กำลังกันแรงเหวี่ยงของหน้าคค,  $V_{na} = V_c + V_{ci}$

$V_c = 0.53 \sqrt{280} \times 20 \times 36 = 6385.39 \text{ kg.}$

$V_{ci} = 2.12 \sqrt{280} \times 20 \times 36 = 25541.56 \text{ kg.}$

$\therefore V_{na} = 6385.39 + 25541.56 = 31926.95 \text{ kg} > V_h$  ใกล้เคียง

และปรากฏว่า  $V_h > V_c$   $V_h < V_c$   $A_v = \frac{3.5 b_w s_p}{f_y}$

ดังนั้น  $V_s = V_h - V_c = 8862.12 - 6385.39 = 2476.73 \text{ kg.}$

จาก  $\frac{A_v}{S_p} = \frac{2476.73}{2400 \times 36} = 0.02867 \text{ cm}^2 / \text{Two leg Spacing}$

หรือ  $\frac{A_v}{S_p} = \frac{3.5 \times 20}{2400} = 0.02917 \text{ cm}^2 / \text{Two leg Spacing.}$

ดังนั้น  $A_v = 0.02917$

ตรวจสอบคานรับแรงเหวี่ยง  
เลือกใช้ R6 มม ให้  $A_s = 0.565 \text{ cm}^2$

ระยะห่าง  $S_p = 0.565 / 0.02917 = 19.37 \text{ cm}$

20.

~~0.139 m~~

2476.73

$\frac{3.6}{2} = 1.8$   
 $\frac{4}{20}$

พิจารณา  $V_s < 1.06\sqrt{280} \times 20 \times 36 = 12770.78 \text{ kg}$  ได้ระยะห่างมากที่สุด =  $d/2 = 18 \text{ cm}$

ดังนั้นได้ R6 mm @ 0.175 m.

2) - ที่  $V_0 = 7481.5 \text{ kg}$  พิจารณาบริเวณ — ในลักษณะที่แสดง

$V_{ud} = 7481.5 - 0.36 \times 2995 = 6409.3 \text{ kg}$

$V_n = 6409.3 / 0.85 = 7540.35 \text{ kg}$

$> V_c = 6385.39$

ดังนั้น  $V_s = 7540.35 - 6385.39 = 1154.96 \text{ kg}$

จาก  $\frac{A_v}{S_p} = \frac{1154.96}{2400 \times 36}$

$= 0.01337 \text{ cm}^2 / \text{Two-legs Spacing}$  ค่าจริง

ขอเพิ่มที่บริเวณนี้  
เพื่อที่อัตรา: 1/10:1 ในพื้นที่บริเวณนี้

$< \frac{A_v}{S_p}, \text{min} = 0.02917$   $\frac{A_v}{S_p} = 3.5 b_w / f_{ys}$

ดังนั้นได้ R6 mm @ 0.175 m.

⇒ และเสริมเหล็กดัดทุกตัวตลอดความยาวช่วง ←

5) ตรวจสอบกำลังต้านทานและเปอร์เซ็นต์เหล็กเสริม.

ที่  $\rho = (9.42) / (20 \times 36) = 0.01308 < \rho_{max} = 0.03394$

$\rho_{min} = 14 / 3000 = 0.0047 < \rho$  ได้

แทน:  $a = \frac{9.42 \times 3000}{0.85 \times 280 \times 20} = 5.94 \text{ cm}$

$M_{ua} = 0.9 \left\{ \frac{9.42 \times 3000}{100} (36 - 0.5 \times 5.94) \right\} = 8400.85 \text{ kgm}$

$> (M_u)_{act} = 8319 \text{ kgm}$

หน่วยแรงยึดหน่วง  $U_u = \frac{8611}{0.85 \times 18.84 \times 0.9 \times 36} = 16.59 \text{ ksc}$

หน่วยแรงยึดหน่วงขมี้ให้,  $U_a = \frac{4.51\sqrt{280}}{2.0} = 37.73 \text{ ksc}$

ระยะการยึดหน่วง  $L_d = \frac{9.42 \times 3000}{0.85 \times 18.84 \times 16.59} = 106.37 \text{ cm} \approx 1.10 \text{ m}$

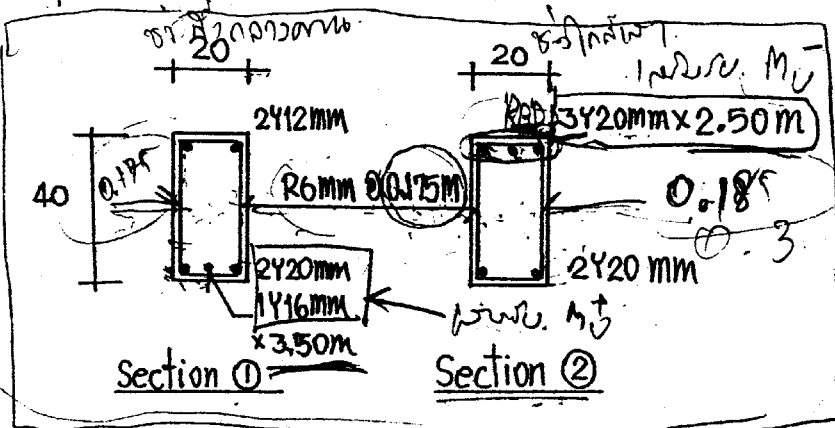
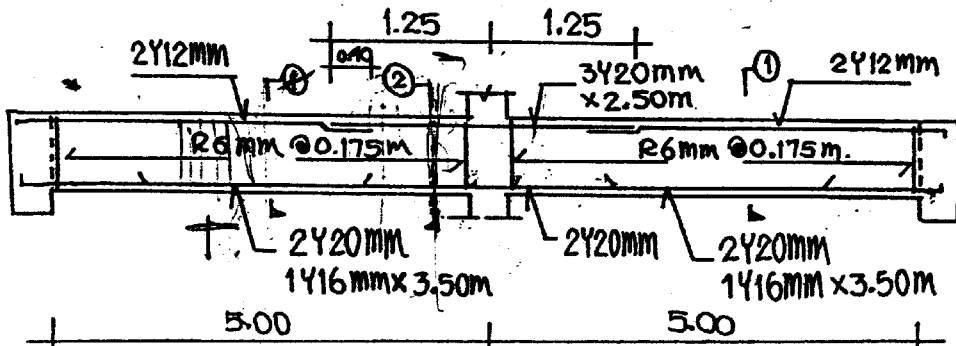
$\sum U_D = U_u$

ที่  $\rho = 8.29 / (20 \times 36) = 0.01151$

ดังนั้น  $\rho_{min} < \rho < \rho_{max}$  ได้

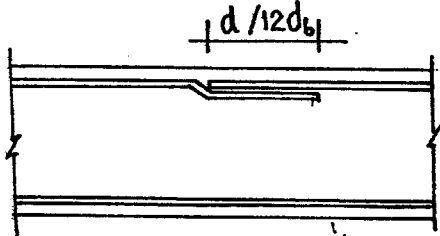
6) แสดงรายละเอียด

เหล็กกล่อง  
ดัดยาวหน้ารอบ



กล่องรอบ  
ทำอัตโนมัติ

ขนาดการตัดทาบเหล็กเสริม



ระยะทาบ  $d$  = ความลึกประตักเหล็ก

$d_b$  = ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเหล็กเสริม

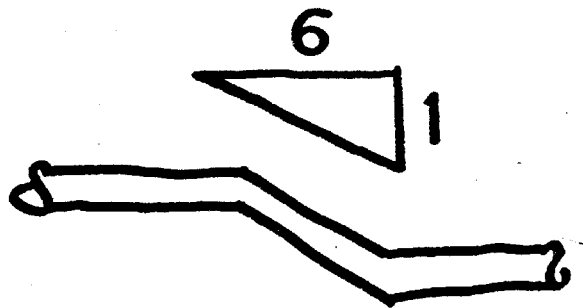
ให้เหล็กใช้ค่าที่มาก จากตัวจริง

$$d = 36 \text{ cm}$$

$$12d_b = 12 \times 2.0 = 24 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{ระยะทาบ} = 36 \text{ cm} \approx 0.40 \text{ m}$$

\* \* \*



$$3 \times \frac{2^2 \times \pi}{4} = 2$$

# บทที่ 7

## การออกแบบแผ่นพื้น

องค์อาคารที่รองรับน้ำหนักบรรทุก หรืออื่นๆ เพื่อส่งถ่ายน้ำหนักกระทำแก่ตัวลึกลงรองรับ ฐาเรียกว่าแผ่นพื้น (Slab) ในกรณีที่ไม่มีความเป็นฐานรองรับแก่แผ่นพื้นทางบนดิน ซึ่งดินเป็นที่รองรับนั้น เรียกว่า แผ่นพื้นทางบนดิน (Slab on Ground) ในอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กมีระบบแผ่นพื้นหลายชนิด เช่น แผ่นพื้นทางเดียว (One Way Slab) แผ่นพื้นสองทาง (Two-Way slab) หรือแผ่นพื้นไร้นอน (Flat Slab) เป็นต้น

### 7.1 แผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กทางเดียว (One-Way Slab)

ถ้าความยาว ของแผ่นพื้นมีค่าเป็นสองเท่าความกว้างขึ้นไป เราพิจารณาแผ่นพื้นแบบนี้เป็นแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กทางเดียว หรือกรณีที่แผ่นพื้นมีคานรองรับเพียงสองด้านก็พิจารณาเป็นแผ่นพื้นทางเดียวเช่นเดียวกัน การคำนวณออกแบบใช้หลักทฤษฎีคานตั้งเหลี่ยมแผ่นที่เสริมเหล็กรับแรงดึง โดยพิจารณาชั้นส่วนของแผ่นพื้นมีความกว้าง 6 เท่ากับ 1.00 เมตร ความลึกเท่ากับความหนาแผ่นพื้น ข้อแตกต่างของแผ่นพื้นกับคานคือในแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กทางเดียว จะมีเหล็กเสริมหลัก (Main Steel) เพื่อรับโมเมนต์ดัดที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุก และมีเหล็กเสริมทางขวางเพื่อป้องกันการแตกร้าวที่อาจเกิดจากการหดตัว (Shrinkage) หรือการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ

หากไม่มีค่ามาตรฐานระบุไว้ก็เป็นจริง เพื่อป้องกันมิให้เกิดการโค้งตัวที่มากจนเกินไป ดังนั้นมาตรฐาน วสท. และ ACI ได้กำหนดค่าให้ใช้ความหนา, h ของแผ่นพื้น เป็นความหนาท่ำสุด ดังนี้

พื้นช่วงเดียวธรรมดา	$h \geq L/25$	} $f_y = 4000 \text{ ksc}$
พื้นปลายต่อเนื่องด้านเดียว	$h \geq L/30$	
พื้นปลายต่อเนื่องสองด้าน	$h \geq L/35$	
พื้นที่มีปลายยื่น	$h \geq L/12$	

ถ้า  $f_y \neq 4000 \text{ ksc}$  ให้คูณด้วย  $(0.4 + \frac{f_y}{1000})$

สำหรับ  $f_c = 210 \text{ ksc}$  ค่า  $\beta_1 = 0.85$

$$\rho = 0.85 \times 0.85 \times 210 \left( \frac{6120}{2400(6120+2400)} \right) = 0.0454$$

$$0.75\rho_b = 0.75 \times 0.0454 = 0.0341$$

ดังนั้น  $\rho = 0.0341$

$$q = 0.0341 \times 2400 / 210 = 0.3892$$

$$d^2 = \frac{793.75 \times 100}{0.9 [100 \times 210 \times 0.3892 (1 - 0.59 \times 0.3892)]} = 14.01 \text{ cm}^2$$

หรือ  $d = 3.74 \text{ cm}$ . ขนาดเหล็กใช้ R9 mm

ความลึกเบรคที่พอดี  $d = \frac{10 - 2.5 - 0.9}{2} = 7.05 \text{ cm} > 3.74 \text{ cm}$  ใช้งานได้

ปริมาณเหล็กเสริม

$$A_{st} = \frac{M_u}{(\phi f_y (d - a/2))}$$

เมื่อ  $M_u = 793.75 \text{ kgm}$ .

สมมติ  $a = 0.935 \text{ cm}$ .

$$A_{st} = \frac{793.75 \times 100}{0.9 \times 2400 (7.05 - 0.935/2)} = 5.583 \text{ cm}^2$$

$$\text{ทก } a = \frac{A_{st} f_y}{0.85 f_c b} = \frac{5.583 \times 2400}{0.85 \times 210 \times 100} = 0.751 \text{ cm}$$

สมมติ  $a = 0.751 \text{ cm}$

$$A_{st} = \frac{793.75 \times 100}{0.9 \times 2400 (7.05 - 0.751/2)} = 5.506 \text{ cm}^2$$

$a = 0.74 \text{ cm}$ .

ดังนั้นปริมาณเหล็กเสริม  $A_{st} = 5.501 \text{ cm}^2$

ถ้าใช้ R9 mm มีพ.ท =  $0.636 \text{ cm}^2/\text{one bar}$

จำนวนเหล็กที่ใช้ =  $5.501 / 0.636 = 8.65$  เส้น/ม.

$$S_p = \frac{100 \times A_{sd}}{A_{st}} = \frac{100 \times 0.636}{5.501} = 11.56 \text{ cm}$$



3h

Nur

ระยะห่างเหล็กเสริม  $s = \frac{100}{10} = 10.00 \text{ cm} < 3 \times 10 = 30 \text{ cm. OK.}$   
 ดังนั้นใช้ R9 มม ระยะห่าง 0.10 m.

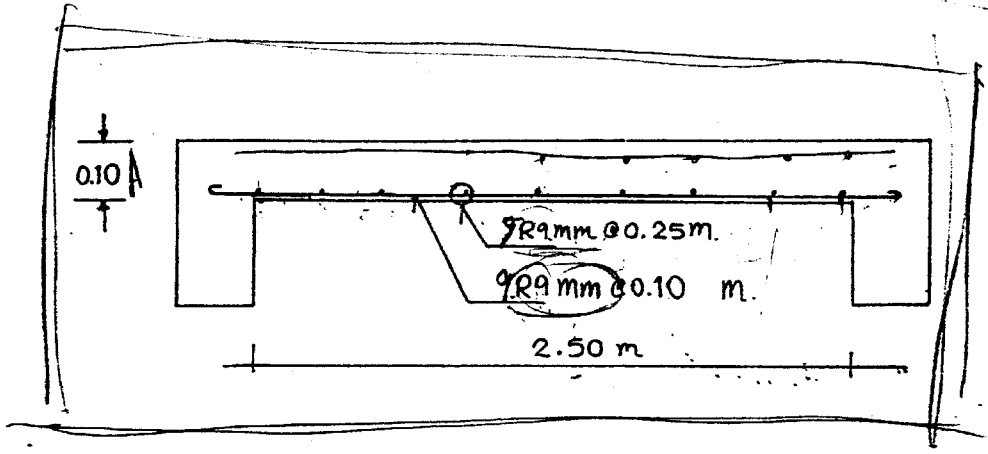
ปริมาณเหล็กเสริมกันร้าว

$$A_{st} = 0.0025 b h = 0.0025 \times 100 \times 10 = 2.5 \text{ cm}^2$$

ใช้ R9 มม ระยะห่าง 0.25 m

$$S_p = \frac{100 \times 0.636}{2.5} = 25.44 \text{ cm}$$

แสดงรายละเอียดเหล็กเสริม



การทดสอบหน่วยแรงเฉือน

$$V_u = \frac{1}{2} \times 1016 \times 2.5 = 1270 \text{ kg/m}$$

$$V_{cu} = 1270 / (100 \times 1.05) = 1.80 \text{ ksc}$$

$$V_{cu} = \phi [0.53 \sqrt{f_c}] = 0.85 [0.53 \sqrt{210}] = 6.53 \text{ ksc}$$

$$V_u < V_{cu} \text{ ใช้ได้}$$

✱ ✱

✱ ————— ✱

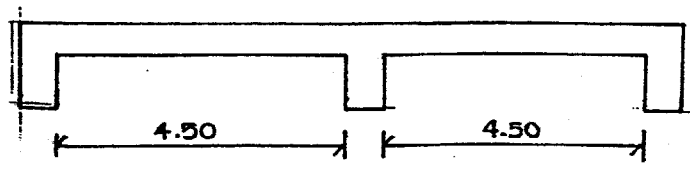
ตัวอย่างที่ 7.2 ออกแบบแผ่นพื้นทางเดิน ซึ่งประกอบด้วย 2 ช่วงติดต่อกัน  
 กว้าง 4.50 m ระยะห่างเสาโครงรับยาว 4.50 m รับน้ำหนักบรรทุก 500 ksm.  
 กำหนดให้  $f_c = 280 \text{ ksc}$  และ  $f_y = 4000 \text{ ksc}$  โดยใช้มาตรฐาน ว.ส.ท.

วิธีทำ คำนวณหาแผ่นพื้น

$$h = L/30 = 450/30 = 15 \text{ cm.}$$

ดังนั้น น้ำหนักคงที่แผ่นพื้น

$$D = 0.15 \times 2400 = 360 \text{ kg/m}^2$$



เมื่อ  $f_y = 4000 \text{ ksc} \rightarrow h = \frac{L}{24} = \frac{450}{24}$

น้ำหนักบรรทุก,  $L = 500$  kpm.

$$\begin{aligned} \text{น้ำหนักบรรทุกประลัย, } U &= 1.4D + 1.7L = 1.4 \times 360 + 1.7 \times 500 \\ &= 504 + 850 = 1354 \text{ ksm.} \end{aligned}$$

คำนวณค่าโมเมนต์ดัดประลัย

$\frac{WL^2}{24}$	$\frac{WL^2}{9}$	$\frac{WL^2}{24}$	โมเมนต์บวก
$\frac{\Delta}{2}$	$\frac{WL^2}{14}$	$\frac{\Delta}{2}$	
$\frac{WL}{2}$	$L$	$\frac{WL}{2}$	
$\frac{1.5WL}{14}$	$\frac{WL^2}{14}$	$\frac{1.5WL}{14}$	
$\frac{WL}{2}$	$L$	$\frac{WL}{2}$	

$$\begin{aligned} M^+ &= \frac{1}{14} WL^2 = \frac{1}{14} \times 1354 \times (4.5)^2 \\ &= 1958.5 \text{ kpm.} \end{aligned}$$

โมเมนต์ลบ

$$M^- = \frac{1}{9} WL^2 = \frac{1}{9} \times 1354 \times (4.5)^2 = 3046.5 \text{ kpm}$$

$$M^- = \frac{1}{24} WL^2 = \frac{1}{24} \times 1354 \times (4.5)^2 = 1142.4 \text{ /}$$

คำนวณความลึกประลัยกัณเฑาะ

$$d^2 = \frac{M_u}{\phi f'_c b \rho (1 - 0.59 \rho)}$$

ให้ใช้ค่าโมเมนต์ดัดประลัยสูงสุดเป็นน้หนักควบคุมการออกแบบ

เมื่อ  $M_u = 3046.5$  kpm

$$\rho = \rho f_y / f'_c \quad : \quad \rho = \rho_{max} = 0.75 \rho_b$$

$$\rho_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right), \quad \beta_1 = 0.85 \text{ เมื่อ } f'_c \leq 280 \text{ ksc.}$$

$$\rho_b = 0.85 \times \frac{280}{4000} \times 0.85 \times \left( \frac{6120}{6120 + 4000} \right) = 0.0306$$

$$\rho = 0.75 \rho_b = 0.0229$$

จ.ได้  $\rho = 0.0229 \times 4000 / 280 = 0.32763$

$$d^2 = \frac{3046.5 \times 100}{0.9 \times 280 \times 100 \times 0.32763 \times (1 - 0.59 \times 0.32763)} = 45.74 \text{ cm}^2$$

$$\therefore d = 6.76 \text{ cm}$$

ความลึกประลัยกัณเฑาะที่ใช้งานจริง  $d = 15 - 2.5 = 12.5 \text{ cm} > 6.76$  ใช้ได้

กำหนดปริมาณเหล็กเสริม

$$\text{จาก } \frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \rho (1 - 0.59 \rho)$$

$$\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \frac{3046.5 \times 100}{0.9 \times 280 \times 100 \times (12.5)^2} = 0.0774$$

$$0.0774 = \rho - 0.59 \rho^2$$

$$\rho^2 - 1.7 \rho + 0.1312 = 0$$

$$\rho = 0.081$$

เปอร์เซ็นต์เหล็กเสริม,  $\rho = \rho f'_c / f_y = 0.081 \times 280 / 4000 = 0.00567$

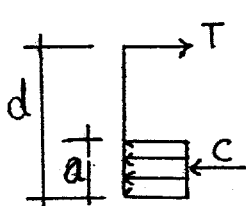
ปริมาณเหล็กเสริม  $A_{st} = 0.00567 \times 100 \times 12.5 = 7.091 \text{ cm}^2$

เลือกใช้  $\phi 12 \text{ mm}$ , พื้นที่เหล็กหนึ่งเส้น,  $A_{sd} = 1.13 \text{ cm}^2$

ระยะห่างของเหล็กเสริม,  $S_p = \frac{100 \times 1.13}{7.091} = 15.94 \text{ cm}$

ดังนั้น ใช้  $\phi 12 \text{ mm}$  @ 0.15 m. จะได้  $A_{st} = 7.53 \text{ cm}^2 = \frac{100 \times L^2}{15}$

ตรวจสอบค่าโมเมนต์ก้ม



$$a = \frac{7.53 \times 4000}{0.85 \times 280 \times 100} = 1.266 \text{ cm}$$

$$M_u = 0.9 \times 7.53 \times 4000 \times (12.5 - 1.266/2) \times 10^{-2} = 3218.33 \text{ kgm} > (M_u)_{act} \text{ ใช้ได้}$$

**3046.5**

ตรวจสอบอัตราส่วนปริมาณเหล็กเสริม

$$\rho = 7.53 / (100 \times 12.5) = 0.00603 < \rho_{max} = 0.0229$$

$$\rho_{min} = A_{st} / bh = 0.002 < \rho \text{ ใช้ได้ } \rho_{min} = \frac{14}{f_y}$$

ปริมาณเหล็กเสริมกันแตกกรัก

$$A_s^{tem} = 0.002 \times 100 \times 15 = 3.0 \text{ cm}^2 \quad \rho_{min} = \frac{14}{4000} = 0.0035$$

ใช้  $\phi 12 \text{ mm}$  @ 0.20 m. จะได้  $A_{st} = 3.76 > 3.0 \text{ cm}^2$ , ใช้ได้

$$S_p = 20 \text{ cm} \Rightarrow A_{st} = \frac{100 \times 1.13}{20} = 5.65 \text{ cm}^2$$

$$S_p = 25 \text{ cm} \Rightarrow A_{st} = \frac{100 \times 1.13}{25} = 4.52 \text{ cm}^2$$

คำนวณปริมาณเหล็กเสริมสำหรับโมเมนต์บวก,  $m^+ = 1958.5 \text{ kgm}$ .  
 แกะโมเมนต์ลบ,  $m^- = 1142.4 \text{ kgm}$  โดยใช้  $a = 1.266 \text{ cm}$  เว้นเสียจาก  
 สำหรับโมเมนต์บวก

$$A_{st}^+ = \frac{1958.5 \times 100}{0.9 \times 4000 (12.5 - 1.266/2)} = 4.58 \text{ cm}^2$$

ใช้  $\phi 12 \text{ mm } @ 0.24 \text{ m}$  ได้  $A_s = 4.71 \text{ cm}^2$

สำหรับโมเมนต์ลบ

$$A_{st}^- = \frac{1142.4 \times 100}{0.9 \times 4000 \times (12.5 - 1.266/2)} = 2.67 \text{ cm}^2$$

ใช้  $\phi 12 \text{ mm } @ 0.30 \text{ m}$  ได้  $A_s = 3.77 \text{ cm}^2$

$$p = \frac{100 \times 1.13}{A_{st}}$$

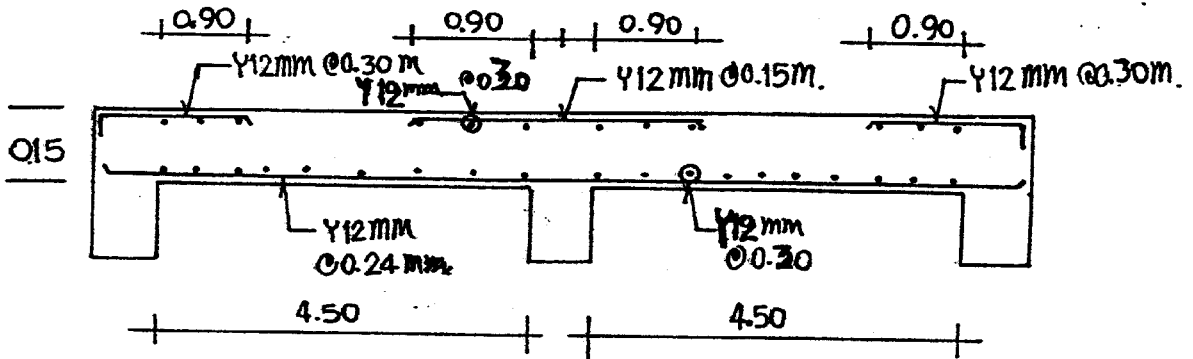
$$p = \frac{A_{sd} \times 100}{A_{st}}$$

ตรวจสอบปริมาณเหล็กเสริมต่ำสุด

$$p_{min} = A_s / bh > 0.002$$

$$= 3.77 / (100 \times 15) = 0.0025 > 0.002 \text{ ใช้ได้}$$

แสดงรายละเอียด



ตรวจหน่วยแรงเฉือน

หน่วยแรงเฉือนสูงสุด  $V_u = V_u / bd$

เมื่อ  $V_u = 1.15 WL/2 = 1.15 \times 1354 \times 4.5/2 = 3503 \text{ kg/m}$

$$\therefore V_u = 3503 / (100 \times 12.5) = 2.803 \text{ ksc}$$

$$V_{cu} = \phi (0.53 \sqrt{f_c'}) = 0.85 (0.53 \sqrt{280})$$

$$= 7.54 \text{ ksc} > V_u \text{ ใช้ได้ } \checkmark$$

$$h = \frac{\ln(0.8 + fy/14000)}{36 + 5\beta[\alpha_m - 0.12(1 + 1/\beta)]}$$

$$\cancel{\$} \frac{\ln(0.8 + fy/14000)}{36 + 9\beta}$$

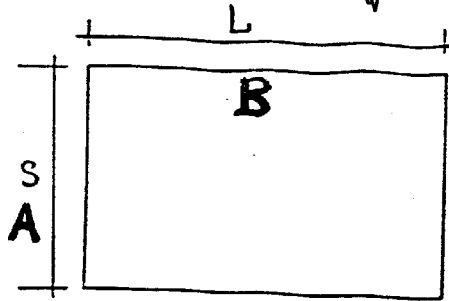
$$\cancel{\$} \frac{\ln(0.8 + fy/14000)}{36}$$

✓  
en  $\alpha_m < 2.0 \rightarrow h \geq 12.5 \text{ cm}$

$\alpha_m \geq 2.0 \rightarrow h \geq 9.0 \text{ cm}$

## 7.2 การออกแบบแผ่นพื้นสองทาง (Two-Way Slab)

แผ่นพื้นสองทาง คือ แผ่นพื้นที่มีอัตราส่วนความยาวของช่วงสั้นยาวต่อความยาวของช่วงสั้นไม่เกิน 2 หรือเป็นแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยที่ขอบรองรับตั้งฉากหรือทำแพง หรืออื่น ๆ รอบทั้งสี่ด้าน พิจารณารูปที่ 7.1



รูปที่ 7.1 แผ่นพื้นสองทาง

$$m = \frac{L}{S} < 2 \quad (7.3)$$

เมื่อ  $m =$  อัตราส่วนความยาวของช่วงสั้นยาวต่อความยาวของช่วงสั้น มีค่าไม่เกิน 2

$S =$  ความยาวของช่วงสั้น

$L =$  ความยาวของช่วงยาว

ก) ความหนาของแผ่นพื้นสองทาง

ความหนาต่ำสุด  $h = 8 \text{ cm.}$

หรือคำนวณจาก  $h = (L+S)/90 \geq 8 \text{ cm.} \quad (7.4)$

ข) การคำนวณค่าโมเมนต์ตัดประตัย

การคำนวณค่าโมเมนต์ตัดประตัยใช้วิธีที่ 3 ตามมาตรฐาน จส.ท.1001-16 ดังแสดงในตารางที่ 7.1 - 7.3 จะได้ค่าสัมประสิทธิ์สำหรับโมเมนต์ตัดประตัยทั้งค่าที่เป็นบวกและลบ ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$M_A = C_A W A^2 \quad (7.5a)$$

$$M_B = C_B W B^2 \quad (7.5b)$$

เมื่อ  $M_A =$  โมเมนต์ตัดประตัยของช่วงสั้น

$M_B =$  โมเมนต์ตัดประตัยของช่วงยาว

$C_A =$  สัมประสิทธิ์โมเมนต์ตัดของช่วงสั้น

$C_B =$  สัมประสิทธิ์โมเมนต์ตัดของช่วงยาว

A = S คือช่วงต้นสั้น

B = L คือช่วงต้นยาว

ค) การจัดเหล็กเสริม

ระยะห่างของเหล็กเสริม,  $s_p$  ไม่มากกว่า 3 เท่าตามหนาแผ่นพื้น (b) หรือ  $s_p$  ไม่มากกว่า 30 cm.

อัตราส่วนปริมาณเหล็กเสริมต่ำสุด พิจารณาดังนี้

สำหรับเหล็กเส้นกลมผิวเรียบ  $\rho_{min} = A_{st}/bh = 0.0025$  (7.6)

สำหรับเหล็กเส้นกลมข้อต่อ

เมื่อ  $f_y < 4200$  ksc,  $\rho_{min} = A_{st}/bh = 0.002$  (7.7a)

หรือ เมื่อ  $f_y \geq 4200$  ksc,  $\rho_{min} = A_{st}/bh = 0.0018$  (7.7b)

ง) แรงเฉือนและหน่วยแรงเฉือนประลัย

แรงเฉือนคำนวณได้โดยใช้สัมประสิทธิ์ตามตารางที่ 7.4 ซึ่งได้หน่วยน้ำหนักที่ถ่ายลงบนที่รองรับ และหน่วยแรงเฉือนในแผ่นพื้นคำนวณสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$(V_u)_B = w_A W \cdot A / 2 \quad (7.8a)$$

$$(V_u)_A = w_B W \cdot B / 2 \quad (7.8b)$$

$$V_u \leq V_{cu} = \phi (0.53 \sqrt{f_c'}) \quad (7.8c)$$

$$W_A = (V_u)_A \geq W_A / 3 \quad (7.8d)$$

$$W_B = (V_u)_B \quad (7.8e)$$

เมื่อ  $(V_u)_A =$  แรงเฉือนในแผ่นพื้นของช่วงต้นสั้น

$(V_u)_B =$  แรงเฉือนในแผ่นพื้นของช่วงต้นยาว

$V_{cu} =$  หน่วยแรงเฉือนสูงสุด

$w_A, w_B =$  สัมประสิทธิ์แรงเฉือนในแผ่นพื้นต้นสั้นและยาว ตามลำดับ

$W_B =$  น้ำหนักที่ถ่ายลงบนที่รองรับต้นยาว

$W_A =$  น้ำหนักที่ถ่ายลงบนที่รองรับต้นสั้น ต้องไม่น้อย

กว่า  $W_A / 3$

$W =$  น้ำหนักบรรทุกรวม ที่แผ่กระจายเต็มพื้นที่










## ตารางที่ 7.1 วิธีที่ 3

## สัมประสิทธิ์สำหรับโมเมนต์ดัดในแผ่นพื้น

$$M_{A \text{ neg}} = C_{A \text{ neg}} \times w \times A^2$$

$$M_{B \text{ neg}} = C_{B \text{ neg}} \times w \times B^2$$

$w$  = น้ำหนักกระจายของน้ำหนัก  
คงที่บวกกับน้ำหนักจร

อัตราส่วน $m = \frac{A}{B}$	กรณีที่ 1 	กรณีที่ 2 	กรณีที่ 3 	กรณีที่ 4 	กรณีที่ 5 	กรณีที่ 6 	กรณีที่ 7 	กรณีที่ 8 	กรณีที่ 9 
1.00	$C_{A \text{ neg}}$ $C_{B \text{ neg}}$	0.045 0.045	0.076 0.050	0.050 0.075	0.071 0.071	0.033 0.061	0.061 0.033	0.061 0.033	
0.95	$C_{A \text{ neg}}$ $C_{B \text{ neg}}$	0.050 0.041	0.072 0.045	0.055 0.079	0.075 0.075	0.038 0.056	0.065 0.029	0.029 0.065	
0.90	$C_{A \text{ neg}}$ $C_{B \text{ neg}}$	0.055 0.037	0.070 0.040	0.060 0.080	0.079 0.079	0.043 0.062	0.068 0.025	0.025 0.068	
0.85	$C_{A \text{ neg}}$ $C_{B \text{ neg}}$	0.060 0.031	0.065 0.034	0.066 0.082	0.083 0.083	0.049 0.057	0.072 0.021	0.021 0.072	
0.80	$C_{A \text{ neg}}$ $C_{B \text{ neg}}$	0.065 0.027	0.061 0.029	0.071 0.083	0.086 0.086	0.055 0.051	0.075 0.017	0.017 0.075	
0.75	$C_{A \text{ neg}}$ $C_{B \text{ neg}}$	0.069 0.022	0.056 0.024	0.076 0.085	0.088 0.088	0.061 0.044	0.078 0.014	0.014 0.078	
0.70	$C_{A \text{ neg}}$ $C_{B \text{ neg}}$	0.074 0.017	0.050 0.019	0.081 0.086	0.091 0.091	0.068 0.038	0.081 0.011	0.011 0.081	
0.65	$C_{A \text{ neg}}$ $C_{B \text{ neg}}$	0.077 0.014	0.043 0.015	0.085 0.087	0.093 0.093	0.074 0.031	0.083 0.008	0.008 0.083	
0.60	$C_{A \text{ neg}}$ $C_{B \text{ neg}}$	0.081 0.010	0.035 0.011	0.089 0.088	0.095 0.095	0.080 0.024	0.085 0.006	0.006 0.085	
0.55	$C_{A \text{ neg}}$ $C_{B \text{ neg}}$	0.084 0.007	0.028 0.008	0.092 0.089	0.096 0.096	0.085 0.019	0.086 0.005	0.005 0.086	
0.50	$C_{A \text{ neg}}$ $C_{B \text{ neg}}$	0.086 0.006	0.022 0.006	0.094 0.090	0.097 0.097	0.089 0.014	0.088 0.003	0.003 0.088	

\* ขอบที่มีเส้นแรเงา แสดงว่าที่รองรับของแผ่นพื้นด้านนั้นมีการต่อเนื่อง หรือติดตาย และขอบที่ไม่มีเส้นแรเงา แสดงว่าที่รองรับด้านนั้นมีความต้านทานแรงบิดน้อยมาก



ตารางที่ 7.2 วิธีที่ 3










สัมประสิทธิ์สำหรับโมเมนต์บวกในแผ่นพื้น  
คิดเฉพาะน้ำหนักบรรทุกคงที่เท่านั้น\*

$$M_{A \text{ pos DL}} = C_{A \text{ DL}} \cdot w \cdot A^2$$

$w$  = น้ำหนักคงที่แผ่กระจาย

$$M_{B \text{ pos DL}} = C_{B \text{ DL}} \cdot w \cdot B^2$$

ทั้งหมด

อัตราส่วน $m = \frac{A}{B}$	กรณีที่ 1 	กรณีที่ 2 	กรณีที่ 3 	กรณีที่ 4 	กรณีที่ 5 	กรณีที่ 6 	กรณีที่ 7 	กรณีที่ 8 	กรณีที่ 9 	
1.00	$C_{A \text{ DL}}$ $C_{B \text{ DL}}$	0.036 0.036	0.018 0.018	0.018 0.027	0.027 0.027	0.027 0.018	0.033 0.027	0.027 0.033	0.020 0.023	0.023 0.020
0.95	$C_{A \text{ DL}}$ $C_{B \text{ DL}}$	0.040 0.033	0.020 0.016	0.021 0.025	0.030 0.024	0.028 0.015	0.036 0.024	0.031 0.031	0.022 0.021	0.024 0.017
0.90	$C_{A \text{ DL}}$ $C_{B \text{ DL}}$	0.045 0.029	0.022 0.014	0.025 0.024	0.033 0.022	0.029 0.013	0.039 0.021	0.035 0.028	0.025 0.019	0.026 0.015
0.85	$C_{A \text{ DL}}$ $C_{B \text{ DL}}$	0.050 0.026	0.024 0.012	0.029 0.022	0.036 0.019	0.031 0.011	0.042 0.017	0.040 0.025	0.029 0.017	0.028 0.013
0.80	$C_{A \text{ DL}}$ $C_{B \text{ DL}}$	0.056 0.023	0.026 0.011	0.034 0.020	0.039 0.016	0.032 0.009	0.045 0.015	0.045 0.022	0.032 0.015	0.029 0.010
0.75	$C_{A \text{ DL}}$ $C_{B \text{ DL}}$	0.061 0.019	0.028 0.009	0.040 0.018	0.043 0.013	0.033 0.007	0.048 0.012	0.051 0.020	0.036 0.013	0.031 0.007
0.70	$C_{A \text{ DL}}$ $C_{B \text{ DL}}$	0.068 0.016	0.030 0.007	0.046 0.016	0.046 0.011	0.035 0.005	0.051 0.009	0.058 0.017	0.040 0.011	0.033 0.006
0.65	$C_{A \text{ DL}}$ $C_{B \text{ DL}}$	0.074 0.013	0.032 0.006	0.054 0.014	0.050 0.009	0.036 0.004	0.054 0.007	0.065 0.014	0.044 0.009	0.034 0.005
0.60	$C_{A \text{ DL}}$ $C_{B \text{ DL}}$	0.081 0.010	0.034 0.004	0.062 0.011	0.053 0.007	0.037 0.003	0.056 0.006	0.073 0.012	0.048 0.007	0.036 0.004
0.55	$C_{A \text{ DL}}$ $C_{B \text{ DL}}$	0.088 0.008	0.035 0.003	0.071 0.009	0.056 0.005	0.038 0.002	0.058 0.004	0.081 0.009	0.052 0.005	0.037 0.003
0.50	$C_{A \text{ DL}}$ $C_{B \text{ DL}}$	0.095 0.006	0.037 0.002	0.080 0.007	0.059 0.004	0.039 0.001	0.061 0.003	0.089 0.007	0.056 0.004	0.038 0.002

\* ขอบที่มีเส้นแรเงา แสดงว่าที่รองรับของแผ่นพื้นด้านนั้นมีการต่อเนื่อง หรือติดตาย และขอบที่ไม่มีเส้นแรเงา แสดงว่าที่รองรับด้านนั้นมีความต้านทานแรงบิดน้อยมาก

ตารางที่ 7.3 วิธีที่ 3










สัมประสิทธิ์สำหรับโมเมนต์บวกในแผ่นพื้น  
คิดเฉพาะน้ำหนักบรรทุกจรเท่านั้น

โดยที่

$$M_{A \text{ pos LL}} = C_{A \text{ LL}} w_x A^2$$

$$M_{B \text{ pos LL}} = C_{B \text{ LL}} w_x B^2$$










$w =$  น้ำหนักบรรทุกที่กระจายทั้งหมด

อัตราส่วน $m = \frac{A}{B}$		กรณีที่ 1 	กรณีที่ 2 	กรณีที่ 3 	กรณีที่ 4 	กรณีที่ 5 	กรณีที่ 6 	กรณีที่ 7 	กรณีที่ 8 	กรณีที่ 9 
1.00	$C_{A \text{ LL}}$	0.036	0.027	0.027	0.032	0.032	0.035	0.032	0.028	0.030
	$C_{B \text{ LL}}$	0.036	0.027	0.032	0.032	0.027	0.032	0.035	0.030	0.028
0.95	$C_{A \text{ LL}}$	0.040	0.030	0.031	0.035	0.034	0.038	0.036	0.031	0.032
	$C_{B \text{ LL}}$	0.033	0.025	0.029	0.029	0.024	0.029	0.032	0.027	0.025
0.90	$C_{A \text{ LL}}$	0.045	0.034	0.035	0.039	0.037	0.042	0.040	0.035	0.036
	$C_{B \text{ LL}}$	0.029	0.022	0.027	0.026	0.021	0.025	0.029	0.024	0.022
0.85	$C_{A \text{ LL}}$	0.050	0.037	0.040	0.043	0.041	0.046	0.045	0.040	0.039
	$C_{B \text{ LL}}$	0.026	0.019	0.024	0.023	0.019	0.022	0.026	0.022	0.020
0.80	$C_{A \text{ LL}}$	0.058	0.041	0.045	0.048	0.044	0.051	0.051	0.044	0.042
	$C_{B \text{ LL}}$	0.023	0.017	0.022	0.020	0.016	0.019	0.023	0.019	0.017
0.75	$C_{A \text{ LL}}$	0.061	0.045	0.051	0.052	0.047	0.055	0.056	0.049	0.046
	$C_{B \text{ LL}}$	0.019	0.014	0.019	0.016	0.013	0.016	0.020	0.016	0.013
0.70	$C_{A \text{ LL}}$	0.068	0.049	0.057	0.057	0.051	0.060	0.063	0.054	0.050
	$C_{B \text{ LL}}$	0.016	0.012	0.016	0.014	0.011	0.013	0.017	0.014	0.011
0.65	$C_{A \text{ LL}}$	0.074	0.053	0.064	0.062	0.055	0.064	0.070	0.059	0.054
	$C_{B \text{ LL}}$	0.013	0.010	0.014	0.011	0.009	0.010	0.014	0.011	0.009
0.60	$C_{A \text{ LL}}$	0.081	0.058	0.071	0.067	0.059	0.068	0.077	0.065	0.059
	$C_{B \text{ LL}}$	0.010	0.007	0.011	0.009	0.007	0.008	0.011	0.009	0.007
0.55	$C_{A \text{ LL}}$	0.088	0.062	0.080	0.072	0.063	0.073	0.085	0.070	0.063
	$C_{B \text{ LL}}$	0.008	0.006	0.009	0.007	0.005	0.006	0.009	0.007	0.006
0.50	$C_{A \text{ LL}}$	0.095	0.066	0.088	0.077	0.067	0.078	0.092	0.076	0.067
	$C_{B \text{ LL}}$	0.006	0.004	0.007	0.005	0.004	0.005	0.007	0.005	0.004

• ขอบที่มีเส้นแรเงา แสดงว่าที่รองรับของแผ่นพื้นด้านนั้นมีการต่อเนื่อง และขอบที่ไม่มีเส้นแรเงา แสดงว่าที่รองรับด้านนั้นมีความต้านทานแรงบิดน้อยมาก

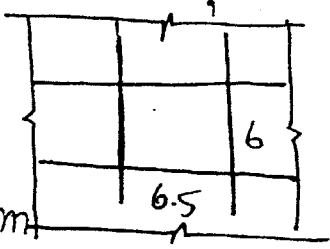
ตารางที่ 7.4 วิธีที่ 3

อัตราส่วนระหว่างน้ำหนักบรรทุก  $w$  ในทิศทาง A และ B สำหรับ  
คิดแรงเฉือนในแผ่นพื้น และน้ำหนักบรรทุกที่ลงบนที่รองรับ\*

อัตราส่วน $m = \frac{A}{B}$		กรณีที่ 1 	กรณีที่ 2 	กรณีที่ 3 	กรณีที่ 4 	กรณีที่ 5 	กรณีที่ 6 	กรณีที่ 7 	กรณีที่ 8 	กรณีที่ 9 
1.00	$W_A$	0.50	0.50	0.17	0.50	0.83	0.71	0.29	0.33	0.67
	$W_B$	0.50	0.50	0.83	0.50	0.17	0.29	0.71	0.67	0.33
0.95	$W_A$	0.55	0.55	0.20	0.55	0.86	0.75	0.33	0.38	0.71
	$W_B$	0.45	0.45	0.80	0.45	0.14	0.25	0.67	0.62	0.29
0.90	$W_A$	0.60	0.60	0.23	0.60	0.88	0.79	0.38	0.43	0.75
	$W_B$	0.40	0.40	0.77	0.40	0.12	0.21	0.62	0.57	0.25
0.85	$W_A$	0.66	0.66	0.28	0.66	0.90	0.83	0.43	0.49	0.79
	$W_B$	0.34	0.34	0.72	0.34	0.10	0.17	0.57	0.51	0.21
0.80	$W_A$	0.71	0.71	0.33	0.71	0.92	0.86	0.49	0.55	0.83
	$W_B$	0.29	0.29	0.67	0.29	0.08	0.14	0.51	0.45	0.17
0.75	$W_A$	0.76	0.76	0.39	0.76	0.94	0.88	0.56	0.61	0.86
	$W_B$	0.24	0.24	0.61	0.24	0.06	0.12	0.44	0.39	0.14
0.70	$W_A$	0.81	0.81	0.45	0.81	0.95	0.91	0.52	0.68	0.89
	$W_B$	0.19	0.19	0.55	0.19	0.05	0.09	0.38	0.32	0.11
0.65	$W_A$	0.85	0.85	0.53	0.85	0.96	0.93	0.69	0.74	0.92
	$W_B$	0.15	0.15	0.47	0.15	0.04	0.07	0.31	0.26	0.08
0.60	$W_A$	0.89	0.89	0.61	0.89	0.97	0.95	0.76	0.80	0.94
	$W_B$	0.11	0.11	0.39	0.11	0.03	0.05	0.24	0.20	0.06
0.55	$W_A$	0.92	0.92	0.69	0.92	0.98	0.96	0.81	0.85	0.95
	$W_B$	0.08	0.08	0.31	0.08	0.02	0.04	0.19	0.15	0.05
0.50	$W_A$	0.94	0.94	0.76	0.94	0.99	0.97	0.86	0.89	0.97
	$W_B$	0.06	0.06	0.24	0.06	0.01	0.03	0.14	0.11	0.03

\* ขอบที่มีเส้นแรเงา แสดงว่าที่รองรับของแผ่นพื้นด้านนั้นมีการค้ำเนื่อง หรือค้ำตาย และขอบที่ไม่มีเส้นแรเงา แสดงว่าที่รองรับด้านนั้นมีความต้านทานแรงบิดน้อยมาก

ตอนที่ 7.3 ออกแบบแผ่นพื้นสองทาง ขนาด 6.00 x 6.50 m. (ช่องว่างระหว่างคานารวมรับ) ขอบทั้งสี่ด้าน  
 ทรงแผ่นพื้นต้องเหมือนกับพื้นทางเดียว กำหนดน้ำหนักบรรทุกจร 1093 kg/m<sup>2</sup>, f<sub>c</sub>' = 280 kg/cm<sup>2</sup>  
 และ f<sub>y</sub> = 3000 kg/cm<sup>2</sup>



$d = h - 3 \text{ cm}$

วิธีทำ ความหนาแผ่นพื้น

$h \geq 8 \text{ cm}$

$h \geq \frac{1}{130} (2 \times 6 + 2 \times 6.5) = 0.139 \text{ m} = (6 + 6.5) / 90$

ค่าสมมติ ความหนา  $h = 15 \text{ cm}$ ;  $d = 15 - 2.5 = 12.5 \text{ cm}$

$DL = 0.15 \times 2400 = 360 \text{ kg/m}^2$

น้ำหนักประคัลย  $U = 1.4 \times 360 + 1.7 \times 1093$

$= 504 + 1858.1 = 2362.1 \text{ kg/m}^2$

โมเมนต์ดัด

ค่าสัมประสิทธิ์ของโมเมนต์ดัดดูได้จากตารางที่ 7.1-7.3

A คือ ความยาวด้านสั้น = 6.00 m

B คือ ความยาวด้านยาว = 6.50 m

$m = \frac{A}{B} = \frac{6.0}{6.5} = 0.92 \approx 0.9$

ต.ร. 7.1  $\bar{m}_A = 0.055 \times 2362 \times 6^2 = 4677 \text{ kg-m} \leftarrow$

$+ \bar{m}_{ADL} = 0.022 \times 504 \times 6.0^2 = 399 \leftarrow \text{7.2}$

$+ \bar{m}_{ALL} = 0.034 \times 1858 \times 6.0^2 = 2274 \leftarrow \text{7.3}$

$+ \bar{m} = \frac{2673}{\text{''}} \leftarrow 399 + 2274$

7.1  $\bar{m}_B = 0.037 \times 2362 \times 6.5^2 = 3692 \text{ ''} \leftarrow \text{7.1}$

$+ \bar{m}_{BDL} = 0.014 \times 504 \times 6.5^2 = 296 \leftarrow \text{7.2}$

$+ \bar{m}_{BLL} = 0.022 \times 1858 \times 6.5^2 = 1727 \leftarrow \text{7.3}$

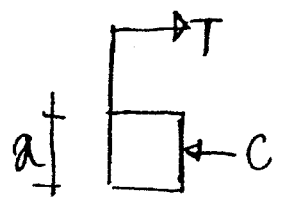
$$+m_B = 298 + 1727 = \underline{\underline{2025}} \text{ kg-m}$$

กำหนดปริมาณเหล็กเสริม

ที่  $-m_A = 4677 \text{ kg-m}$

เลือกใช้เหล็ก Y16 mm @ 0.14 m  $\Rightarrow A_s = 14.36 \text{ cm}^2/\text{m}$

$$\left\{ \frac{100}{14} \times \frac{\pi}{4} (1.6)^2 = 14.36 \right\}$$



$$a = \frac{A_{st} f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{1436 \times 3000}{0.85 \times 280 \times 100} = 181 \text{ cm}$$

$$m_u = \phi A_{st} f_y (d - a/2)$$

$$= 0.9 \times 1436 \times 3000 (12.5 - \frac{181}{2}) \times 10^{-2}$$

$$= 4,495 \text{ kg-m N.G.}$$

เลือกใช้ Y 16 mm @ 0.13 m  $\Rightarrow A_s = 15.461 \text{ cm}^2/\text{m}$   $\Leftarrow \frac{100 \times 2.01}{13} = 15.46 \text{ cm}^2$

$$a = \frac{15.461 \times 3000}{0.85 \times 280 \times 100} = 1.95 \text{ cm}$$

$m_u = 4811 \text{ kg-m}$  @ 16 Y 16 mm @ 0.13 m.  $\checkmark > 4677 \text{ kg-m}$

เลือกใช้ Y 16 mm @ 0.135 m  $\Rightarrow A_s = 14.89 \text{ cm}^2/\text{m}$

$a = 1.88$

$m_u = 4647.5 \text{ kg-m} < 4677 \text{ kg-m}$

ที่  $+m_A = 2673 \text{ kg-m}$

เลือกใช้ Y 16 mm @ 0.26 m  $\Rightarrow A_s = 7.73 \text{ cm}^2 = \frac{100 \times 2.01}{26}$

$a = 0.975 \text{ cm}$

$m_u = 2507 \text{ kg-m} < 2627 \text{ kg-m}$ ; N.G!

เลือกใช้ Y 16 mm @ 0.24 m  $\Rightarrow A_s = 8.38 \text{ cm}^2/\text{m} \Leftarrow$

$a = 1.056$

$m_u = 2707 \text{ kg-m}$  @ 16 Y 16 mm @ 0.24 m  $\checkmark$   
 $> 2673 \text{ kg-m}$

ก. คานแรก  
 $m_B = 3692 \text{ kg-m}$

คานใต้ Y16 mm @ 0.15 m  $\Rightarrow A_s = 13.40 \text{ cm}^2/\text{m}$   
 $d = 1.69 \text{ cm}$

$m_U = 4217 \text{ kg-m}$  คานใต้ Y16 mm @ 0.15 m.

กข.  $m_B = 2025 \text{ kg-m}$

คานใต้ Y16 mm @ 0.30 m  $\Rightarrow A_s = 6.7 \text{ cm}^2/\text{m}$

$d = 0.845 \text{ cm}$

$m_U = 2,184 \text{ kg-m}$  คานใต้ Y16 mm @ 0.30 m

บริเวณเหล็กต่ำสุด (Min Temperature Steel)

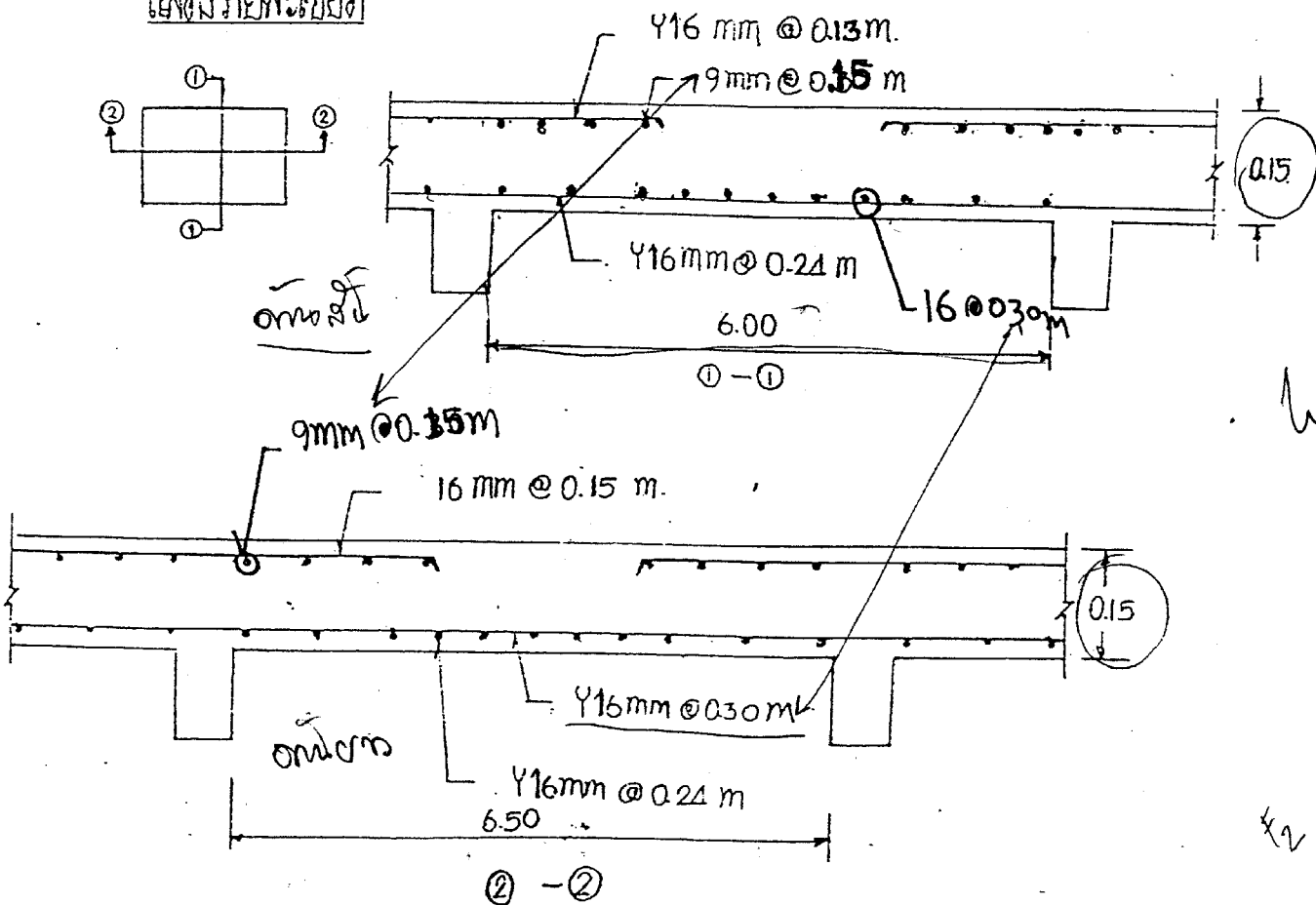
$$\frac{A_s}{bh} > 0.0020$$

$$A_{st}^{tem} = 0.0025 \times 100 \times 15 = 3.75$$

$$s_p = \frac{100 \times 0.636}{3.75} = 16.96 \text{ cm}$$

$$\frac{6.7}{100 \times 15} = 0.0045 > 0.0020 \quad \text{OK}$$

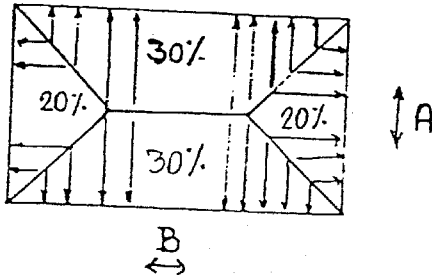
แสดงรายละเอียด



หน่วยแรงเฉือน เกิดขึ้นโดยรอบ ( $m = 0.90$ ) (ตารางที่ 7.4)

$w_A = 0.6 \Rightarrow 60\%$  ของน้ำหนักคอนกรีตบนแผ่นพื้นถ่ายลงบนคานรอบ (ในทิศทาง A)

$w_B = 0.4 \Rightarrow 40\%$  ของน้ำหนักคอนกรีตบนแผ่นพื้นถ่ายลงบนคานสั้น  
ที่รอบๆ เสา



$w_A$  ค.ถ่ายให้ B  
 $w_B$  ค.ถ่ายให้ A

$$\begin{aligned} \text{แรงเฉือนบนคานรอบ} &= \frac{0.6 (2362 \times 6 \times 6.5)}{2(6.5)} = w_A \cdot W \cdot \frac{A}{2} \\ &= 0.6 \times 2362 \times \frac{6}{2} = 4252 \text{ kg/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แรงเฉือนบนคานสั้น} &= 0.4 \times 2362 \times \frac{6.5}{2} = 3070.6 \text{ kg/m} = w_B \cdot W \cdot \frac{B}{2} \end{aligned}$$

$$v_u = \frac{V_u}{bd}$$

$$v_u = \frac{V_u}{bd}$$

$$= \frac{4,252}{100 \times 12.5} = 3.41 \text{ kg/cm}^2$$

$$\begin{aligned} (V_{c1c}) \quad v_{all} &= \frac{0.53 \phi \sqrt{f'_c}}{0.53 \times 0.85 \sqrt{280}} = 7.51 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$v_u < v_{all} \quad \text{OK}$$

คานสั้นที่ถ่ายจากพื้นที่คาน

สำหรับคานสั้น ต้องตรวจคานยาว นนที่ถ่ายลงคานสั้น ค.ต้องไม่น้อยกว่า  $\frac{W \cdot A}{3}$

$$\frac{W \cdot A}{3} = \frac{2362 \times 6.0}{3} = 4724 \text{ kg/m}$$

$$4724 > 3071 \quad \therefore \underline{\underline{4724}} \text{ controls (ไม่ต้อง Check Shear)}$$



ข้อยกที่ 7.4

จงออกแบบแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็ก ซึ่งมีคานที่ขึงเชื่อมต่อกันสองด้านตรงกัน แผ่นพื้นนี้ กว้าง 4.00 ม. ยาว 5.00 ม. รับน้ำหนักบรรทุกจร 300 kg/m<sup>2</sup> กำหนดให้ f<sub>c</sub> = 210 ksc

f<sub>y</sub> = 3000 ksc

Sol ออกแบบตามหนา

h ≥ 8 ซม. : สุ่มที่ คานกว้าง 20 ซม.

h ≥  $\frac{(2 \times 5 + 2 \times 4) \times 100}{180} = 10 \text{ ซม.}$       $\frac{4.8 + 3.8}{90} = 0.095 \text{ ม.}$

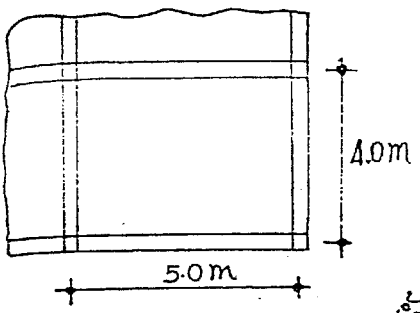
ดังนั้น ได้ตามหนาของแผ่นพื้น = 10 ซม.

ระยะคานลึกหรือลึกคาน d = 7.5 ซม.

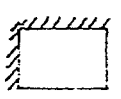
DL = 0.10 × 2400 = 240 kg/m<sup>2</sup>

น้ำหนักประจิม U = 1.4 × 240 + 1.7 × 300

= 336 + 510 = 846 kg/m<sup>2</sup>



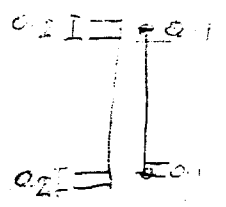
โมเมนต์คาน



กรณีที่ 4 ; สุ่มที่ให้คานที่รองรับพื้น มีคานกว้าง 20 ซม.

คานยาวคานสั้น A = 4 - 0.2 = 3.80 ม.

คานยาวคานยาว B = 5 - 0.2 = 4.80 ม.



m =  $\frac{A}{B} = \frac{3.80}{4.80} = 0.792 \approx 0.80$

จากตาราง  $\bar{C}_A = 0.071$  ;  $\bar{C}_A(DL) = 0.040$  ;  $\bar{C}_A(LL) = 0.049$

$\bar{C}_B = 0.029$  ;  $\bar{C}_B(DL) = 0.015$  ;  $\bar{C}_B(LL) = 0.019$

น้ำหนัก

$M_A = C_A \cdot w \cdot A^2$

$M_A = 0.072 \times 846 \times 3.80^2 = 879.57 \text{ kg-m/m}$

$M_A(DL) = 0.040 \times 336 \times 3.80^2 = 194.07 \text{ ''}$

$M_A(LL) = 0.049 \times 510 \times 3.80^2 = 360.86 \text{ ''}$

$\Rightarrow M_A = 194.07 + 360.86 = 554.86 \text{ ''}$



ช่วงแรก

$$m_B = C_o w B^2$$

$$\bar{m}_B = 0.028 \times 846 \times 4.8^2 = 545.77 \text{ kg-m/m}$$

$$^+ m_{B(DL)} = 0.015 \times 336 \times 4.8^2 = 116.12 \text{ '}$$

$$^+ m_{B(LL)} = 0.019 \times 510 \times 4.8^2 = 223.26 \text{ '}$$

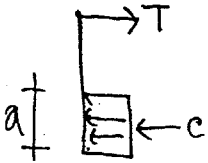
$$^+ \bar{m}_B = 116.12 + 223.26 = 339.38 \text{ '}$$

ท่บริเวณเหล็กเสริม

ช่วงสั้น;  $\bar{m}_A = 879.57 \text{ kg-m/m}$

$$\frac{0.785}{0.17} = 4.62 \text{ cm}^2$$

เลือกใช้  $\gamma 10 \text{ mm} @ 0.17 \text{ m} \Rightarrow A_s = 4.62 \text{ cm}^2 \{ 0.785 \text{ cm}^2/\text{bar} \}$



$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f_c b} = \frac{4.62 \times 3000}{0.85 \times 210 \times 100} = 0.776 \text{ cm}$$

$$m_u = \phi A_s f_y (d - a/2)$$

$$= 0.9 \times 4.62 \times 3000 (7.5 - 0.776/2) = 88,662.9 \text{ kg-cm}$$

$$m_u = 886.7 \text{ kg-m/m}$$

เลือกใช้  $\gamma 10 \text{ mm} @ 0.17 \text{ m} \quad \ast$

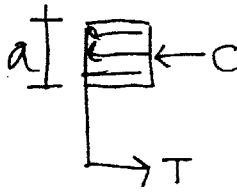
$$\Rightarrow ^+ \bar{m}_A = 516.685 \text{ kg-m/m}$$

เลือกใช้  $\gamma 10 \text{ mm} @ 0.275 \text{ m} \Rightarrow A_s = 2.85 \text{ cm}^2$

$$a = 0.479$$

$$m_u = 558.695 \text{ kg-m/m} > \bar{m}_A$$

เลือกใช้  $\gamma 10 \text{ mm} @ 0.275 \text{ m} \quad \ast$



ช่วงแรก;  $\bar{m}_B = 545.77 \text{ kg-m/m}$

เลือกใช้  $\gamma 10 \text{ mm} @ 0.28 \text{ m}$

$$m_u = 550.177 \text{ kg-m/m}$$

เลือกใช้  $\gamma 10 \text{ mm} @ 0.28 \text{ m} \quad \ast$

$\Rightarrow M_B = 339.38 \text{ kg-m/m}$

คยได้  $\gamma 10 \text{ mm} @ 0.30 \text{ m} \Rightarrow A_s = 2.62 \text{ cm}^2$

$a = 0.11 \text{ cm.}$

$M_U = 515 \text{ kg-m/m} > M_B$

$\gamma 10 \text{ mm} @ 0.30 \text{ m} \times$

ปริมาณเหล็กค้ำ (Min Temperature Steel)

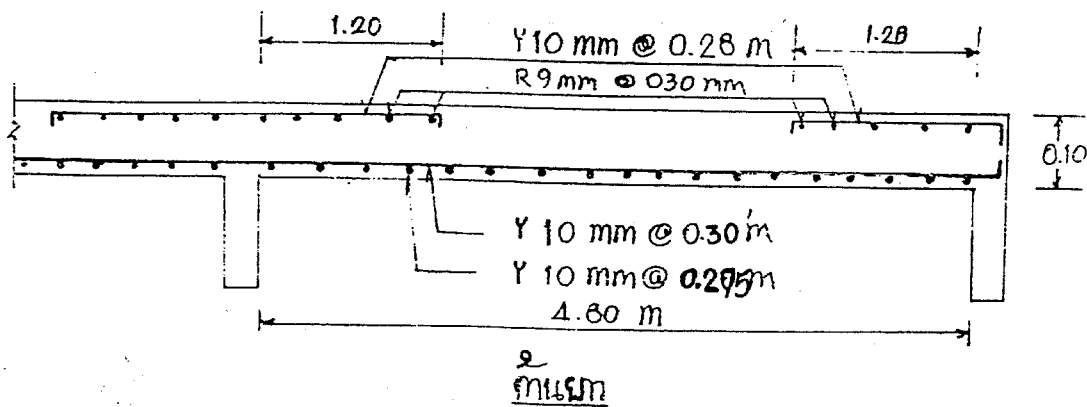
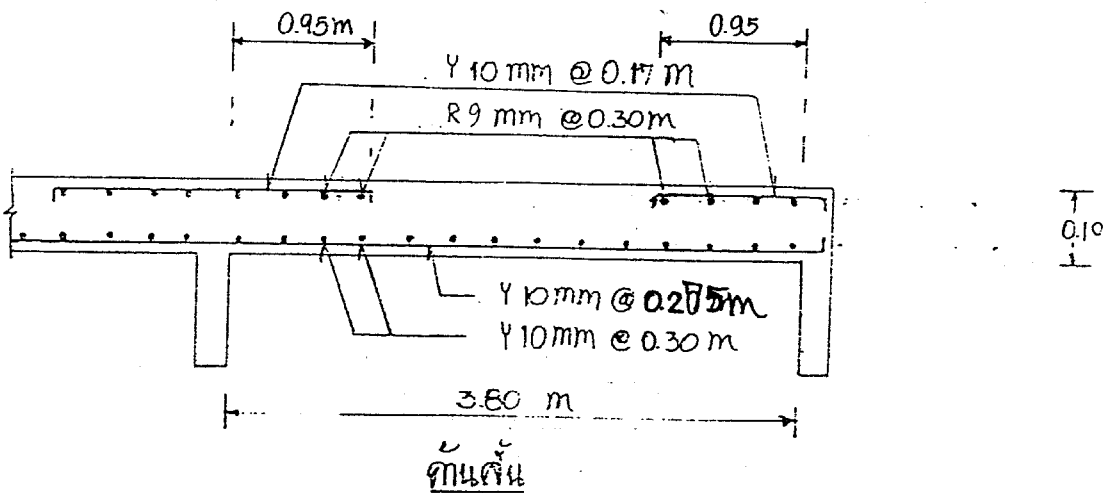
$\frac{A_s}{bh} \geq 0.002$

bh

$\frac{2.62}{100 \times 10} = 0.00262 > 0.002$   $\gamma 10 \text{ mm}$

100x10

แผ่นวางค้ำ: ใช้ขนาด



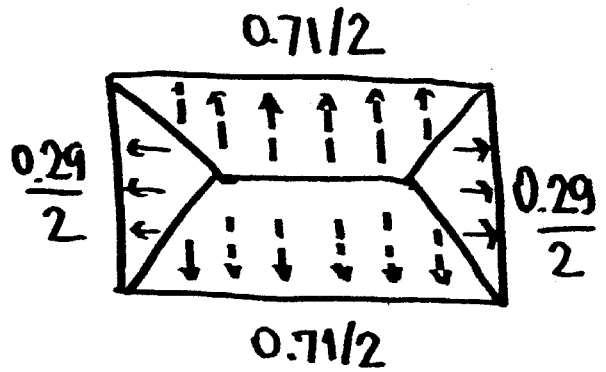
\*

\*

พแบบผนังค: น.นที่ตยคงค้กรขรับ ✓

$$m \approx 0.8 \quad \omega_A = 0.71$$

$$\omega_B = 0.29$$



$$V_{U,B} = \omega_A W \cdot \frac{A}{2}$$

$$= \frac{0.71}{2} \times 846 \times 3.8 = 1141.25 \text{ kg/m}$$

$$V_{U,A} = \omega_B W \cdot \frac{B}{2}$$

$$= \frac{0.29}{2} \times 846 \times 4.8 = 588.81 \text{ kg/m}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{cu} &= \phi 0.53 \sqrt{f_c'} = 0.85 \times 0.53 \sqrt{210} \\ &= 6.52 \text{ ksc} \end{aligned}$$

$$\sigma_{U,B} = \frac{1141.25}{100 \times 7.5} = 1.52 \text{ ksc} < \sigma_{cu} \text{ OK.}$$

$$\Rightarrow \frac{WA}{3} = \frac{846 \times 3.8}{3} = 1071.6 \text{ kg/m}$$

∴ น.น ขรทุกที่ตยคงค้กรขรับคือ

- ตานสน = 1071.6 kg/m

- ตานม = 1141.25

\*-----\*

8

# การออกแบบบันได Stairs Design

## 8.1 กลางนำ

บันได เป็นระบบโครงสร้างส่วนหนึ่งที่สำคัญ โดยมีวัตถุประสงค์  
ใช้ติดต่อชั้นตึกหรือระหว่างชั้นบนกับชั้นล่าง หรือสัมพันธ์ในส่วนที่ต่างระดับ  
กันและต้องมีฟังก์ชันการใช้งานที่เหมาะสม ซึ่งจะมีแนวราบที่กว้างพอดี เรียกว่า  
ลูกนอน (Going) และ มีความสูง เรียกว่า ลูกตั้ง (rise) ทั้งลูกตั้งและลูกนอน  
มารวมกันเป็นจุมุกบันได (Nosing) และเป็นขั้นๆ (Step)

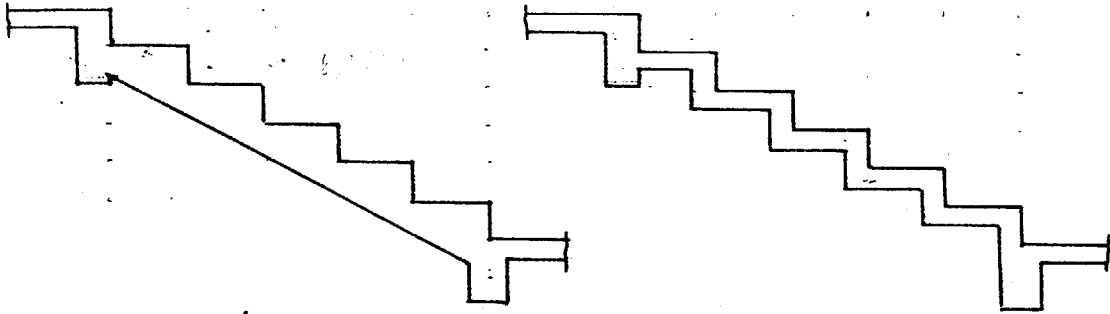
ตามพระราชบัญญัติควบคุมอาคารได้กำหนดให้อาคารบางประเภทต้องมี  
บันไดไว้ใช้เพื่อหนีไฟ นอกจากนี้เป็นส่วนที่จำเป็นสำหรับงานตามปกติ ดังนั้นทุก  
อาคารที่ออกแบบโดยผู้ออกแบบต้องคำนึงความสอดคล้องในการใช้งานตามปกติ  
ด้วย และคำนึงความเหมาะสมสัมพันธ์กับอาคารนั้น

จากที่กล่าวข้างต้นว่าบันได (Stairs) เป็นระบบโครงสร้างส่วนหนึ่ง นั่น  
คือ ทุ่หน้ที่สัมผัสกับแผ่นพื้น เพียงแต่บันไดมีความลาดเอียง (Slope)  
และขั้นบันได ดังนั้นออกแบบบันไดอาจมีข้อแตกต่างกับการออกแบบพื้น  
เป็นเพราะความลาดเอียงทำให้มีแรงตามแนวแกนด้วย แต่โดยทั่วไปจะจัดชั้น  
ตอมบ่งส่วนออกไปจึงทำกรออกแบบโดยง่ายตามนี้ก็กล่าวต่อไป หาก  
ดูที่การวิเคราะห์โครงสร้างอย่างละเอียดก็สามารถทำได้ ซึ่งอาจมีแรงต่างๆ  
ที่เกี่ยวข้องเช่น แรงอัด แรงดัด แรงเฉือน และแรงบิด เป็นต้น

## 8.2 ชนิดของบันได (Type of Stairs)

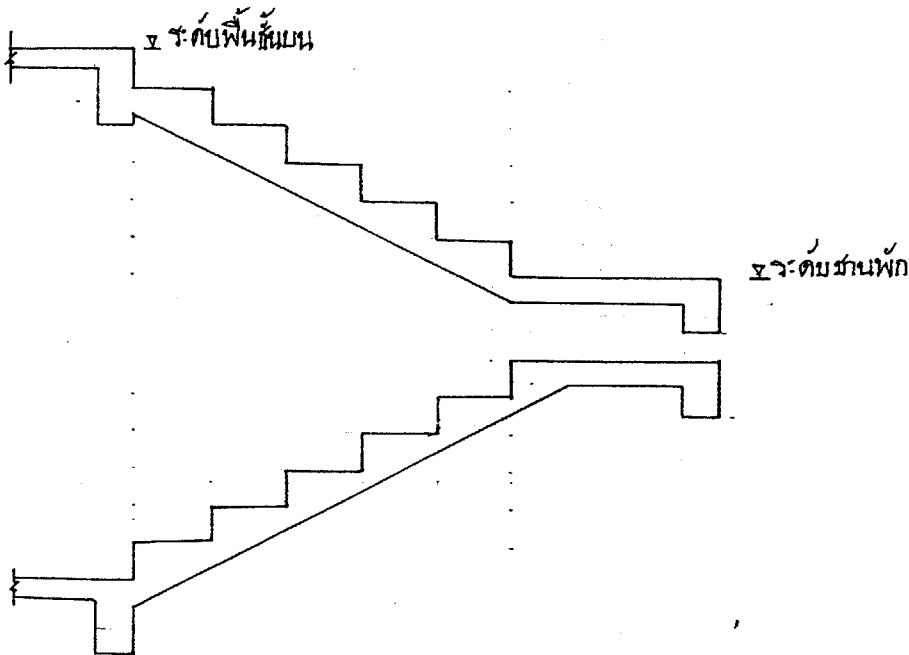
การแบ่งชนิดของบันไดจะแบ่งลักษณะการทางพาดซึ่งระหว่างที่  
รองรับและระหว่างระดับพื้นแต่ละชั้น และโดยทั่วไปสามารถจัดแบ่งตาม  
พื้นบันไดได้เช่นกัน คือ ประเภทแผ่นพื้นทึบเรียบ (Solid Slab) และ  
ประเภทแผ่นพื้นฟันปลา (Girgsaw stair) ชนิดของบันได ที่จำแนกในที่นี้  
แบ่งออกได้ดังรูปที่ 8.1 คือ

- 1) บันไดช่วงเดียว (Longitudinal stair or Single Flight Stairs)
- 2) บันไดแบบมีชั้นพัก: หนึ่งชั้น (Half flights with Landing stairs)
- 3) บันไดยื่นปลาย (Cantilever stairs)
- 4) บันไดเวียน (Helically stairs)
- 5) บันไดฐานพับกลับ (Jack Knife Stairs)



(a) บันไดช่วงเดียวจากหลังเรียบ

(b) บันไดช่วงเดียวพื้นพื้นแปลน

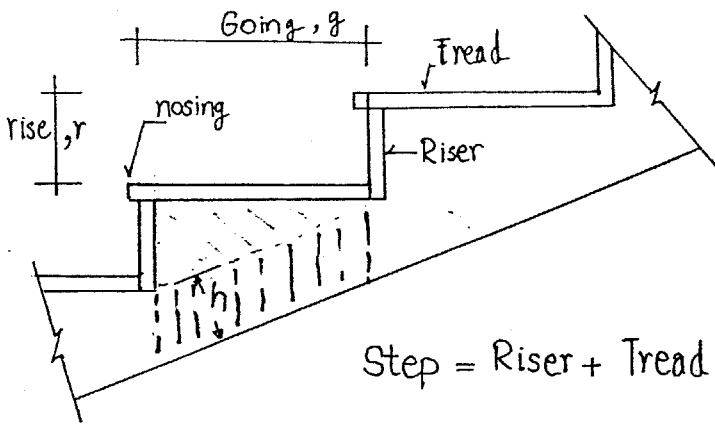


(c) บันไดแบบมีชั้นพัก: หนึ่งชั้น

รูปที่ 8.1 ชนิดของบันได

### 8.3 การคิดน้ำหนักบรรทุกของบันได

น้ำหนักบรรทุกของบันได แบ่งออกได้คือน้ำหนักบรรทุกจรและน้ำหนักบรรทุกคงที่ซึ่งประกอบด้วยน้ำหนักแผ่นพื้น น้ำหนักลูกตั้งหรือขั้นบันได และน้ำหนักของวัสดุตกแต่ง (Finishing) พิจารณารูปที่ 8.2 แสดงบันไดแผ่นพื้นที่องเรียบตัน ประกอบด้วยกรทน้ำหนักบรรทุก



รูปที่ 8.2 บันไดแบบทังเรียบตัน

น้ำหนักบรรทุกคงที่ของบันไดแบบทังเรียบ คิดต่อความกว้างของบันได 1.00m.

$$W_{step} = \frac{1}{2} \cdot r \cdot g \times R.C. mass \times (1/g) \quad (\text{ทนน.บรรทุกลูกขั้นบันได})$$

โดยที่ R.C. mass = 2400 kg/m<sup>3</sup> ดังนั้น

$$W_{step} = \frac{1}{2} \cdot r \times 2400 = 1200r \quad \text{kg/m}^2$$

$$= 12r \quad (8.1)$$

เมื่อ r เป็นระยะความสูงของลูกตั้งมีหน่วยเป็น cm.

$$W_{sl} = h \frac{\sqrt{r^2 + g^2}}{g} \times R.C. mass \quad (\text{ทนน. แผ่นพื้น})$$

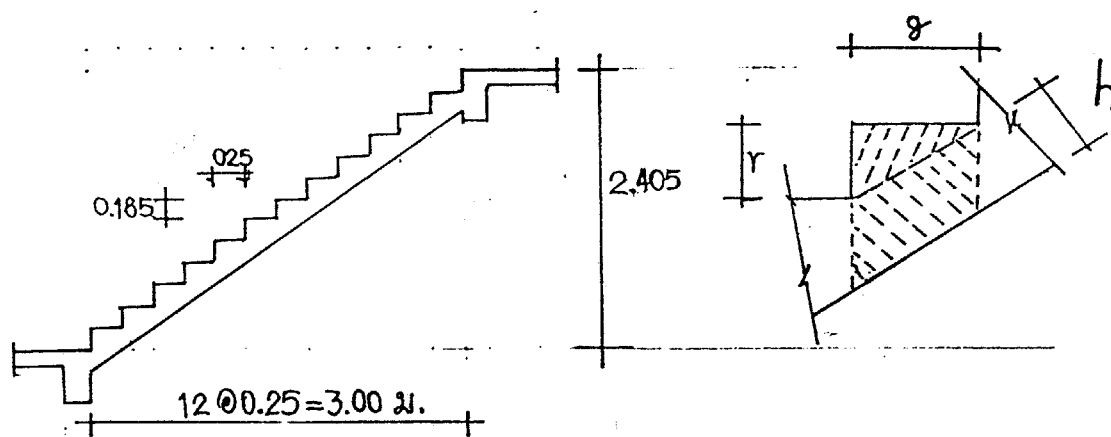
$$= 2400 h \frac{\sqrt{r^2 + g^2}}{g} \quad (8.2)$$

เมื่อ h เป็นความหนาของแผ่นพื้นบันได  
g เป็นความกว้างของลูกนอน

### 8.4 การออกแบบบันได

การออกแบบบันไดในทังนี้จะต้องเป็นขั้นตอนของบันไดแต่ละชนิดดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 8.1 ให้ออกแบบบันไดขั้นเดียวซึ่งมีระยะในแนวนาบวม 3.00 ม.  
รับน้ำหนักบรรทุกจร 300 ksm. ความสูงของลูกตั้ง 0.185 ม. และ  
ความกว้างของลูกนอน 0.25 ม. ให้  $f'_c = 280$  ksc. และ  $f_y = 3000$  ksc.  
เป็นบันไดขั้นเดียว



วิธีทำ 1) ออกแบบความหนา

ความหนาดำเนินเมื่อไม่คิดการแอ่นตัว,  $h = L/25$

$$= 3.0/25 = 0.12 \text{ m.}$$

เลือกใช้ความหนาของแผ่นพื้นบันได 12 cm, จะได้  $d = 9.5$  cm.

2) คำนวณน้ำหนักบรรทุกประลัย (คิดต่อความกว้างของบันได 1.0 ม.)

น้ำหนักบรรทุกคงที่

$$\begin{aligned} \text{ก) น้ำหนักคงที่ของขั้นบันได} &= \frac{1}{2} \times g \times 2400 \times (1/g) \\ &= \frac{1}{2} \times 0.185 \times 0.25 \times 2400 \times \left(\frac{1}{0.25}\right) \\ &= 222 \quad \text{ksm.} \end{aligned}$$

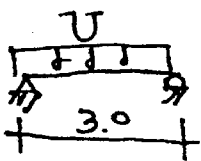
$$\begin{aligned} \text{ข) น้ำหนักคงที่ของพื้นบันได} &= h \left( \frac{\sqrt{r^2 + g^2}}{g} \right) \times 2400 \\ &= 0.12 \left( \frac{\sqrt{0.185^2 + 0.25^2}}{0.25} \right) \times 2400 \\ &= 358 \quad \text{ksm.} \end{aligned}$$

$$\text{น้ำหนักบรรทุกคงที่รวม, } D = 222 + 358 = 580 \text{ ksm}$$

$$\text{น้ำหนักบรรทุกจร, } L = 300 \text{ ksm}$$

$$\begin{aligned} \text{น้ำหนักบรรทุกประลัย, } U &= 1.4D + 1.7L = 1.4 \times 780 + 1.7 \times 300 \\ &= 812 + 510 = 1322 \text{ kgm.} \end{aligned}$$

3) วิเคราะห์โครงสร้างหาค่าโมเมนต์ตัดประลัยและแรงเฉือนประลัย



$$\text{โมเมนต์ตัดประลัย } (M_u)_{act} = \frac{1}{8} \times 1322 \times (3.0)^2 = 1487.25 \text{ kgm}$$

$$\text{แรงเฉือนประลัย } V_u = \frac{1}{2} \times 1322 \times (3.0) = 1983 \text{ kg/m}$$

4) ตรวจสอบความหนาประลัยที่ผลิตจาก

$$d^2 = \frac{(M_u)_{act}}{(\phi f'_c b q (1 - 0.59q))}$$

$$q = P f_y / f'_c \quad : P = P_{max} = 0.75 P_b$$

$$P_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right) ; P_b = 0.85 \text{ เมื่อ } f'_c \leq 280$$

$$P_b = 0.85 \times \frac{280}{3000} \times 0.85 \left( \frac{6120}{6120 + 3000} \right) = 0.0452$$

$$P = 0.75 P_b = 0.0339$$

$$q = 0.0339 \times 3000 / 280 = 0.3636$$

$$d^2 = \frac{1487.25 \times 100}{0.9 \times 280 \times 100 \times 0.3636 (1 - 0.59 \times 0.3636)}$$

$$= 20.66 \text{ cm}^2$$

$$\therefore d = 4.55 \text{ cm} < d = 9.5 \text{ cm} \text{ ก็ใช้ได้}$$

5) ออกแบบปริมาณเหล็กเสริม

$$\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \frac{1487.25 \times 100}{0.9 \times 280 \times 100 \times 9.5^2} = 0.0654$$

$$\text{จากตารางที่ 3.3 จะได้ค่า } q = 0.068$$

$$P = q f'_c / f_y = 0.068 \times 280 / 3000 = 0.00635$$

$$A_{st} = P b d = 0.00635 \times 100 \times 9.5 = 6.029 \text{ cm}^2$$



เส้นกึ่งได้  $\phi 12 \text{ mm}$ , พื้นที่จําหนึ่เส้น,  $A_{sd} = 1.13 \text{ cm}^2$

ระยะห่าง,  $S_p = 100 \times 1.13 / 6.029 = 18.74 \text{ cm}$

ตั้งนั้น ได้  $\phi 12 \text{ mm} @ 0.175 \text{ m}$  จะได้  $A_{st} = 100 \times 1.13 / 17.5$

$A_{st} = 6.457 \text{ cm}^2$

ตรวจสํอบคณมถิกของบถักทหนึ่จํา,  $a = \frac{A_{st} f_y}{0.85 f'_c b}$

$a = 6.457 \times 3000 / (0.85 \times 280 \times 100) = 0.814 \text{ cm}$

ตรวจสํอบโมเมนตํจํัดประถึย

$M_u = \phi A_{st} f_y (d - a/2)$

$= 0.9 \times 6.457 \times 3000 (9.5 - 0.814/2) \times 10^2$

$= 1585.26 \text{ kqm} > (M_u)_{act}$  ใ้ได้

ตรวจสํอบปริมาณเหล็กเสริม

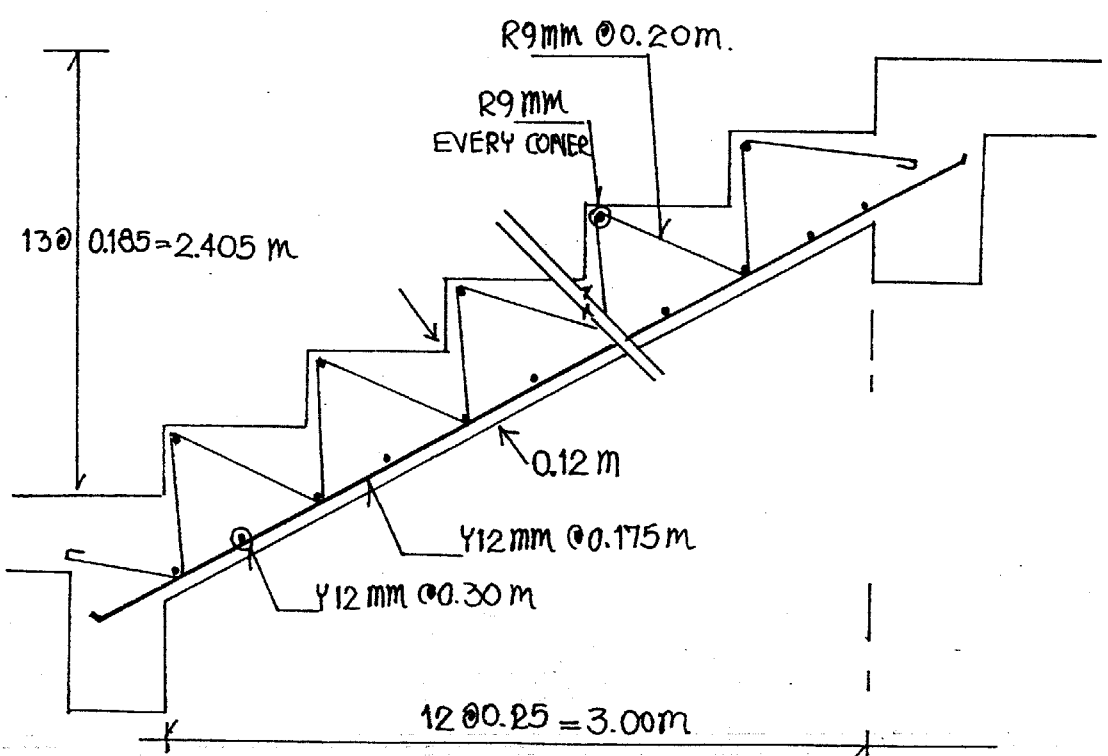
$\rho = 6.457 / (100 \times 9.5) = 0.0068 < \rho_{max}$  ใ้ได้

ปริมาณเหล็กจําคํ่าสุด และเสริมกันแตกกรัก  $\rho = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{3000} = 0.0047$

$A_s^{tem} = 0.0047 \times 100 \times 12 = 2.4 \text{ cm}^2$

ใ้  $\phi 12 \text{ mm} @ 0.30 \text{ cm}$ .  $S_p = \frac{100 \times 1.13}{2.4}$

แสดงรายละเอียด



$$A_{st} = 0.0025bh$$

$$= 0.0025 \times 100 \times 12$$

$$= 3.0 \text{ cm}^2$$

เลือก R9mm  $\rightarrow A_s = 0.636 \text{ cm}^2$

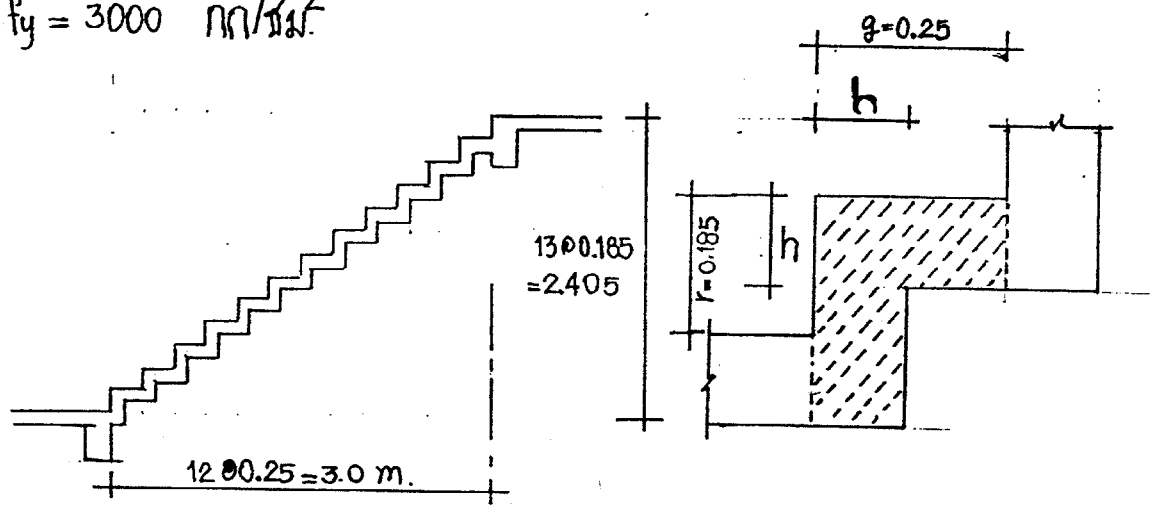
$$S_p = \frac{100 \times 0.636}{3.0}$$

$$= 21.2 \text{ cm}^2$$

Use R9 mm @ 0.20 m

R9 mm @ 200 mm

ตัวอย่างที่ 8.2 ให้ออกแบบบันไดพับผ้าช่วงเดียวซึ่งมีระยะในแนวราบ 3.00 เมตร รับน้ำหนักบรรทุกจร 300 กก./ม<sup>2</sup> ความสูงของลูกตั้ง 0.185 ม. และความกว้างของลูกนอน 0.25 ม. ให้  $f'_c = 280$  กก./ซม<sup>2</sup> และ  $f_y = 3000$  กก./ซม<sup>2</sup>



วิธีทำ 1) ออกแบบความหนา

ความหนาท่ำสุด (ไม่คำนวณการแต่นัก),  $h = L/25 = 3.0/25 = 0.12$  m.

เลือกใช้ความหนาของแผ่นพื้นบันได 12 cm จ.ได้  $d = 12 - 2.5 = 9.5$  cm.

2) คำนวณน้ำหนักบรรทุกประลัย (คิดต่อความกว้างของบันได 1.0 m.)

น้ำหนักบรรทุกคงที่,  $D = h (r + g) 2400 \left(\frac{1}{g}\right)$   
 $= 0.12 (0.185 + 0.25) 2400 \left(\frac{1}{0.25}\right)$   
 $= 501$  ksm.

น้ำหนักบรรทุกจร,  $L = 300$

น้ำหนักบรรทุกประลัย,  $U = 1.4D + 1.7L = 1.4 \times 501 + 1.7 \times 300$   
 $= 701.4 + 510 = 1211.4$  ksm.

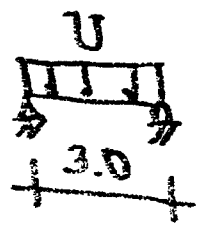
3) วิเคราะห์โมเมนต์

โมเมนต์ดัดประลัย ( $M_u$ )<sub>act</sub>  $= \frac{1}{8} \times 1211.4 \times (3.0)^2 = 1363$  kgm.

แรงเฉือนประลัย  $V_u = \frac{1}{2} \times 1211.4 \times (3.0) = 1817$  kgs.

4) ตรวจสอบความหนาประลัย

โดยสมมุติใช้ปริมาณเหล็กเสริมสูงสุด รับแรงดัดอย่างเต็มที่



$$d^2 = \frac{(M_u)_{act}}{\phi f'_c b q (1 - 0.59q)}$$

$$q = P f_y / f'_c \quad ; \quad P = P_{max} = 0.75 P_b$$

$$P_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \gamma \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right) \quad ; \quad \gamma = 0.85 \text{ เมื่อ } f'_c = 280 \text{ ksc.}$$

$$P_b = \frac{0.85 \times 280}{3000} \times 0.85 \left( \frac{6120}{6120 + 3000} \right) = 0.0452$$

$$P = 0.75 P_b = 0.0339$$

$$\Rightarrow q = 0.0339 \times 3000 / 280 = 0.3636$$

$$d^2 = \frac{1363 \times 100}{0.9 \times 280 \times 100 \times 0.3636 (1 - 0.59 \times 0.3636)} = 18.94 \text{ cm}^2$$

$$\therefore d = 4.35 \text{ cm} < d = 9.5 \text{ cm} \text{ ไปได้}$$

๕) ออกแบบปริมาณเหล็กเสริม

$$\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \frac{1363 \times 100}{0.9 \times 280 \times 100 \times 9.5^2} = 0.05993$$

จากตารางที่ 3.3 จ.ได้ค่า  $q = 0.062$

$$P = q f'_c / f_y = 0.062 \times 280 / 3000 = 0.00579$$

$$A_{st} = P b d = 0.00579 \times 100 \times 9.5 = 5.497 \text{ cm}^2$$

เลือกใช้  $\#12$  มม., พื้นที่ตัดหนึ่งเส้น,  $A_{sd} = 1.13 \text{ cm}^2$

$$\text{ระยะห่าง, } S_p = 100 \times 1.13 / 5.497 = 20.56 \text{ cm}$$

ดังนั้นใช้  $\#12$  มม @ 0.20 ม. จ.ได้  $A_{st} = 5.65 \text{ cm}^2$ ,  $\Sigma_o = 18.84 \text{ cm}$ .

$$\text{ความลึกของบดจกนหน่วยแรง } a = \frac{A_{st} f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{5.65 \times 3000}{0.85 \times 280 \times 100} = 0.712 \text{ cm.}$$

$$\text{โมเมนต์ที่ข้อต่อระดับ, } M_u = \phi A_{st} f_y (d - a/2)$$

$$= 0.9 \times 5.65 \times 3000 (9.5 - 0.712/2)$$

$$= 1395 \text{ kqm} > (M_u)_{act} \text{ ไปได้}$$

ตรวจสอบหน่วยแรงเฉือน  $V_u = \frac{V_u}{bd} = \frac{1817}{100 \times 9.5} = 1.913 \text{ ksc}$

หน่วยแรงเฉือนต้านทานโดยคอนกรีต  $V_{cu} = \phi (0.53 \sqrt{f_c'}) = 0.85 (0.53 \sqrt{280})$   
 $= 7.54 \text{ ksc} > V_u$  ปลอดภัย

ตรวจสอบแรงยึดเหนี่ยว  $U = \frac{V_u}{\phi \sum o_j d} = \frac{1817}{0.85 \times 18.84 \times 0.9 \times 9.5}$   
 $= 13.27 \text{ ksc}$

$U_{all} = \frac{6.39 \sqrt{f_c'}}{D} = \frac{6.39 \sqrt{280}}{1.2}$   
 $= 89 \text{ ksc} > 55 \text{ ksc}$

ดังนั้นหน่วยแรงยึดเหนี่ยว  $U_{all} = 55 \text{ ksc} > 13.27 \text{ ksc}$ . ปลอดภัย

ตรวจสอบปริมาณเหล็กเสริม

$P = 5.65 / (100 \times 9.5) = 0.00595 < P_{max}$  ปลอดภัย

แต่:  $P = 5.65 / (100 \times 12) = 0.00471 > 0.002$  ปลอดภัย

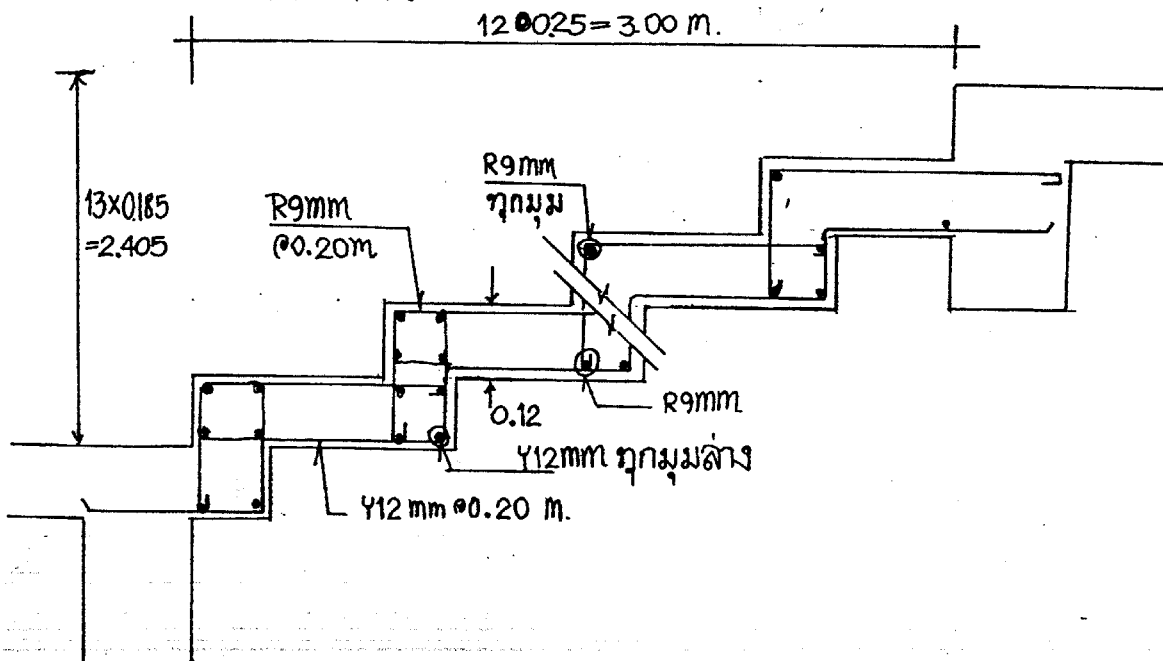
ปริมาณเหล็กเสริมต่ำสุด

$A_{s_{min}} = 0.002 \times 100 \times 12 = 2.4 \text{ cm}^2$

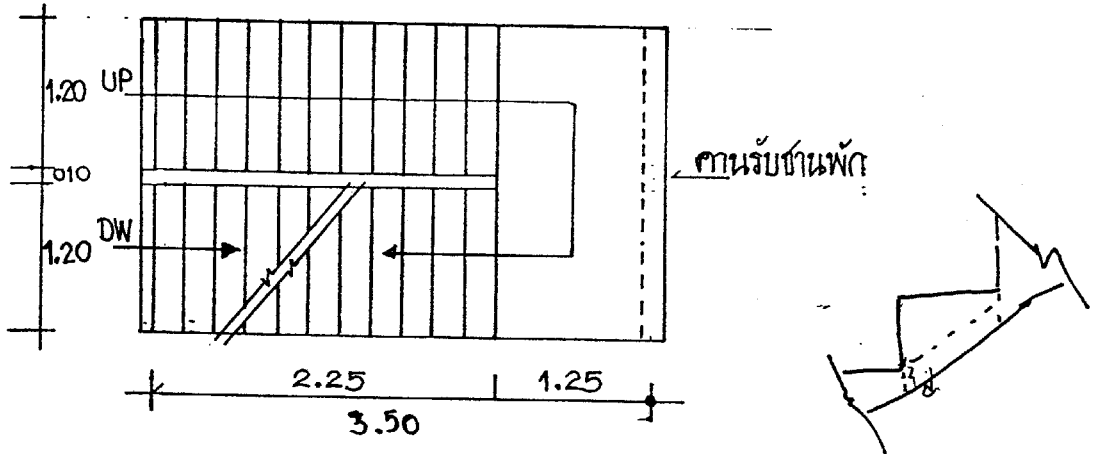
ใช้  $\phi 12 \text{ mm} @ 0.30 \text{ m}$ .

6) แสดงรายละเอียด (Sawtooth Stairs)

$12 @ 0.25 = 3.00 \text{ m}$ .



ตัวอย่างที่ 8.3 จงออกแบบบันไดที่มีฐานพักระหว่างชั้นตั้งแต่ 2 รูป  
 รับน้ำหนักบรรทุกจร 300 ksm. กำหนดให้  $f'_c = 280$  ksc. และ  $f_y = 3000$  ksc.  
 โดยใช้ข้อกำหนดตาม ACI สำหรับแผ่นค้ำของน้ำหนัก และภคจากฐานจล.ก.  
 สำหรับการจัดเหล็กเสริมให้ความสูงของลูกตั้ง 0.15 m ความกว้างของลูกนอน 0.25 m.



วิธีทำ 1) ออกแบบความหนาของแผ่นพื้นบันได

ความหนาของแผ่นพื้นบันได,  $h = L/25 = 3.50/25 = 0.14$  m.  
 ดังนั้นใช้ความหนาของแผ่นพื้นบันได,  $h = 14$  cm. จะได้  $d = 14 - 2.5 = 11.5$  cm.

2) หาน้ำหนักบรรทุกประลัย  
 น้ำหนักบรรทุกคงที่

ก) น้ำหนักคงที่ของขั้นบันได,  $W_{step} = \frac{1}{2} \times 0.15 \times 0.25 \times 2400 \times \left(\frac{1}{0.25}\right)$   
 $= 180$  ksm.

ข) น้ำหนักคงที่ของแผ่นพื้นบันได,  $W_{st} = 0.14 \times \left(\frac{\sqrt{0.15^2 + 0.25^2}}{0.25}\right) \times 2400$   
 $= 392$  ksm.

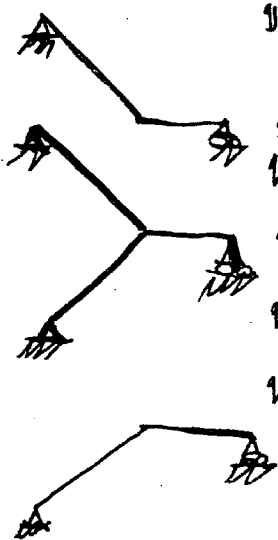
น้ำหนักบรรทุกคงที่,  $D_1 = W_{step} + W_{st} = 180 + 392 = 572$  ksm

น้ำหนักคงที่ของฐานพัก  $D_2 = 0.14 \times 2400 = 336$  ksm.

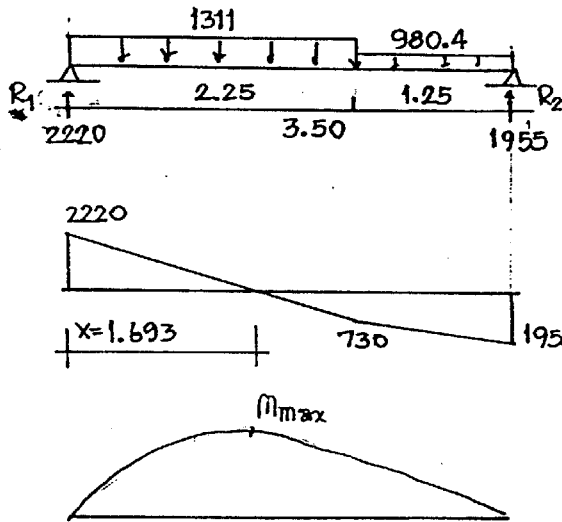
น้ำหนักบรรทุกจร  $L = 300$  ksm.

น้ำหนักบรรทุกประลัย  $U_1 = 1.4 \times 572 + 1.7 \times 300 = 1311$  ksm.

$U_2 = 1.4 \times 336 + 1.7 \times 300 = 980.4$  ksm



3) วิเคราะห์โครงสร้าง



คำนวณแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับ

$$R_1 = \frac{1}{3.5} \left( 980.4 \times \frac{1.25^2}{2} + 1311 \times 2.25 \times \left( \frac{2.25}{2} + 1.25 \right) \right)$$

$$= 2220 \text{ kg/m.}$$

$$R_2 = 1955 \text{ kg/m.}$$

ระยะที่แรงเฉือนเป็นศูนย์  $x = 2220/1311$ 

$$x = 1.693 \text{ m.}$$

โมเมนต์ตัดที่ระดับสูงสุด

$$(M_u)_{act} = M_{max} = (2220 \times 1.693) - \left( 1311 \times \frac{(1.693)^2}{2} \right)$$

$$= 1879.63 \text{ kgm.}$$

4) ตรวจสอบความลึกประสิทธิภาพ,  $d$  โดยสมมติค่าเสริมเหล็กกับแรงดึงอย่างเดียว

$$d^2 = \frac{(M_u)_{act}}{\phi f'_c b q (1 - 0.59 q)}$$

$$q = P f_y / f'_c \quad ; \quad P = P_{max} = 0.75 P_b$$

$$P_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} A \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right) \quad ; \quad P_b = 0.85 \text{ เมื่อ } f'_c \leq 280 \text{ ksc.}$$

$$P_b = \frac{0.85 \times 280 \times 0.85 \times \left( \frac{6120}{6120 + 3000} \right)}{3000} = 0.0452$$

$$P = 0.75 P_b = 0.0339$$

$$\Rightarrow q = 0.0339 \times 3000 / 280 = 0.3632$$

$$d^2 = \frac{1879.63 \times 100}{0.9 \times 280 \times 100 \times 0.3632 \times (1 - 0.59 \times 0.3632)} = 26.14 \text{ cm}^2$$

$$\therefore d = 5.11 \text{ cm} < d = 11.5 \text{ cm} \text{ ไปได้}$$

5) คำนวณปริมาณเหล็กเสริม

$$\text{จาก } \frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \frac{1879.63 \times 100}{0.9 \times 280 \times 100 \times 11.5^2} = 0.0564$$

จากตารางที่ 3.3 จ.ได้  $q = 0.0585$

$$P = 0.0585 \times 280 / 3000 = 0.00546$$

ปริมาณเหล็กเสริม,  $A_{st} = 0.00546 \times 100 \times 11.5 = 6.279 \text{ cm}^2$

เลือกใช้  $\gamma 12 \text{ mm}$ , พื้นที่หน้าตัดต่อหนึ่งเส้น  $A_{sd} = 1.13 \text{ cm}^2$

$$\text{ระยะห่าง, } S_p = 100 \times 1.13 / 6.279 = 17.996 \text{ cm}$$

ดังนั้นใช้  $\gamma 12 \text{ mm} @ 0.175 \text{ m}$ . จ.ได้  $A_{st} = 6.457 \text{ cm}^2, \Sigma o = 21.53 \text{ cm}$

$$\text{คตมลึกของขบด็อกหน่วยแรง } a = \frac{6.457 \times 3000}{0.85 \times 280 \times 100} = 0.814 \text{ cm}$$

โมเมนต์ที่ตัดประลัย

$$M_u = \phi A_{st} f_y (d - a/2)$$

$$= 0.9 \times 6.457 \times 3000 \times (11.5 - 0.814/2) 10^{-2}$$

$$= 1933.94 \text{ kgm} > (M_u)_{act} \text{ จ.ได้}$$

$$\text{หน่วยแรงเฉือน, } V_u = \frac{V_{ud}}{bd} = \frac{2069}{100 \times 11.5} = 1.799 \text{ ksc}$$

$$V_{cu} = \phi (0.53 \sqrt{f_c'}) = 0.85 (0.53 \sqrt{280}) = 7.54 \text{ ksc}$$

ปรากฏว่า  $V_{cu} > V_u$  จ.ได้

$$\text{ตรวจสอบแรงยึดเหนี่ยว, } U = \frac{V_u}{\phi \Sigma o j d} = \frac{2220}{0.85 \times 21.53 \times 11.5 \times 0.9}$$

$$= 11.72 \text{ ksc}$$

$$U_{all} = \frac{6.39 \sqrt{f_c'}}{D} = \frac{6.39 \sqrt{280}}{1.2} = 89 \text{ ksc}$$

$$\therefore U_{all} = 55 \text{ ksc} > U \text{ จ.ได้}$$

ตรวจสอบปริมาณเหล็กเสริม

$$P = 6.457 / (100 \times 11.5) = 0.0056 < P_{max} \text{ จ.ได้}$$

$$\text{และ } P = 6.457 / (100 \times 14) = 0.00461 > 0.002 \text{ จ.ได้}$$

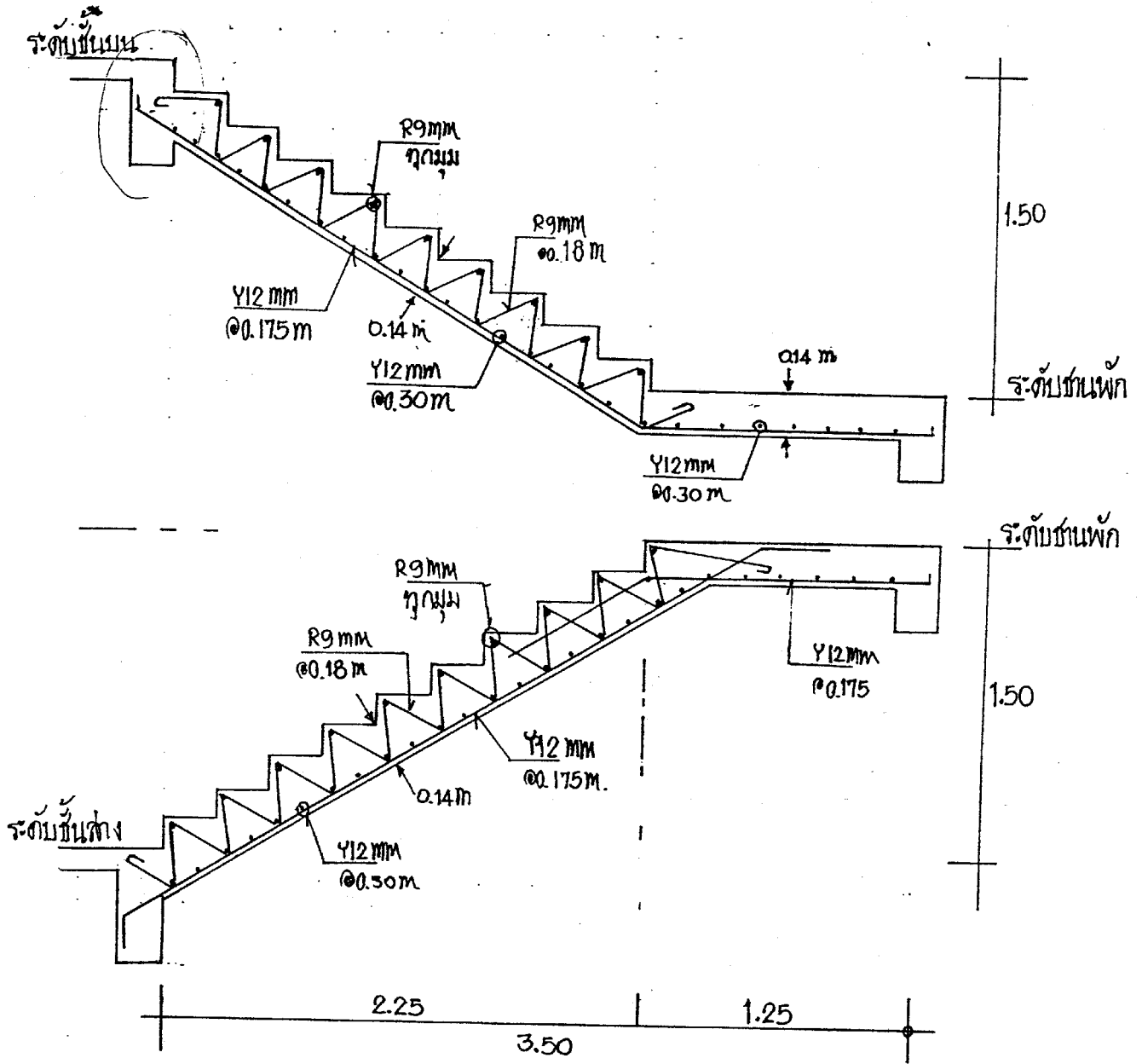
ปริมาณเหล็กเสริมจำกัด

$$A_s^{min} = 0.002 \times 100 \times 14 = 2.8 \text{ cm}^2$$

จ.ได้  $\gamma 12 \text{ mm} @ 0.30 \text{ m}$ .



6) แสดงรายละเอียด



แรงเฉือนตัวนอก  $V_{u1} = \frac{1}{2} (14232) (6) = 42696$

ตัวใน  $V_{u2} = \frac{1.15}{2} (14232) (6)$   
 $= 49100.4 \text{ kg}$

โมเมนต์ตัดประคอง

- ตัวนอก  $M_u^+$   $= \frac{1}{11} (14232) (6)^2$   
 $= 46577.45 \text{ kg-m}$

- ตัวใน (เสาริมในแรก)

$$M_u^- = \frac{1}{10} (14232) (6)^2$$
$$= 51235.2 \text{ kg-m}$$

# บทที่ 9

## การออกแบบเสาสั้น Short Columns Design

### 9.1 กัณฑ์

องค์อาคารที่เป็นองค์ประกอบหลักของโครงสร้างที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งคือ เสา (Column) ทำหน้าที่รองรับคานและแผ่นพื้นในแต่ละชั้น เพื่อถ่ายน้ำหนักบรรทุกคานที่ น้ำหนักบรรทุกกร และน้ำหนักบรรทุกอื่น ๆ ลงสู่ฐานรากของอาคารนั้น การออกแบบเสาจึงต้องอาศัยศิลปกรรมที่เหมาะสมอย่างสูง ที่จะคาดคะเนถึงพฤติกรรมที่เกิดขึ้นภายหลัง การใช้งาน ต้องมีความสามารถการรับกำลังอัดที่เกิดขึ้น มีความปลอดภัยต่อชีวิตและทรัพย์สิน

การออกแบบเสาแบ่งได้ 2 ประเภทคือ การออกแบบเสาสั้น และเสายาว ข้อพิจารณาว่าเป็นเสาแบบใดนั้นแตกต่างกันที่ เสาสั้น (Short Columns) มีการยึดรับ หรือค้ำยันกันทั้งที่เพียงพอ โดยเทียบกับระหว่งความยาวช่วงของเสาต่อรัศมีได้เรชั่น และ มีความสามารถเพียงพอต่อการรับกำลังไม่เกิดการโก่งเดาะทางกันทั้ง ส่วนเสายาว (Long Columns) เมื่อเทียบสัดส่วนส่วนดังกล่าวหรือเรียกว่า อัตราส่วนความขลุ่ด (Slenderness Ratio) มีผลให้เกิดการโก่งเดาะเนื่องจากการรับน้ำหนักกระทำ ทำให้รับน้ำหนักกระทำตามแนวแกนได้น้อยลง ดังนั้นการออกแบบจึงต้องเพิ่มค่าส่วนลดูให้เสามีสภาพการรับน้ำหนักได้อย่างปลอดภัย

น้ำหนักบรรทุกกระทำบนเสา แบ่งได้เป็น แรงกระทำตามแนวแกน แรงกระทำเฉียงคู่ศูนย์ หรือโมเมนต์ดัด และแรงกระทำทางกันทั้ง เป็นต้น ลักษณะของแรงกระทำรวมเป็นจุด หรือกระจายสม่ำเสมอ หรือแผ่กระจาย สำหรับแรงกระทำตามแนวแกนเป็นน้ำหนักบรรทุกกระทำเป็นจุด ซึ่งก็คือ ผลรวมแรงปฏิกิริยาของคานทุกตัวที่ผูกเข้ากับเสา ดังนั้นการหาน้ำหนักบรรทุกต้องพิจารณาอย่างละเอียด กรณีที่มีแรงกระทำทางกันทั้งต้องทำการวิเคราะห์โครงสร้าง หาหน่วยแรงที่เกิดขึ้นเช่นแรงตามแนวแกน และโมเมนต์ดัด เป็นต้น

# บทที่ 9 การออกแบบเสาสั้น Short Columns Design

## 9.1 ก้าวนำ

องค์อาคารที่เป็นองค์ประกอบหลักของโครงสร้างที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งคือ เสา (Column) ทำหน้าที่รองรับคานและแผ่นพื้นในแต่ละชั้น เพื่อถ่ายน้ำหนักบรรทุกคานที่ น้ำหนักบรรทุกกร และน้ำหนักบรรทุกชั้นๆ ลงสู่ฐานรากของอาคารนั้น การออกแบบเสาจึงต้องอาศัยศิลปศาสตร์อย่างสูง ที่จะคาดคะเนถึงพฤติกรรมที่เกิดขึ้นภายหลัง การใช้งาน ต้องมีความสามารถการรับกำลังอัดที่เกิดขึ้น มีความปลอดภัยต่อชีวิตและทรัพย์สิน

การออกแบบเสาแบ่งได้ 2 ประเภทคือ การออกแบบเสาสั้น และเสายาว ข้อพิจารณาว่าเป็นเสาแบบใดนั้นแตกต่างกันที่ เสาสั้น (Short Columns) มีการยึดรับ หรือค้ำยันกันทั้งที่เพียงพอ โดยเทียบกับระหว่งความยาวช่วงของเสาต่อรัศมีไจเรชั่น และ มีความสามารถเพียงพอต่อการรับกำลังไม่เกิดการโก่งเอะทางกันทั้ง ส่วนเสายาว (Long Columns) เมื่อเทียบช่วงเสาส่วนดังกล่าวหรือเรียกว่า อัตราส่วนความขลุ่ย (Slenderness Ratio) มีผลให้เกิดการโก่งเอะเนื่องจากการรับน้ำหนักกระทำ ทำให้รับน้ำหนักกระทำตามแนวแกนได้น้อยลง ดังนั้นการออกแบบจึงต้องเพิ่มค่าส่วนลดให้เสามีสภาพการรับน้ำหนักได้อย่างปลอดภัย

น้ำหนักบรรทุกกระทำบนเสา แบ่งได้เป็น แรงกระทำตามแนวแกน แรงกระทำเฉียงคู่ขนาน หรือโมเมนต์ดัด และแรงกระทำทางกันทั้ง เป็นต้น ลักษณะของแรงกระทำรวมเป็นจุด หรือกระจายสม่ำเสมอ หรือแผ่กระจาย สำหรับแรงกระทำตามแนวแกนเป็นน้ำหนักบรรทุกกระทำเป็นจุด ซึ่งก็คือ ผลรวมแรงปฏิกิริยาของคานทุกตัวที่ผูกเข้ากับเสา ดังนั้นการหาน้ำหนักบรรทุกต้องพิจารณาอย่างละเอียด กรณีที่มีแรงกระทำทางกันทั้งต้องทำการวิเคราะห์โครงสร้าง หาหน่วยแรงที่เกิดขึ้นเช่นแรงตามแนวแกน และโมเมนต์ดัด เป็นต้น

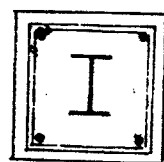
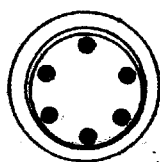
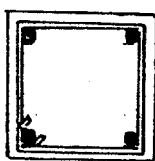
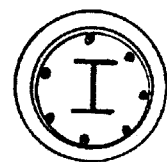
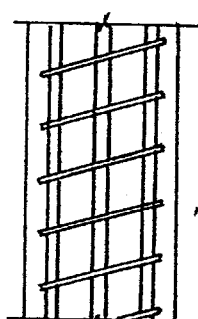
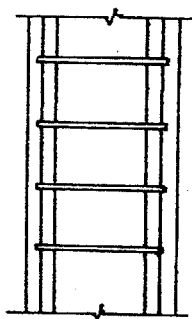
## 9.2 ชนิดของเสา (Type of Columns)

โดยทั่วไป การแบ่งชนิดของเสา จะแบ่งตามเหล็กเสริมตามแนวยาว เหล็กท่อนรัดรอบเหล็กแกน ขนาดหน้าตัดของเสา และการจัดรูปเสริมช่วยรับกำลังหาขนาดหน้าตัดเสาคอนกรีตถูกจำกัดขนาดด้วยสถาปัตยกรรม การแบ่งชนิดของเสาสามารถแบ่งได้ดังนี้

1) เสาหน้าตัดสี่เหลี่ยม หรือเสากกลม เสริมเหล็กแกนตามแนวยาวตลอดตามยาวของเสา และรัดรอบด้วยเหล็กท่อนตามรูปที่แสดงการเป็นช่วงๆ ห่างกันด้วยระยะที่เท่ากัน เรียกว่า เสาคอนกรีตเสริมเหล็กปลอกเดี่ยว ดังแสดงในรูปที่ 9.1(ก) (Tie Columns)

2) เสาที่เสริมเหล็กแกนตามแนวยาว และรัดรอบด้วยเหล็กท่อนหน้า เป็นเกลียวด้วยระยะห่างที่เท่าๆกัน ขนาดหน้าตัดอาจเป็นสี่เหลี่ยมหรือกลมก็ได้ เรียกว่า เสาคอนกรีตเสริมเหล็กปลอกเกลียว (Spiral Column) ดังแสดงในรูปที่ 9.1(ข)

3) เสาที่เสริมเหล็กแกนตามแนวยาว มีลักษณะเช่นเดียวชนิด 1) และ 2) ต่างกันที่จะเสริมเหล็กรูปพรรณที่แกนกลางของเสา เรียกว่า เสาประกอบ (Composite Columns) ดังแสดงในรูปที่ 9.1(ค)



(ก) เสาปลอกเดี่ยว

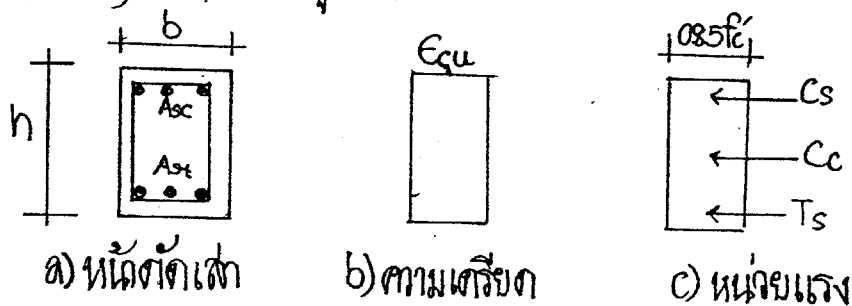
ข) เสาปลอกเกลียว

ค) เสาประกอบ

รูปที่ 9.1 ชนิดของเสาคอนกรีตเสริมเหล็ก

9.3 กำลังอัดของเสาสั้นรับน้ำหนักตามแนวแกนตรงเดียว

ให้เสาสั้นมีพื้นที่หน้าตัดทั้งหมดคือ  $A_g$  มีคอนกรีต  $b$  ความลึก  $h$  เสริมเหล็กทั้งหมด,  $A_s$  คือเป็นผลรวมเหล็กเสริมแรงดึง,  $A_{st}$  กับเหล็กเสริมรับแรงอัด,  $A_{sc}$  การรับกำลังอัดของเสาเป็นการรับแรงร่วมระหว่างคอนกรีตกับเหล็กเสริม ในส่วนที่เป็นการรับกำลังโดยคอนกรีตคือพื้นที่หน้าตัดประสิทธิภาพคูณกับกำลังอัดประลัยของคอนกรีต,  $(A_g - A_s) f'_c$  และส่วนที่เหลือเป็นการรับกำลังโดยเหล็กเสริมคูณกับกำลังดลของเหล็กเสริม,  $A_{st} f_y$  พิจารณาดังรูปที่ 9.2



รูปที่ 9.2 หน้าตัดเสารับแรงตามแนวแกน

ในทางปฏิบัติค่ากำลังอัดประลัยของคอนกรีตให้แทนค่า  $f'_c$  ด้วย  $0.85 f'_c$  เนื่องด้วยคอนกรีตรับกำลังได้สูงสุดประมาณ 0.85 ของกำลังอัดในโดมที่แท้จริง ดังนั้นกำลังอัดของเสาจะได้อีก

$$P_o = 0.85 f'_c (A_g - A_s) + A_s f_y \quad (9.1)$$

เมื่อ  $P_o$  = ความสามารถรับแรงตามแนวแกนเพิ่มในนาม  
(The nominal Concentric load Capacity)

และ ความสามารถการรับแรงตามแนวแกนสูงสุดของหน้าตัดเสาใด ๆ จะได้อีก

$$(P_o)_{max} = \beta (0.85 f'_c (A_g - A_s) + A_s f_y) \quad (9.2)$$

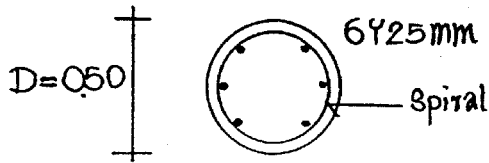
เมื่อ  $(P_o)_{max}$  = กำลังอัดสูงสุดที่เสาจะรับได้

$\beta = 0.85$  สำหรับเสาปลอกเหล็ก

$\beta = 0.80$  สำหรับเสาปลอกเดี่ยว

ซึ่ง  $\beta$  เป็นค่าลดสำหรับกรณีการเบี่ยงศูนย์กลางที่สุดของเสาสั้นรับแรงตามแนวแกนตรงเดียว

ตัวอย่างที่ 9.2 เสาสั้นชนิดอัดกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 50 cm.  
เสริมปลอกเกลียว และเสริมเหล็กแกน 6Y25 mm ดังรูป ให้คำนวณ  
กำลังอัดสูงสุดของเสา โดยสมมติว่ารับแรงตามแนวแกนอย่างเดียว  
กำหนดให้  $f'_c = 280$  ksc. และ  $f_y = 4000$  ksc



วิธีทำ พื้นที่เหล็กเสริมทั้งหมด

$$A_s = 6 \times \frac{\pi}{4} (2.5)^2 = 29.46 \text{ cm}^2$$

พื้นที่หน้าตัดของเสาทั้งหมด

$$A_g = \frac{\pi}{4} \times (50)^2 = 1963.495 \text{ cm}^2$$

แรงตามแนวแกนจากสมการ (9.2) จะได้

$$\begin{aligned} (P_n)_{\max} &= \beta (0.85 f'_c (A_g - A_s) + A_s f_y) \\ &= 0.85 [0.85 \times 280 \times (1963.495 - 29.46) + 29.46 \times 4000] \\ &= 491419.2805 \text{ kgs.} \end{aligned}$$

$\therefore$  กำลังอัดสูงสุด  $(P_n)_{\max} = 491.42$  tons Ans.

กำลังอัดปลอดภัย  $P_u = \phi P_n$

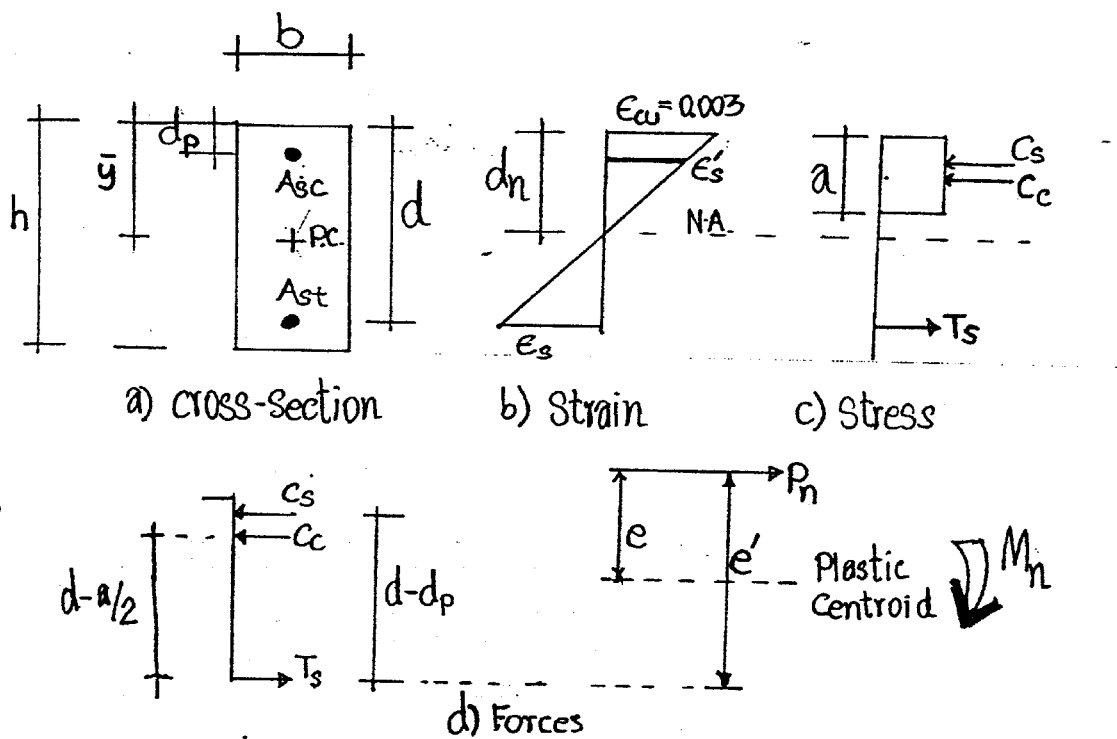
$$= 0.75 \times 491.42$$

$$P_u = 368.56 \text{ Tons } \underline{\text{Ans}}$$

9.4 เสาสั้นรับแรงอัดตามแนวแกนร่วมกับโมเมนต์ดัด

พิจารณาเสาสั้นรับแรงตามแนวแกนร่วมกับโมเมนต์ดัด ดังรูปที่ 9.3 ลักษณะคล้ายกับคานเสริมเหล็กรับแรงอัด จะแตกต่างกันที่โมเมนต์กระทำเพิ่มที่ระยะเบี่ยงศูนย์กลาง  $e$  เป็นจุดกำหนดการพังทะลาย มีระยะจากศูนย์กลางของพลาสติก (Plastic (Geometric) Centroid) ของหน้าตัด สันคานมดัดแนวแกนละเกิน  $d_n$  กำหนดจากกำลังของเสา และกำลังแรงอัดสั้นทันทันที่จุดพังทลาย ดังได้กล่าว

$$P_n = C_c + C_s - T_s \tag{9.4}$$



รูปที่ 9.3 แรงอัดและหน่วยแมงในเสา

จากรูปที่ 9.3 b) หน่วยความเครียด เกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน

$$\epsilon_s = 0.003 \left( \frac{d - d_n}{d_n} \right) = \epsilon_{cu} \left( \frac{d - d_n}{d_n} \right) \tag{9.5}$$

$$\epsilon'_s = 0.003 \left( \frac{d_n - d_p}{d_n} \right) = \epsilon_{cu} \left( \frac{d_n - d_p}{d_n} \right) \tag{9.6}$$

และหน่วยแรงของเหล็กเสริมและคอนกรีต



$$f_s = E_s \epsilon_s \leq f_y \quad (9.7)$$

$$f'_s = E_s \epsilon'_s \leq f_y \quad (9.8)$$

$$C_c = 0.85 f'_c b a \quad (C_c = 0.85 f'_c A_c \text{ กรณีเสาหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยม}) \quad (9.9)$$

$$C_s = A_s f'_s \quad (9.10)$$

$$T_s = A_s f_s \quad (9.11)$$

แต่ให้กำหนดจกโมเมนต์,  $M_n$  มีค่าเท่ากับ  $P_n \cdot e$  สำหรับเสาจะเสริมเหล็กด้วยปริมาณเท่ากันทั้งหน้าตัดรับแรงดึงและแรงอัด ดังนั้นศูนย์กลางมวลสถิกก็เหมือนศูนย์ถ่วงรูปทรงเรขาคณิตของหน้าตัด

$$\begin{aligned} M_n &= P_n \cdot e \\ &= C_c (\bar{y} - a/2) + C_s (\bar{y} - d_p) + T_s (d - \bar{y}) \end{aligned} \quad (9.12)$$

หรือจากสมการ (9.4) และ (9.12) สามารถเขียนได้ว่า

$$P_n = 0.85 f'_c b a + A_s f'_s - A_s f_s \quad (9.13)$$

และ  $M_n = P_n \cdot e$

$$= 0.85 f'_c b a (\bar{y} - a/2) + A_s f'_s (\bar{y} - d_p) + A_s f_s (d - \bar{y}) \quad (9.14)$$

ถ้าในกรณีที่หน่วยแรงของเหล็กเสริมไม่ถึงจุดคดง ( $f_s < f_y$  หรือ  $f'_s < f_y$ ) สามารถคำนวณหน่วยแรงดังกล่าวได้ดังนี้

$$f_s = E_s \left[ \frac{0.003 (d - d_n)}{d_n} \right] \quad (9.15)$$

$$f'_s = E_s \left[ \frac{0.003 (d_n - d_p)}{d_n} \right] \quad (9.16)$$

เมื่อ  $e$  = ระยะเริ่มศูนย์ของแรงกระทำถึงศูนย์ถ่วงมวลสถิก

$e'$  = ระยะเริ่มศูนย์ของแรงกระทำถึงแกนกลางเหล็กเสริม

$\bar{y}$  = ระยะจากขอบผิวรับแรงอัดถึงศูนย์ถ่วงมวลสถิก

ถ้า  $E_s = 2.04 \times 10^6 \text{ ksc}$

จะได้  $\rightarrow f_s = 6120 \left[ \frac{d - d_n}{d_n} \right]$

$$f'_s = 6120 \left[ \frac{d_n - d_p}{d_n} \right]$$

### 9.5 ลักษณะการพังทลายในเสา (Failure Mode-Shape of Columns)

ขนาดของหน่วยความเครียดในเหล็กเสริมที่ฐานรับแรงดึง ดังรูปที่ 9.3  
หน้าตัดของเสาจะเกิดการพังทลายภายใต้เงื่อนไขหนึ่งในสองดังนี้

- 1) การพังทลายด้วยแรงดึงด้วยกรณีแตกเริ่มแรก ของเหล็กเสริมรับแรงดึง
- 2) การพังทลายด้วยแรงอัดด้วยกรณีแตกเริ่มแรกของคอนกรีตที่ฐานรับแรงอัดภายใต้เงื่อนไขที่สมดุลเกิดขึ้นเมื่อลักษณะการพังทลายด้วยแรงดึงและแรงอัดเกิดขึ้นพร้อมกัน ถ้าพิจารณาที่สภาวะเงื่อนไขจะได้ว่า

$P_n < P_{nb}$  เกิดการพังทลายด้วยแรงดึง ( $e > e_b$ )

$P_n = P_{nb}$  เกิดการพังทลายแบบดุลยภาพ ( $e = e_b$ )

$P_n > P_{nb}$  เกิดการพังทลายด้วยแรงอัด ( $e < e_b$ )

เมื่อ  $P_n =$  แรงกระทำแนวแกน

$P_{nb} =$  แรงกระทำตามแนวแกนที่ดุลยภาพ.

$e_b =$  ระยะเบี่ยงศูนย์กลางแรงกระทำถึงจุดศูนย์กลางที่ดุลยภาพ

### 9.6 การพังทลายแบบดุลยภาพของเสาหน้าตัดสี่เหลี่ยม

ที่ระยะการเบี่ยงศูนย์กลางดุลยภาพ หน่วยความเครียดของเหล็กเสริมถึงจุดแตก ( $\epsilon_s = \epsilon_y$ ) และขณะเดียวกันหน่วยความเครียดของคอนกรีตถึงจุดประลัย ( $\epsilon_{cu} = 0.003$ ) และเริ่มแตกหัก

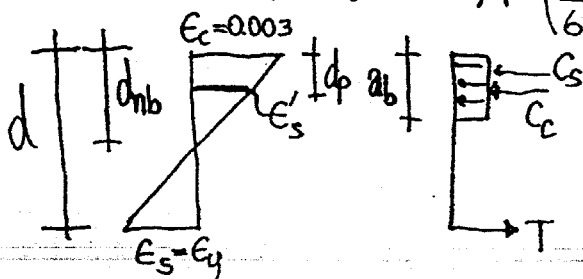
ใช้สามเหลี่ยมคล้าย และให้ขนาดลึกของระยะแกนสะเทินที่ดุลยภาพเป็น  $d_{nb}$  จากรูปที่ 9.3 จะได้ว่า

$$\frac{d_{nb}}{d} = \frac{0.003}{0.003 + f_y/E_s} \tag{9.11a}$$

เมื่อ  $E_s = 2.04 \times 10^6$  ksc. จะได้

$$d_{nb} = d \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right) \tag{9.11b}$$

แล้ว  $a_b = \beta_1 d_{nb} = \beta_1 d \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right) \tag{9.18}$



และจากสมการ (9.13) กับสมการ (9.14) เขียนใหม่ก็จุดจุดสมภาพจะได้

$$P_{nb} = 0.85f'_c b a_b + A_s f'_s - A_s f_y \quad (9.19)$$

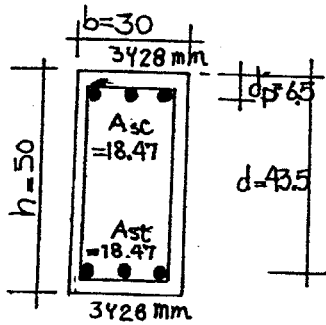
$$M_{nb} = P_{nb} \cdot e_b = 0.85f'_c b a_b \left(\bar{y} - \frac{a_b}{2}\right) + A_s f'_s (\bar{y} - d_p) + A_s f_y (d - \bar{y}) \quad (9.20)$$

เมื่อ

$$f'_s = 0.003 E_s \frac{d_{nb} - d_p}{d_{nb}} \ll f_y \quad (9.21)$$

และ  $\bar{y}$  เป็นระยะจากขอบผิวรับแรงอัดถึงศูนย์กลางมวลลัดติง จะมีค่าเท่ากับ  $0.5h$  เมื่อ  $A_{sc} = A_{st}$

ตัวอย่างที่ 9.4 ให้กำหนดกำลังอัดที่จุดสมภาพ,  $R_{nb}$  ของเสาต้นหนึ่งตัดสี่เหลี่ยมเสริมเหล็ก 6Y28 mm ดังรูป และคำนวณ  $e_b$  สำหรับเงื่อนไขขึงทฤษฎีแบบจุดสมภาพ เพื่อให้เสารับแรงกระทำร่วมระหว่างโมเมนต์ดัดและแรงตามแนวแกน กำหนดให้  $f'_c = 280 \text{ ksc}$  และ  $f_y = 4000 \text{ ksc}$ ,  $E_s = 2.04 \times 10^6 \text{ ksc}$



วิธีทำ จากสมการ (9.17b)

$$d_{nb} = d \left( \frac{6120}{6120 + f_y} \right)$$

$$= 43.5 \left( \frac{6120}{6120 + 4000} \right)$$

$$d_{nb} = 26.3 \text{ cm.}$$

$$a_b = \beta_1 d_{nb} = 0.85 \times 26.3 = 22.356 \text{ cm.}$$

$$f'_s = 6120 \left( \frac{26.3 - 6.5}{26.3} \right) = 4607 \text{ ksc}$$

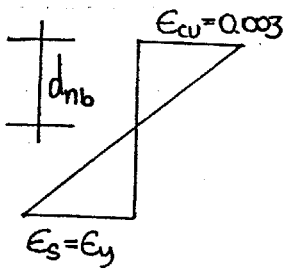
$$> f_y$$

ดังนั้น  $f'_s = f_y = 4000 \text{ ksc.}$

จากสมการ (9.19) จะได้

$$R_{nb} = 0.85 \times 280 \times 30 \times 22.356 + 18.47 \times 4000 - 18.47 \times 4000$$

$$= 159621.84 \text{ kg}$$



จากสมการ (9.20) และ  $\bar{y} = 0.5h = 25 \text{ cm}$ .

$$M_{nb} = [0.85 \times 280 \times 30 \times 22.356 (25 - \frac{22.356}{2}) + 18.47 \times 4000 (25 - 6.5) + 18.47 \times 4000 (43.5 - 25)] 10^2$$

$$= 49398.53 \text{ kgm}$$

ดังนั้น

$$e_b = M_{nb} / P_{nb} = \frac{49398.53 \times 100}{159621.84}$$

$$= 30.95 \text{ cm}$$

\* \*

\*

ในการคำนวณระยะเยื้องศูนย์กลางที่ดูสมภาพ อาจยุ่งยาก ดังนั้นจึงมีค่าเสนอแนะจาก ACI Code Commentary, ACI SP-10 มีสมการคำนวณอย่างประมาณดังนี้

$$e_b = (0.24 + 0.39 P_t m) h \quad \text{สำหรับเสาปลอกเหล็ก} \quad (9.22)$$

$$e_b = (0.20 + 0.77 P_t m) h \quad \text{สำหรับเสาปลอกเหล็ก} \quad (9.23)$$

เมื่อ  $P_t = A_s / A_g \quad (9.24)$

$$m = f_y / 0.85 f'_c \quad (9.25)$$

9.7 เหล็กดัดเสาเข็มเหล็กเสริมพังกะตยด้วยแรงดึงเป็นหลัก

ข้อจำกัดเริ่มแรกของการพังกะตยในกรณีของการเยื้องศูนย์กลาง เกิดขึ้นจากการคดกของเหล็กเสริมที่ต้านรับแรงดึง เริ่มจากการพังกะตยด้วยแรงอัดจนถึงแรงดึง ที่  $e = e_b$  ถ้า  $e$  มากกว่า  $e_b$  หรือ  $P_n < P_{nb}$  การพังกะตยจะเป็นไปตามการคดกเริ่มแรกของแอมดิ่งในเหล็กเสริม สมการ 9.13 และ 9.14 ค่าหน่วยแรง  $f_s$  ถูกแทนที่ด้วย  $f_y$  สำหรับเหล็กรับแรงดึง สำหรับหน่วยแรง  $f'_s$  ในเหล็กเสริมรับแรงอัด จะถึงจุดคดกหรือไม่คำนวณจากสมการ 9.16

โดยทั่วไปในทงปฏิบัติกรเสริมเหล็กรับแรงอัดจะเท่ากับเหล็กเสริมรับแรงดึง  $A_{st} = A_{sc}$  เพื่อป้องกันความเป็นไปได้ของการเปลี่ยนแปลง การเสริมต้านแรงอัดไปเป็นแรงดึง อาจเกิดจากการเปลี่ยนทงของแรงกระทำภายนอก เช่นแรงลม เป็นต้น

ทำให้ปริมาณเหล็กเสริมรับแรงอัด มีหน่วยแรงถึงจุดคานง ( $f'_s = f_y$ ) และ  $A_{st} = A_{sc}$  ฉะนั้นสมการ 9.13 และ 9.14 สามารถเขียนได้ว่า

$$P_n = 0.85f'_c b a \quad (9.26)$$

$$M_n = P_n \cdot e = 0.85f'_c b a \left(\bar{y} - \frac{a}{2}\right) + A_{st} f_y (\bar{y} - d_p) + A_{st} f_y (d - \bar{y}) \quad (9.27a)$$

หรือ ทำให้  $\bar{y} = h/2$

$$M_n = 0.85f'_c b a \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + A_{st} f_y (d - d_p) \quad (9.27b)$$

ด้วยวิธีการรวมกันระหว่างสมการ <9.26> กับ <9.27b> เป็นสมการเดียว  
จะได้ดังนี้

$$P_n e = P_n \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + A_{st} f_y (d - d_p) \quad (9.27c)$$

เพราะว่า  $a = P_n / (0.85f'_c b)$  จากสมการ (9.26)

$$P_n e = P_n \left(\frac{h}{2} - \frac{P_n}{1.7f'_c b}\right) + A_{st} f_y (d - d_p) \quad (9.27d)$$

$$P_n e = P_n \frac{h}{2} - \frac{P_n^2}{1.7f'_c b} + A_{st} f_y (d - d_p)$$

$$\frac{P_n^2}{1.7f'_c b} - P_n \left(\frac{h}{2} - e\right) - A_{st} f_y (d - d_p) = 0 \quad (9.27e)$$

$$\text{และ } p = \frac{A_{st}}{bd} = \frac{A_{sc}}{bd} \quad (9.27f)$$

$$P_n = 0.85f'_c b \left[ \left(\frac{h}{2} - e\right) + \sqrt{\left(\frac{h}{2} - e\right)^2 + \frac{2A_{st} f_y (d - d_p)}{0.85f'_c b}} \right] \quad (9.28)$$

หรือ แทนค่า  $m = f_y / 0.85f'_c$  จะได้

$$P_n = 0.85f'_c b d \left[ \frac{h - 2e}{2d} + \sqrt{\left(\frac{h - 2e}{2d}\right)^2 + 2mp(1 - d_p/d)} \right] \quad (9.29)$$

แทนที่ระยะเชิงศูนย์  $e$  (ระยะระหว่างศูนย์ถ่วงพลาสต์ิกกับน้ำหนักกระทำ)  
ด้วย  $e'$  (ระยะระหว่างเหล็กเสริมรับแรงดึงกับน้ำหนักกระทำ) ดังนั้นสมการ (9.29)  
เขียนใหม่จะได้

$$P_n = 0.85f'_c b d \left[ \left(1 - \frac{e'}{d}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + 2mp(1 - d_p/d)} \right] \quad (9.30)$$

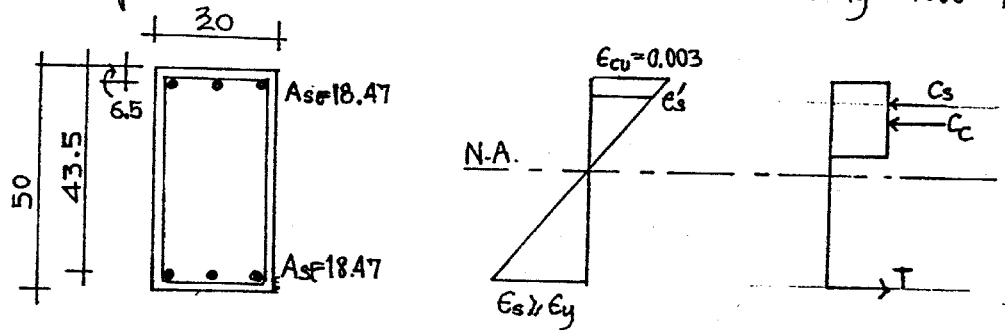
$e' = [e + (d - h/2)]$  และ  $(h - 2e)/2d = 1 - e'/d$  พิสูจน์ตามรูปที่ 9.3

ในการนี้ที่การเสริมเหล็กไม่เท่ากันคือ  $P \neq P_p$  และคอนกรีตถูกแทนที่ด้วยเหล็กเสริมรับแรงอัด ดังนั้นแรงต้านถูกเป็นส่วนคือส่วนที่ต้านด้วยคอนกรีต จะเปลี่ยนจาก  $0.85f'_c b d$  เป็น  $0.85f'_c (b a - A_s)$  ในสมการ 9.26 และ 9.27a ดังนั้นสมการ 9.29 จะเป็น

$$P_n = 0.85f'_c b d \left[ P_p(m-1) - P_m + (1 - e'/d) \right] + \sqrt{(1 - e'/d)^2 + 2 \left[ \frac{e'}{d} (P_m - P_p m + P_p) + P_p(m-1) \left( 1 - \frac{d_p}{d} \right) \right]} \quad (9.31)$$

เมื่อ  $e'$  เป็นระยะระหว่างแรงตามแนวแกน  $P_n$  กับเหล็กเสริมรับแรงดึง และสมการ (9.29) กับ 9.30 จะให้ค่าถูกต้องเมื่อหน่วยแรงเหล็กเสริมรับอัดถึงจุดคดงเท่านั้น

**ตัวอย่างที่ 9.5** กำหนดขนาดกำลังรับแรงอัดของเสาต้นหน้าตัดสี่เหลี่ยม ซึ่งกระทำเยื้องศูนย์กลาง  $e = 35$  cm กำหนดให้  $f'_c = 280$  ksc และ  $f_y = 4000$  ksc.



วิธีทำ จากต.ย. 9.4 จะได้  $e_b = 30.95$  cm  $< e = 35$  cm นั่นคือกาพังทลายเกิดขึ้นเมื่อถึงจุดคดงเริ่มแรกของเหล็กเสริมแรงดึง

$$P = P_p = \frac{A_s}{b d} = \frac{18.47}{(30 \times 43.5)} = 0.0142$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = \frac{4000}{(0.85 \times 280)} = 16.81$$

$$\frac{h - 2e}{2d} \text{ หรือ } \frac{1 - e'}{d} = \frac{50 - 2 \times 35}{2 \times 43.5} = -0.2299$$

$$1 - \frac{d_p}{d} = 1 - \frac{6.5}{43.5} = 0.851$$

จากสมการ 9.29 จะได้

$$P_n = 0.85 \times 280 \times 30 \times 43.5 \left[ (-0.2299) + \sqrt{(-0.2299)^2 + 2 \times 16.81 \times 0.0142 \times 0.851} \right]$$

$$= 139047.26 \text{ kg.}$$

$$a = \frac{P_n}{0.85 f'_c b} = \frac{139047.26}{0.85 \times 280 \times 30} = 19.47 \text{ cm.}$$

$$\Rightarrow d_n = 19.47 / 0.85 = 22.91 \text{ cm.}$$

$$f'_s = 6120 \left( \frac{22.91 - 6.5}{22.91} \right) = 4383.65 \text{ ksc} > f_y$$

ดังนั้น  $f'_s = f_y = 4000 \text{ ksc}$

ดังนั้น จะได้  $P_n = 139047.26 \text{ kg.}$  \*

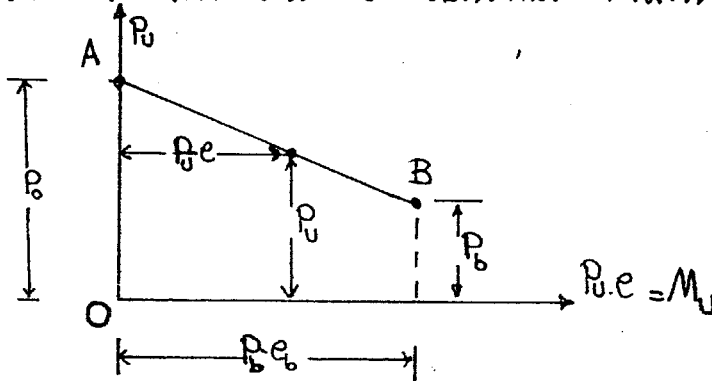
### 9.8 เส้นหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่รับแรงอัด

ถ้าแรงอัดประลัยที่กระทำต่อเส้นมีค่ามากกว่ากำลังต้านทานที่สมารถสมดุล หมายถึงว่าเกิดการพังทลายได้ด้อยแรงอัด หรือการรอกแบบบอญุ่ภายใต้แรงอัด ( $P_n > P_b$ ) หน่วยแรงของเหล็กเสริมน้อยกว่ากำลังคดก ( $f_s < f_y$ ) กล่าวคือ

$$f_s = 0.003 E_s \left( \frac{\beta d - a}{a} \right) \tag{9.32}$$

( $e < e_b$ )

ตามสัมพันธระนาบ  $P_e$  และ  $P_e \cdot e$  เป็นลักษณะเชิงเส้น พิจารณารูปที่ 9.4



รูปที่ 9.4 การพังทลายด้วยแรงอัดที่เป็นเชิงเส้น.

ที่จุดการพังทลายของเส้นตรง AB ต้องกระทำ  $P_u$  เกือบสามเหลี่ยม  
กลับไปได้ดังนี้

$$P_u = P_o - (P_o - P_b) \frac{P_u \cdot e}{P_b \cdot e_b}$$

$$\therefore P_u = \frac{P_o}{1 + (P_o/P_b - 1)e/e_b} \quad (9.33)$$

เมื่อ  $P_o = \phi \{ 0.85 f'_c (A_g - A_{sl}) + A_{sl} f_y \}$  (9.34)

และการออกแบบเสาโดยทั่วไปจะเสริมเหล็กรับแรงดึงและแรงอัดเท่ากัน  
( $p = p_p$ ) และค่าลดทอน Whitney ได้พัฒนาสมการหาค่ากำลังต้านทานของ  
เสา พิจารณาค่าโมเมนต์ต้านทานได้ดังนี้

$$P_u (e + d + h/2) = A_{sl} f_y (d - d_p) + \frac{1}{3} f'_c b d^2$$

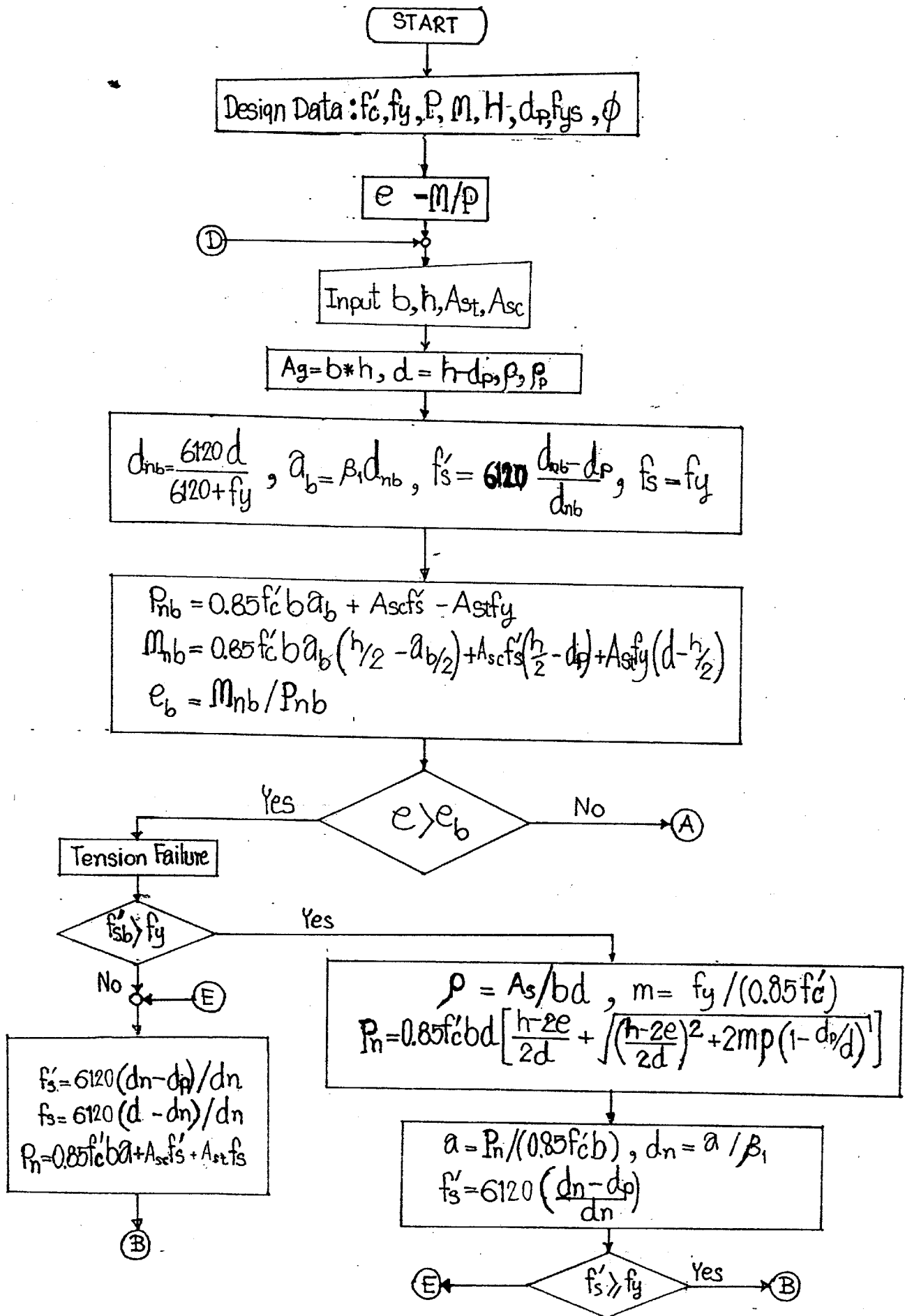
$$\therefore P_u = \frac{A_{sl} f_y}{[e/(d - d_p) + 0.5]} + \frac{f'_c b h}{\frac{3he}{d^2} + \frac{6dh - 3h^2}{2d^2}} \quad (9.35)$$

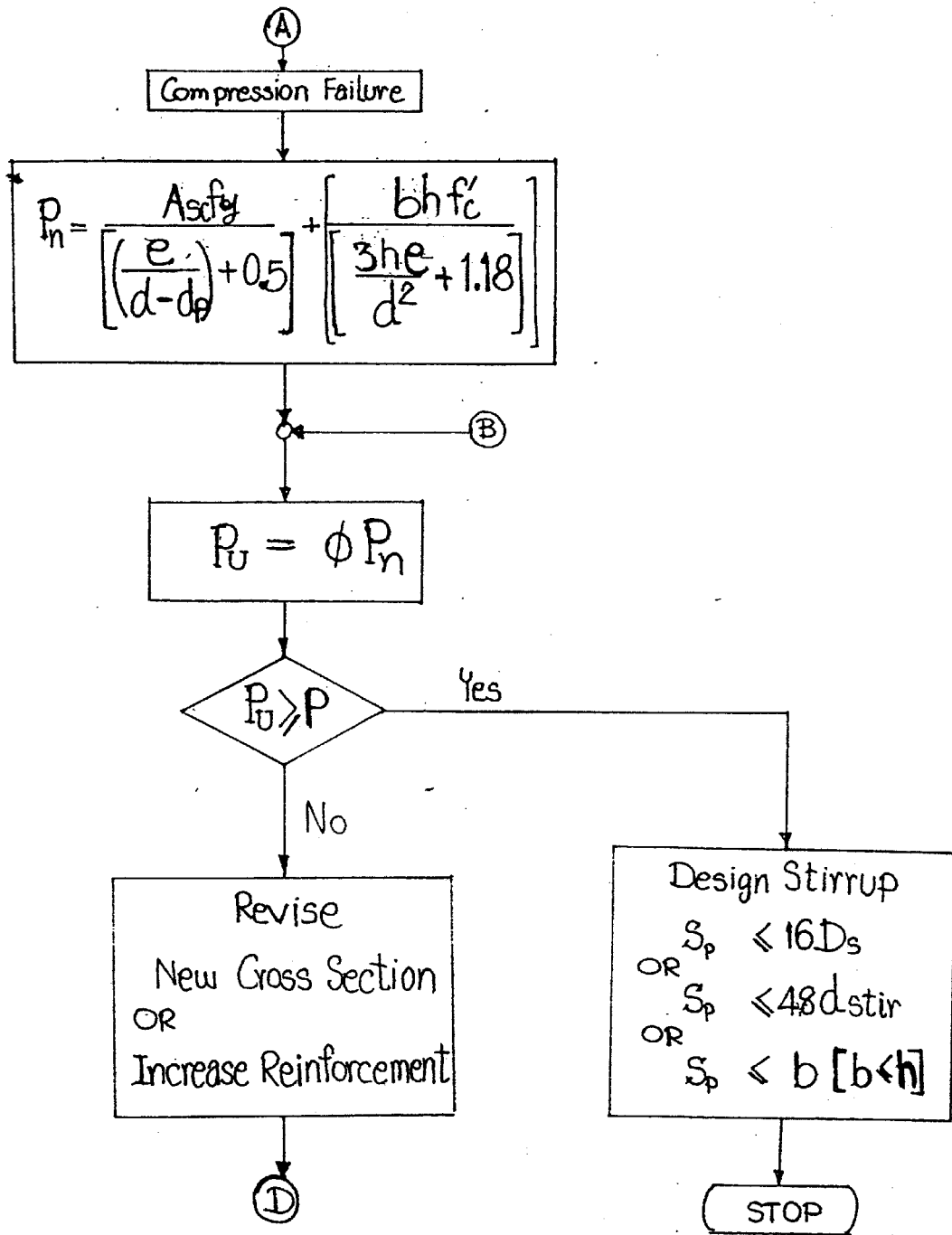
หรือ

$$P_u = \phi \left\{ \frac{A_{sl} f_y}{\frac{e}{d - d_p} + 0.5} + \frac{b h f'_c}{\frac{3he}{d^2} + 1.18} \right\} \quad (9.36)$$

ขั้นตอนการคำนวณหาค่ากำลังต้านทานของเสาหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้แสดง  
ในรูปที่ 9.5 และเป็นขั้นตอนการออกแบบด้วย.







รูปที่ 9.5 อัตราการออกแบบเสาต้นหนึ่งกำลังเพิ่มขึ้นเล็กน้อย

ตัวอย่างที่ 9.6 เสาต้นรับแรงอัดประลัย 155 Ton และโมเมนต์ดัด  
 ประลัย 4.65 Ton-m ให้หาขนาดหน้าตัดเสาสี่เหลี่ยมจตุรัสที่  
 อัตราส่วนปริมาณเหล็กเสริมไม่เกิน 3% ( $p_t = 0.03$ ) กำหนด  
 $f'_c = 210 \text{ ksc}$  และ  $f_y = 4000 \text{ ksc}$  เป็นเสาปลอกเดี่ยว

วิธีทำ 1) สมมติขนาดเสา  $b = h = 30 \text{ cm}$ .

$d = 25 \text{ cm}$  และ  $d_p = 5 \text{ cm}$ .

กำหนด  $p_t = 0.03$

$M_u = 1619.1$

$P_u = 2848.35$

2) หาจุดศูนย์กลาง  $e$

$$e = \frac{M_u}{P_u} = \frac{465 \text{ Ton-m}}{155 \text{ Ton}} = 3 \text{ cm}$$

$$e_b = (0.20 + 0.77 p_t m) h$$

$$= \left( 0.20 + \left( 0.77 \times 0.03 \times \left( \frac{4000}{0.85 \times 210} \right) \right) \right) 30$$

$$= 21.53 \text{ cm}$$

$e_b = 21.53 > e = 3.0 \text{ cm}$  แสดงว่าเป็น Compression Control

3) หา  $A_{sc}$  จากสมการที่ (9.36)

$$P_u = \phi \left[ \frac{A_{sc} f_y}{\frac{e}{d-d_p} + 0.5} + \frac{A_g f'_c}{\frac{3he}{d^2} + 1.18} \right]$$

$$\left( \frac{P_u}{\phi} - \frac{A_g f'_c}{\frac{3he}{d^2} + 1.18} \right) \times \frac{e}{d-d_p + 0.5} = A_{sc} f_y$$

$$d - d_p = 25 - 5 = 20 \quad ; \quad \frac{3he}{d^2} = \frac{3 \times 30 \times 3}{(25)^2} = 0.432$$

$$P_n = \frac{P_u}{\phi} = \frac{155}{0.7} = 221.42857 \text{ Ton}$$

$$221428.57 = \left( \frac{4000 A_{sc}}{\frac{3}{20} + 0.5} \right) + \left( \frac{(30)^2 \times 210}{0.432 + 1.18} \right)$$

$$= 6153.8461 A_{sc} + 117245.65$$

$$A_{sc} = \frac{104182.92}{6153.8461} = 16.93 \text{ cm}^2$$

เลือกได้ 3DB28 mm ให้  $A_{sc} = 18.48 \text{ cm}^2$

$$\left( \frac{3 \times 314 \times 28^2}{4 \times 10^4} \right) 3 \times 0.785 \times$$

$$(3 \times 0.785 \times 28^2 / 100)$$

$$\text{แก้: } A_{st} = A_{sc} = 18.48 \text{ cm}^2$$

$$\text{ดังนั้น } A_s = A_{st} + A_{sc} = 2 \times 18.48 = 36.96 \text{ cm}^2$$

$$\rho_t = \frac{A_s}{A_g} = \frac{36.96}{30 \times 30} = 0.041$$

4) ตรวจสอบขนาดและกำลังกั้นทน

จากสมการที่ (9.33)

$$P_u = \frac{P_o}{1 + (P_o/P_b - 1)e/e_b}$$

โดยที่

$$P_o = \phi [0.85f'_c (A_g - A_s) + A_s f_y]$$

$$= 0.7 [(0.85 \times 210 ((900) - 36.96)) + (36.96 \times 4000)]$$

$$= 211324.84 \text{ kg}$$

$$P_b = \phi [0.85f'_c b a_b + A_{sc} f_y - A_{st} f_y]$$

$$a_b = \beta_1 \frac{6120d}{6120 + f_y} = 0.85 \times \frac{6120 \times 25}{6120 + 4000} = 12.85 \text{ cm.}$$

$$\therefore P_b = 0.7 [0.85 \times 210 \times 30 \times 12.85 + 18.48 \times 4000 - 18.48 \times 4000]$$

$$= 48168.225 \text{ kg.}$$

$$M_b = \phi [0.85f'_c b a_b (\bar{y} - \frac{a_b}{2}) + A_{sc} f_y (\bar{y} - d_p) + A_{st} f_y (d - \bar{y})]$$

$$\bar{y} = 0.5h = 0.5 \times 30 = 15 \text{ cm}$$

$$\therefore M_b = 0.7 [0.85 \times 210 \times 30 \times 12.85 (15 - 0.5 \times 12.85) + 18.48 \times 4000 (15 - 5)$$

$$+ 18.48 \times 4000 (25 - 15)]$$

$$= 0.7 [590,060.75 + 739,200 + 739,200]$$

$$M_b = 1,447,922.4 \text{ kg-cm.}$$

$$\text{ดังนั้น } e_b = \frac{M_b}{P_b} = \frac{1447922.4}{48168.225} = 30.06 \text{ cm} > e = 3 \text{ cm}$$

จ:ได้

$$P_u = \frac{211324.84}{1 + \left( \frac{211324.84}{48168.225} - 1 \right) \frac{3}{30.06}}$$

$$= 157,935.37 \text{ kg}$$

$$= 157.94 \text{ Ton}$$

> 155 Ton ก็กระทำจริง

แสดงว่า ขนาดหน้าตัด  $b=30 \text{ cm}$   $h=30 \text{ cm}$  มีความปลอดภัย  
ต่อกรับน้ำหนักบรรทุกกระทำ 155 Ton

ดังนั้น เลือกใช้เหล็กปลอกเดี่ยว RB6 mm

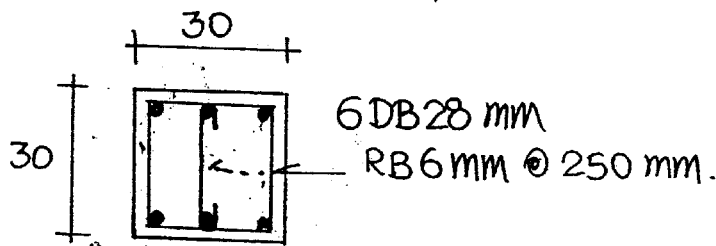
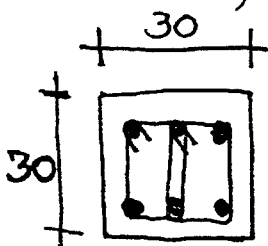
$$S_p = 16 d_b = 16 \times 2.8 = 44.8 \text{ cm}$$

$$\text{หรือ } S_p = 48 d_{sb} = 48 \times 0.6 = 28.8 \text{ cm}$$

$$\text{หรือ } S_p = 30 \text{ cm}$$

เลือกค่าน้อยที่สุด จ:ได้ 28.8 cm แต่ในทางปฏิบัติอาจใช้  
 $S_p = 25 \text{ cm}$  ได้

5) แสดงรายละเอียด



## 9.9 การออกแบบเสาที่เรียงเหล็กขึ้นเป็นรูปวงกลม

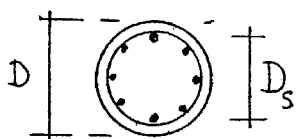
### 9.9.1 เสาที่มีขนาดหน้าตัดกลม (Circular Columns)

1) กรณีแรงอัดเป็นหลัก ( $e < e_b$ ) ( $P_n > P_b$ )

$$P_n = \frac{A_s f_y}{\frac{3e}{D_s} + 1} + \frac{A_g f'_c}{\left(\frac{9.6De}{[0.8D + 0.67D_s]^2}\right) + 1.18} \quad (9.37)$$

2) กรณีหักท:สายดัดรับแรงดึงเป็นหลัก ( $e > e_b$ ,  $P_n < P_b$ )

$$P_n = 0.85 f'_c D^2 \left\{ \sqrt{\left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)^2 + \frac{A_m D_s}{2.5D}} - \left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right) \right\} \quad (9.38)$$



เมื่อ  $D$  = ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเสา

$D_s$  = ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของตำแหน่งจุดศูนย์กลางของเหล็กขึ้น

$P_t$  = อัตราส่วนปริมาณเหล็กเสริมทั้งหมดเป็น  $A_s$  ต่อพื้นที่หน้าตัดทั้งหมดเป็น  $A_g$  ของเสากกลม

### 9.9.2 เสาที่มีขนาดหน้าตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัส (Square Columns)

1) กรณีหักท:สายดัดรับแรงอัดเป็นหลัก

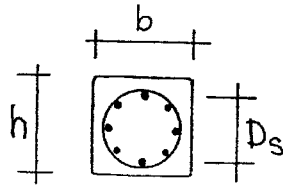
$$P_n = \frac{A_s h f_y}{\frac{3e}{D_s} + 1} + \frac{A_g f'_c}{\left(\frac{12he}{(h + 0.67D_s)^2}\right) + 1.18} \quad (9.39)$$

2) กรณีพังก: สายตยแรงดึงเป็นหลัก

9/21

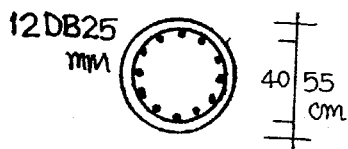
$$P_n = 0.85 f'_c b h \left\{ \sqrt{\left(\frac{e}{h} - 0.5\right)^2 + 0.67 \frac{D_s}{h} \rho_t m} - \left(\frac{e}{h} - 0.5\right) \right\}$$

(9.40)

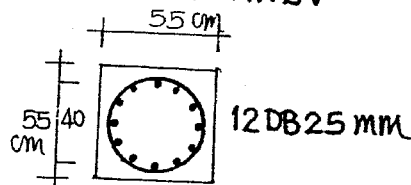


เมื่อ  $b$  = ความกว้างของเสา  
 $h$  = ความลึกของเสา

ตัวอย่างที่ 9.7 จงคำนวณกำลังต้านทานการรับน้ำหนักบรรทุกของเสา  
 ขนาดหน้าตัดตั้งรูป กำหนด  $f'_c = 210$  ksc,  $f_y = 3000$  ksc เด: แรงลมแนว  
 แกนกระทำเอียงคู่แม่  $e = 25$  cm เป็นเสาปลอกเกลีชม



(a) เสากลม



(b) เสาสี่เหลี่ยมจตุรัส

วิธีทำ 1) ตรวจสอบค่า  $e$  รูป (a)  
 ตามสมการที่ (9.22)

$$e_b = (0.24 + 0.39 \rho_t m) h$$

$$\rho_t = \frac{A_s}{A_g} ; m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} \quad h = D = 55 \text{ cm}$$

$$A_s = 12 \times 4.91 = 58.92 \text{ cm}^2$$

$$A_g = \frac{\pi}{4} (55)^2 = 2374.625 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \rho_t = \frac{58.92}{2374.625} = 0.02481$$

$$m = \frac{3000}{0.85 \times 210} = 16.81$$

$$e_b = (0.24 + 0.39 \times 0.02481 \times 16.81) 55 = 22.146 \text{ cm}$$

25 > 22.146 cm  
 ปรากฏว่า  $e > e_b$  แสดงว่าต้องออกแบบด้วยแรงดึงเป็นหลัก  
 (Tension Control)

2) จากสมการที่ (9.38)

$$P_n = 0.85 f'_c D^2 \left\{ \sqrt{\left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)^2 + \frac{\rho_t m D_s}{2.5D}} - \left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right) \right\}$$

$$\frac{0.85e}{D} - 0.38 = \frac{0.85 \times 25}{55} - 0.38 = 0.006364$$

$$D_s = 40 \text{ cm}$$

$$\frac{\rho_t m D_s}{2.5D} = \frac{0.02481 \times 16.81 \times 40}{2.5 \times 55} = 0.1213254$$

จะได้

$$P_n = 0.85 \times 210 \times 55^2 \left\{ \sqrt{(0.006364)^2 + 0.1213254} - 0.006364 \right\}$$

$$= 184,673.57 \text{ kg}$$

$$P_u = \phi P_n = 0.75 \times 184,673.57 = 138,505.17 \text{ kg} \quad *$$

$$M_u = P_u e = 138,505.17 \times 0.25 = 34,626.29 \text{ kg m} \quad *$$

⇒ ฎ(บ) ตรวจสอบค่า  $e$

$$e_b = (0.24 + 0.39 \rho_t m) h \quad ; \quad h = 55 \text{ cm}$$

$$\rho_t = \frac{58.92}{55 \times 55} = 0.0195$$

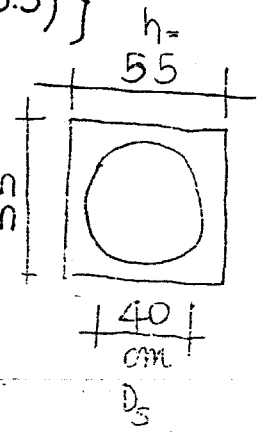
$$e_b = (0.24 + 0.39 \times 0.0195 \times 16.81) 55 = 20.23 \text{ cm}$$

ปรากฏว่า  $e = 25 > e_b = 20.23 \text{ cm}$  แสดงว่าเป็นแบบ Tension Control  
 จากสมการที่ (9.40)

$$P_n = 0.85 f'_c b h \left\{ \sqrt{\left(\frac{e}{h} - 0.5\right)^2 + 0.67 \frac{D_s \rho_t m}{h}} - \left(\frac{e}{h} - 0.5\right) \right\}$$

$$\frac{e}{h} - 0.5 = \frac{25}{55} - 0.5 = -0.0454545$$

$$0.67 \frac{D_s \rho_t m}{h} = 0.67 \times \frac{40}{55} \times 0.0195 \times 16.81 = 0.1597255$$





$$P_n = 0.85 \times 210 \times 55^2 \left\{ \sqrt{(-0.0454545)^2 + 0.1599255} - (-0.0454545) \right\}$$

$$= 241,734.54 \text{ kg}$$

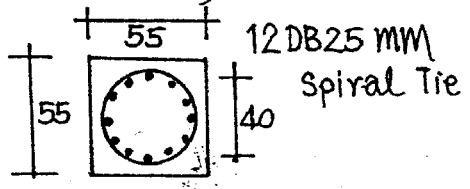
$$\therefore P_u = \phi P_n = 0.75 \times 241,734.54 = 181,300.9 \text{ kg. } \times$$

$$M_u = P_u \cdot e = 181,300.9 \times 0.25 = 45,325.225 \text{ kg.m. } \times$$

ตาราง (๑) และ (๒) นำเปรียบเทียบกันกับการรับกำลัง  $P_u$  พบว่า รูป (๒) สามารถรับกำลังได้สูงกว่า เนื่องจากพื้นที่หน้าตัดของเสาเพิ่มขึ้น

ตัวอย่างที่ ๑.๘ เสาสั้น มีขนาดหน้าตัดตั้งแสดงในรูป เสริมเหล็ก 12 DB25 mm เป็นเสาปลอกเกลียว รับ  $P_u$  มีค่าเป็นเท่าไร ถ้ากระทำเป็นคานรับ  $e = 7.5 \text{ cm}$

ให้  $f'_c = 210 \text{ ksc}$ ,  $f_y = 3000 \text{ ksc}$



วิธีทำ

จากตัวอย่างที่ ๑.๗ รูป (๒)

$$P_t = 0.0195 \quad m = 16.81 \quad \text{และ} \quad e_b = 20.23 \text{ cm.}$$

ปรากฏว่า  $e < e_b$  ( $7.5 < 20.23$ ) แสดงว่าเป็นแบบ Compression Control จากสมการที่ (๑.๓๙)

$$P_n = \frac{A_s f_y h}{\frac{3e}{D_s} + 1} + \frac{A_g f'_c}{\left( \frac{12he}{(h + 0.67D_s)^2} \right) + 1.18}$$

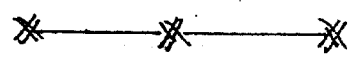
$$\frac{3e}{D_s} + 1 = \frac{3 \times 7.5}{40} + 1 = 1.5625$$

$$\left( \frac{12he}{(h + 0.67D_s)^2} \right) + 1.18 = \frac{12 \times 55 \times 7.5}{(55 + 0.67 \times 40)^2} + 1.18 = 1.9198$$

$$\therefore P_n = \frac{58.92 \times 3000 \times 55}{1.5625} + \frac{55 \times 55 \times 210}{1.9198} = 444,020.26 \text{ kg.}$$

$$P_u = \phi P_n = 0.75 \times 444,020.26 = 333,015.2 \text{ kg. } \times$$

$$M_u = P_u \cdot e = 333,015.2 \times 0.075 = 24,976.139 \text{ kg.m. } \times$$



## 9.10 ข้อกำหนดการออกแบบเสา (Specification of Columns) <sup>9/24</sup>

ในการออกแบบเสาคอนกรีตเสริมเหล็กตามมาตรฐานว.ส.ท. 1008-38 ได้กำหนดไว้เป็นดังนี้

1) อัตราส่วนปริมาณเหล็กเสริมทั้งหมดต่อพื้นที่หน้าตัดทั้งหมดของเสา ต้องเป็นไปตามนี้

$$0.01 \leq \rho_t = \frac{A_s}{A_g} \leq 0.08 \quad (9.41)$$

เมื่อ  $A_s = A_{st} + A_{sc}$

$A_{st}$  = ปริมาณเหล็กเสริมรับแรงดึง

$A_{sc}$  = ปริมาณเหล็กเสริมรับแรงอัด

$A_g$  = พื้นที่หน้าตัดทั้งหมดของเสา

แฉะ: ให้ใช้ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเหล็กเสริมได้ต่ำสุด 12 mm. ที่เสริมเรียงเป็นเหล็กชั้น หรือเหล็กแกน ในกรณีที่เป็นเสาปลอกเดี่ยวต้องมีเหล็กชั้นอย่างน้อย 4 เส้น แฉะ: ในกรณีที่เป็นเสาปลอกเกลียว (Spiral) ต้องมีเหล็กชั้นอย่างน้อย 6 เส้น

2) ระยะ: คอนกรีตหุ้มผิวเหล็กที่หล่อเป็นเนื้อเดียวกันกับแกนคอนกรีตของเสาปลอกเดี่ยว แฉะ: ปลอกเกลียว ต้องมีคานหนาไม่น้อยกว่า 3.5 cm หรือ 1.34 เท่าของขนาดโตสุดของหิน

3) ระยะ: ช่องว่างระหว่างเหล็กชั้นเป็น  $S_{pd}$

$$S_{pd} \geq 1.5 d_b$$

หรือ  $S_{pd} \geq 1.34 d_r$

(9.42)

หรือ  $S_{pd} \geq 4 \text{ cm.}$

เมื่อ  $d_b$  = ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเหล็กชั้น

$d_r$  = ขนาดโตสุดของหิน

## 4 เสาปลอกเดี่ยว

(1) ร.ย.ห่าง  $S_p$ 

$$S_p \leq 16 d_b$$

$$\text{หรือ } S_p \leq 48 d_{sb}$$

(9.43)

$$\text{หรือ } S_p \leq b$$

เมื่อ  $d_{sb}$  = ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเหล็กปลอก $b$  = ความกว้างฐานเดือยของเสา กรณีเสาคกลม  $b = D$ 

(2) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเหล็กที่เสริมในเสา

$$d_{sb} \geq 6 \text{ mm สำหรับ } d_b \leq 20 \text{ mm}$$

$$d_{sb} \geq 9 \text{ mm สำหรับ } d_b \leq 32 \text{ mm}$$

5) เสาปลอกเดี่ยวที่มีพื้นที่หน้าตัดใหญ่กว่าที่ตอกทึบในกรณีน้ำหนักบรรทุกมาก ๆ ให้ใช้  $0.5 A_g$  สำหรับคำนวณกำลังต้านทานในการออกแบบและหาปริมาณเหล็กเสริมน้อยที่สุด

## 6) เสาปลอกเกลียว (Spiral Columns)

$$\rho_s = 0.45 \left[ \frac{A_g}{A_c} - 1 \right] \frac{f'_c}{f_{ys}} \quad (9.44)$$

เมื่อ  $\rho_s$  = อัตราส่วนของเหล็กปลอกเกลียว ระหว่าง ปริมาตรของเหล็กปลอกเกลียว กับ ปริมาตรของ แกนเสา ซึ่งวัดที่ขอบนอกของเหล็กปลอกเกลียว

 $A_g$  = พื้นที่หน้าตัดทั้งหมดของเสาปลอกเกลียว $A_c$  = พื้นที่หน้าตัดของแกนคอนกรีตที่วัดถึงขอบนอกของเหล็กปลอกเกลียว $f_{ys}$  = กำลังคานของเหล็กปลอกเกลียว

$$\leq 4000 \text{ ksc.}$$

7) การจัดระยะห่างของเหล็กปลอกเกลียว

9/26

$$2.5 \leq S_p \leq 7.5 \text{ cm} \quad (9.45)$$

• หรือ  $S_p = 1.34 d_r$  หรือ  $S_p = \frac{A_{sa} \pi (D - d_{sb})}{\rho_s A_c}$  (9.45a)

แฉะ:  $d_{sb} \gg 9 \text{ mm}$ ,  $A_{sa}$  = พื้นที่หน้าตัดเหล็กปลอก

8) การต่อเหล็กขึ้นหรือเหล็กแกนในเสา

(1) ต่อโดยวิธีทาบ เมื่อ  $d_b \leq 36 \text{ mm}$  หรือ

(2) ต่อโดยวิธีเชื่อม หรือ

(3) ต่อโดยวิธีทาบกด

การต่อเหล็กขึ้นให้ต่อที่ระดับล่างของพื้นแต่ละชั้น หากต้องต่อเหล็กขึ้นโดยการดัดเหล็กให้มีความลาดเชิงได้ไม่เกิน 1:6 เมื่อเทียบกับแกนเสา โดยที่เหล็กบนแต่ละข้างของส่วนที่ดัดต้องขนานกับแกนเสา และต้องมีเหล็กปลอกยึดตรงเพียงพอ

ทุกหน้าเสาชั้นใดชั้นหนึ่งมีระยะเชื่อมกันตั้งแต่ 7.5 cm ขึ้นไป เช่นการดัดขนาดหน้าตัดเสา ทับต่อเหล็กที่หน้าเสานั้นโดยวิธีดัดเหล็กแต่ละขนาดให้ต่อโดยวิธีทาบด้วยเสริมเหล็กเพิ่มเป็นได้

9) ความยาวของระยะต่อเหล็กขึ้นของเหล็กข้ออ้อยแรงอัด

$$l_d = 0.007 d_b f_y \gg 30 \text{ cm.} \quad (9.46)$$

เมื่อ  $f_y \leq 4000 \text{ ksc.}$

หรือ  $l_d = (0.013 f_y - 24) d_b \gg 30 \text{ cm.} \quad (9.47)$

เมื่อ  $f_y > 4000 \text{ ksc.}$

ถ้า  $f'_c < 210 \text{ ksc.}$  ให้เพิ่มระยะทาบอีก 1/3 ที่กำหนดได้จากสมการที่ (9.46) หรือ (9.47) ตั้งแต่กรณี

10) ระยะเชิงค่อนรับต่ำสุดเป็น  $e_{min} \gg 2.5 \text{ cm.}$

$e_{min} = 0.1 h$  สำหรับปลอกเดี่ยว

$e_{min} = 0.05 h$  สำหรับปลอกเกลียว

เมื่อ  $h$  = ความลึกของเสาชั้นที่รับโมเมนต์ดัด แฉะ:  $h = D$  เมื่อ

หน้าตัดเป็นเสากลม

9/27

การคำนวณระยะเชิงศูนย์กลางให้ใช้กับเสาที่รับน้ำหนัก  
บรรทุกตามแนวแกนตั้งเนื่องจากกากระทำจริงเสาแต่ละต้นอาจ  
เกิดการเอียงศูนย์กลาง แต่ให้ใช้ค่าดังกล่าวเป็นค่าควบคุมระยะเชิง  
ศูนย์กลางสำหรับที่รับน้ำหนักบรรทุกเชิงศูนย์กลาง

## 10

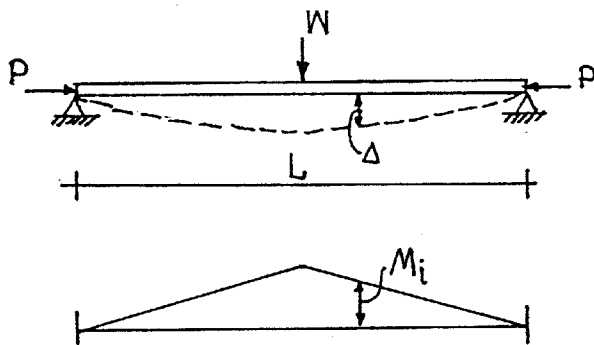
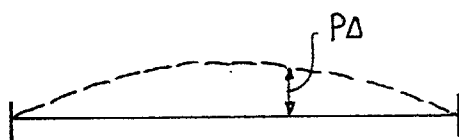
## เสายาว

## LONG COLUMNS

## 10.1 กล่าวนำ

เสาที่มีขนาดหน้าตัดน้อยเมื่อเทียบกับความยาวช่วงของเสา เรียกว่า เสายาว (Long Columns or Slender Columns) โดยทั่วไปจะพิจารณาในรูปของความยาวช่วงประสิทธิผล (Effective Length) ต่อรัศมีจอร์ชันของหน้าตัดเสา (Radius of gyration) เรียกว่า อัตราส่วนความชะลูด (Slenderness ratio) ซึ่งเขียนเป็น  $kl/r$  เมื่อ  $k$  เป็นตัวคูณประกอบความยาวประสิทธิผล  $L_e$  เป็นความยาวช่วงของเสาที่ปราศจากการค้ำยัน (Unbraced length) และ  $r$  เป็นรัศมีจอร์ชันของหน้าตัดเสา จากการทดสอบปรากฏว่า กำลังต้านทานของเสาจะลดลงเมื่ออัตราส่วนความชะลูดมีค่ามากขึ้นและเกิดการพังทลายหรือวิบัติ (Failure) เนื่องจากการโก่งคาะทางด้านข้าง (Lateral buckling) เมื่อเสาต้องรับแรงอัดและแรงคดที่มีค่ามาก การโก่งคาะ (Buckling) ของเสาที่กล่าวถึงนี้จะทำให้เกิดโมเมนต์คดเพิ่มขึ้นหรือโมเมนต์คดทุติยภูมิ (Secondary bending moment) เป็น  $P\Delta$  เพิ่มขึ้นจากโมเมนต์คดเริ่มแรกหรือโมเมนต์คดปฐมภูมิ (Primary bending moment) เป็น  $M_1$  ดังแสดงในรูปที่ 10.1 ซึ่งจะทำให้กำลังต้านทานการรับน้ำหนักบรรทุกประลัย (Ultimate load) ของเสาตกลงจากที่คำนวณได้ตามหลักการที่กล่าวถึงในบทที่ 9

การนำวิธีกำลัง (Strength Design Method, SDM) มาใช้ในการออกแบบซึ่งจะใช้กำลังสูงสุดของคอนกรีตและเหล็กจึงต้องใช้อัตราส่วนความชะลูดมาพิจารณาคด้วย ถ้าอัตราส่วนความชะลูด  $kl/r < 20$  ถือเป็นเสาดั้งตามรายละเอียดที่กล่าวไว้ในบทที่ 9 หากว่า  $kl/r$  สูงมากจนถึง 70 ต้องพิจารณาคกำลังรับแรงลงเนื่องจากการโก่งคาะและโมเมนต์คดที่เพิ่มขึ้น ในการออกแบบโครงสร้างอาจยอมให้มีความหยุ่นตัวหรือฟลักซิบิลิตี้ (Flexibility) ได้แต่ต้องกำหนดให้มีความพอเพียงสำหรับการหาคำลังทุกอัตราส่วนความชะลูด

a)  $M_i$  = Primary bending momentb)  $P\Delta$  = Secondary bending moment

รูปที่ 10.1 โมเมนต์ดัดเริ่มแรกและ โมเมนต์ที่เพิ่มขึ้น

## 10.2 การพิจารณาค่ารัศมีไจเรชั่น (Determined of Radius of gyration)

ในการคำนวณออกแบบเสาตามที่กล่าวมานั้น จะต้องพิจารณาค่ารัศมีไจเรชั่น ( $r$ ) ซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญที่มีผลกระทบต่อกรากำกำลังรับน้ำหนักบรรทุกทุกของเสายาว ตามมาตรฐาน ว.ส.ท. 1008—38 ข้อ 4.3(ค) กำหนดให้หาค่ารัศมีไจเรชั่น โดยพิจารณารูปปร่างหน้าตัดของเสาเป็นเกณฑ์ดังนี้

### 1) เสาหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{12}bh^3}{bh}} = 0.28h \cong 0.30h \quad (10.1)$$

## 2) เสาหน้าตัดกลม

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{64} \pi D^4}{\frac{1}{4} \pi D^2}} = 0.25D \quad (10.2)$$

โดยที่  $I$  = โมเมนต์แห่งความเฉื่อย

$A$  = พื้นที่หน้าตัดของเสา

$b$  = ความกว้างของเสา

$D$  = เส้นผ่านศูนย์กลางของเสากลม

$h$  = ความลึกของเสา

ค่าที่กำหนดให้ตามสมการที่ (10.1) และ (10.2) อาจมีการคลาดเคลื่อนบ้างเล็กน้อยเนื่องจากผลของเหล็กเสริมที่เสริมในเสาคอนกรีตแต่ไม่ต้องคำนึงก็ได้ และอาจยังมีปัจจัยอื่นที่มีผลกระทบต่อการรับน้ำหนักบรรทุกของเสา เช่น การขอมให้เสาเกิดการเคลื่อนที่หรือเซ (Sidesway) ได้หรือไม่ หากว่าการเซจะทำให้เสารับกำลังได้น้อยกว่าเสาที่ไม่มีการเคลื่อนที่หรือเซ การยึดปลายเสากับคาน ถ้าคานมีค่าสติฟเนส (Stiffness) สูง ก็จะทำให้เสารับกำลังได้สูงขึ้น หรือเสาที่มีค่าความแข็งแรงต่อการดัด (Flexural strength or rigidity) สูงก็จะมีผลต่อการรับกำลังน้ำหนักบรรทุก และระยะเวลาของการรับน้ำหนักบรรทุกหากว่าเป็นเวลาที่ยาวนานคอนกรีตเกิดการล้าหรือคืบ (Creep) จะมีผลทำให้การรับน้ำหนักบรรทุกลดลง เป็นต้น

### 10.3 การโก่งเดาะของเสารับน้ำหนักบรรทุกรวมศูนย์ (Buckling of concentrically loaded columns)

เมื่อประมาณ 200 ปีกว่าที่ผ่านมา เลียวนาคร์ ออยเลอร์ (Leonhard Euler) ได้สร้างสมการที่เรียกว่า สมการออยเลอร์ (Euler equation) สำหรับเสารับน้ำหนักบรรทุกรวมศูนย์โดยที่หน่วยแรงอยู่ในช่วงขีดจำกัดความได้สัดส่วน (Proportional limit) ต่อมาในปี ค.ศ. 1889 เอ็นเจสเซอร์ (Engesser) เสนอการปรับปรุงสมการออยเลอร์โดยใช้โมดูลัสแห่งเส้นสัมผัส (Tangent Modulus) และในปี ค.ศ. 1910 Von Kar'man' ได้ทำการทดสอบตามสมมติฐานของ Engesser จนเป็นที่ยอมรับว่าเป็นค่าขอบเขตล่างของกำลังโก่งเดาะของเสา รับน้ำหนักบรรทุก ดังสมการต่อไปนี้



$$P_c = \frac{\pi^2 E_t I}{(kl_U)^2} \quad (10.3)$$

โดยที่  $P_c$  เป็นน้ำหนักบรรทุกโก่งเดาะ

$E_t$  โมดูลัสแห่งเส้นสัมผัสของคอนกรีตที่น้ำหนักบรรทุกวิกฤติ

$I$  โมเมนต์แห่งความเฉื่อยของหน้าตัดประสิทธิผล

$kl_U$  ความยาวเสาเทียบเท่าแบบยึดหมุน

$l_U$  ความยาวเสาที่ปราศจากการค้ำยัน

จะเห็นว่าสมการที่ (10.3) จะใช้ค่า  $E_t$  แทนค่า  $E_c$  ที่ปรากฏในสมการออยเลอร์ เนื่องจากผลการทดลองได้พิสูจน์ให้เห็นว่า ที่ตำแหน่งการโก่งเดาะของเสานั้นค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีตมีการเปลี่ยนไปจากเดิม เพราะความเครียดไม่สัมพันธ์กับหน่วยแรงที่เกิดขึ้น

แผนภูมิแสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกับความเครียดของคอนกรีตรับแรงรวมศูนย์ที่รู้จักกันดีคือ แผนภูมิของ Hognestad ดังแสดงในรูปที่ 10.2 จะเห็นว่าค่า  $E_c$  มีค่าเป็น  $15100\sqrt{f_c}$  ที่เป็นค่าโมดูลัสเริ่มแรก ที่คำนวณจากความลาดเอียงของเส้นสัมผัสกับเส้นแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดในตอนแรก ที่ยังคงมีความสัมพันธ์เป็นแนวเส้นตรง ส่วนค่า  $E_t$  เป็นค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีตที่ตำแหน่งบนเส้นสัมพันธ์ในช่วงเริ่มไม่เป็นเส้นตรงจนกระทั่งถึงจุดการโก่งเดาะของเสา ซึ่งหาได้ดังนี้

$$E_t = \frac{df_c}{d\varepsilon} = f_c'' \left( \frac{2}{\varepsilon_0} - \frac{2}{\varepsilon_0^2} \right)$$

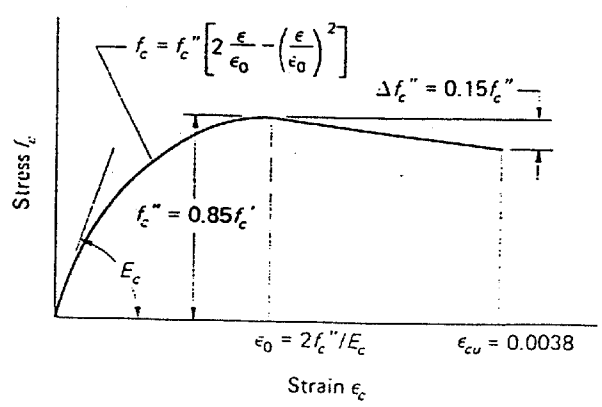
โดยที่

$$f_c'' = 0.85f_c'$$

$$\varepsilon_0 = \frac{2f_c''}{E_c}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$E_t = E_c - \frac{E_c \varepsilon}{\varepsilon_0} \quad (10.4)$$

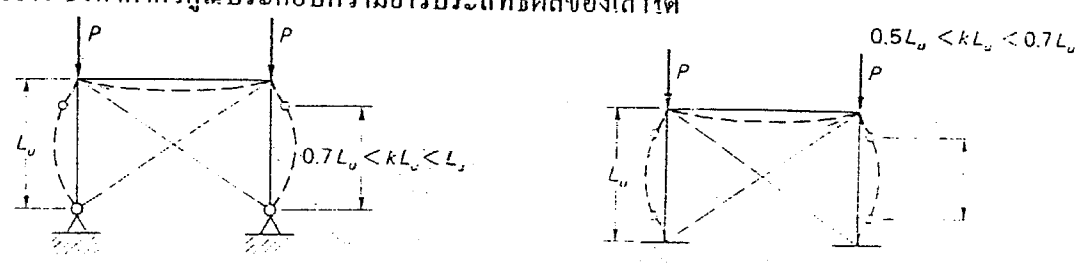


รูปที่ 10.2 แผนภูมิแสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกับความเครียดสำหรับแรงอัด

### 10.4 ความยาวเสาประสิทธิภาพ (Effective Length)

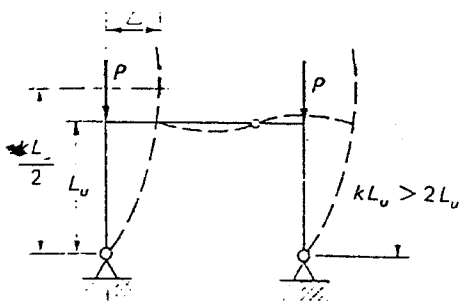
ในสมการที่ (10.3) ได้ตัดแปลงจากสมการออยเลอร์ ซึ่งตั้งสมมุติฐานสภาพการยึดรั้งที่ปลายเสาเป็นแบบยึดหมุนทั้งสองข้าง ซึ่งค่าตัวคูณประกอบความยาวประสิทธิภาพ  $k = 1$  หมายถึงความยาวประสิทธิภาพ (Effective Length) ที่ปราศจากการยึดรั้ง (Unbraced) ของเสาและ ไม่มีการเคลื่อนที่ทางด้านข้างหรือเกิดการเซ (Sidesway) สำหรับกรณีที่ยึดรั้งแบบอื่นนอกเหนือจากการยึดรั้งที่ปลายเสาแบบยึดหมุนนั้น ค่า  $k$  จะแตกต่างกันดังแสดงในรูปที่ 10.3 และรูปที่ 10.4 เป็นกรณีที่เสามีการเคลื่อนที่ทางด้านข้าง

ถ้าเป็นโครงข้อแข็ง (Frame) สำหรับอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กที่จุดต่อ (Joint) ระหว่างเสา กับคานตามสภาพความจริงไม่สามารถทำเป็นแบบยึดหมุนได้ร้อยเปอร์เซ็นต์ จึงต้องพิจารณาเป็นโครงข้อแข็งที่มีการค้ำยัน (Braced frame) และ โครงข้อแข็งที่ไม่มีค้ำยัน (Unbraced frame) การหาความยาวประสิทธิภาพของเสาจะไม่เกินความยาวของเสาจริง ถ้าไม่มีการเซพิจารณาความยาวประสิทธิภาพตามรูปที่ 10.3 (a) สำหรับรูปที่ 10.3 (b) เป็นกรณีที่โครงข้อแข็งมีการเซหรือเคลื่อนที่ทางด้านข้าง ซึ่งหาค่าตัวคูณประกอบความยาวประสิทธิภาพของเสาได้

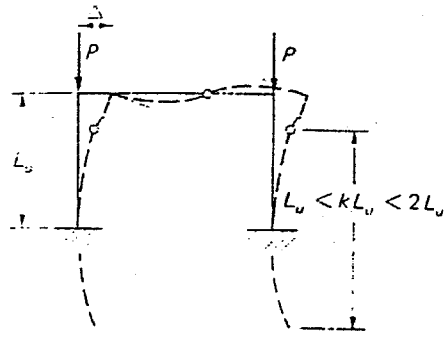


(a) Braced frame, hinged base (b) Braced frame, fixed base

รูปที่ 10.3 โครงข้อแข็งที่ไม่มีมีการเซหรือไม่มีการเคลื่อนที่ทางด้านข้าง



(a) Unbraced frame, hinged base

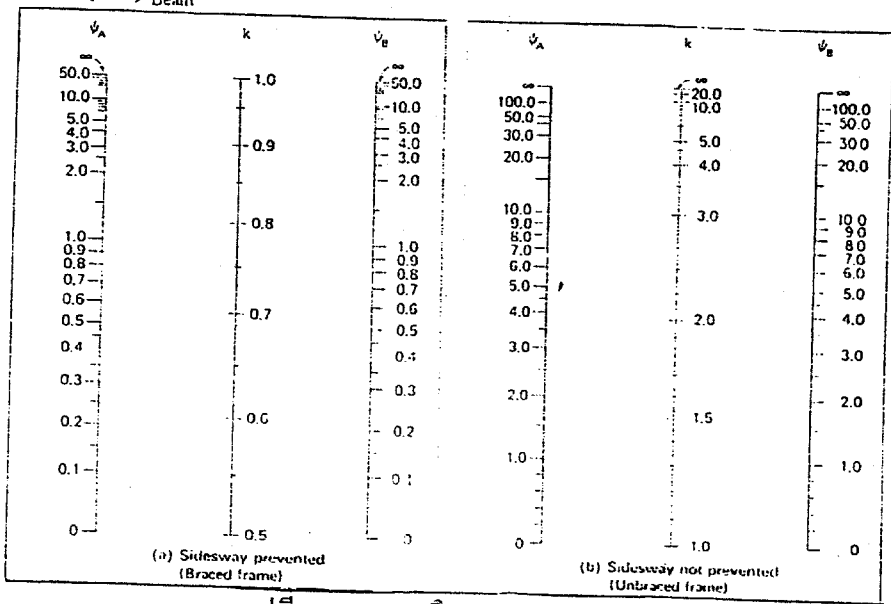


(b) Unbraced frame, fixed base

รูปที่ 10.A โครงข้อแข็งที่มีการเซหรือมีการเคลื่อนที่ทางด้านข้าง

ค่าตัวคูณประกอบความยาวประสิทธิภาพ  $k$  ของเสาในโครงข้อแข็งที่มีการเซและไม่มีการเซ สามารถหาได้จากรูปที่ 10.5 เป็นแผนภูมิเส้นตรงหรือ Alignment Chart ที่เสนอโดย Jackson และ Moreland ให้พิจารณาค่า  $\Psi$  เป็นค่าอัตราส่วนระหว่างผลรวมสติเฟนสของเสาต่อผลรวมสติเฟนสของคาน ซึ่งแบ่งค่าสติเฟนสของเสาออกเป็นสติเฟนสที่ปลายบนให้เป็น  $\Psi_A$  และสติเฟนสที่ปลายล่างให้เป็น  $\Psi_B$  เมื่อลากเส้นตรงต่อเชื่อมกันระหว่างค่าทั้งสองจะได้ค่าตัวคูณประกอบความยาวประสิทธิภาพที่ต้องการนั้นคือจุดตัดกับเส้นในแนวตั้งที่อยู่ระหว่าง  $\Psi_A$  กับค่า  $\Psi_B$  สำหรับค่า  $\Psi$  หาได้ดังนี้

$$\Psi = \frac{\sum \left( \frac{EI}{L} \right)_{\text{Column}}}{\sum \left( \frac{EI}{L} \right)_{\text{Beam}}} \quad (10.5)$$

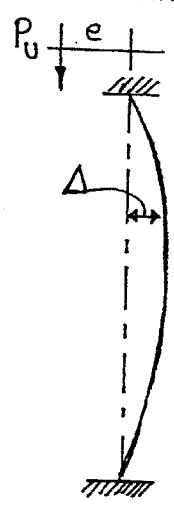


รูปที่ 10.5 แผนภูมิ Alignment

10.5 พฤติกรรมของเสายาวภายใต้แรงอัดกระทำร่วมกับแรงดัด

(Behavior of Slender Columns Under Compression plus Bending Loaded)

เมื่อเสายาวรับแรงอัดตามแนวแกนกระทำร่วมกับแรงดัดจะเกิดการวิบัติและมีพฤติกรรมดังแสดงในรูปที่ 10.6 จากการศึกษาทดสอบเสาสั้นรับน้ำหนักบรรทุกเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ปรากฏว่า ความสัมพันธ์ระหว่างแรงอัดกับแรงดัดจะมีลักษณะเป็นเส้นตรงกระทั่งเกิดการพังทลายโดยโมเมนต์ดัดสูงสุดที่เสารับได้คือ  $P_{u,e}$  เมื่อ  $e$  เป็นระยะเยื้องศูนย์กลางของเสา กล่าวได้ว่าการโก่งตัวทางด้านข้างไม่มีผลกระทบต่อกำลังรับน้ำหนักบรรทุกของเสาสั้น แต่เสายาวโมเมนต์ดัดสูงสุดมีค่าเป็น  $P_u(e + \Delta)$  เมื่อ  $\Delta$  เป็นระยะการโก่งตัวทางด้านข้างที่เพิ่มขึ้น ดังนั้นค่าโมเมนต์ดัดที่เพิ่มขึ้นเป็น  $P_u \Delta$  หรือเรียกว่าผลของ  $P\Delta$  ( $P\Delta$  effect) จะมีค่ามากขึ้นเมื่อแรงอัดตามแนวแกนมีค่ามากขึ้น หรือกำลังต้านทานของเสายาวจะลดลง ดูในรูปที่ 10.6 เป็นแผนภูมิแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงอัดตามแนวแกนและแรงดัด ค่าโมเมนต์ดัดที่เพิ่มขึ้นนี้เป็นผลกระทบจากความชะลูดของเสา สำหรับค่าโมเมนต์ดัดสูงสุด  $P_{u,e}$  ที่ได้จากการวิเคราะห์โครงสร้างตามหลักวิธีทฤษฎีอิลาสติก ทำให้ต้องเพิ่มค่าโมเมนต์ดัดหรือขยายค่าโมเมนต์จากเดิมที่เสายาวรับได้จริงมีค่าเป็น  $M_m$  (Magnified Moment) ซึ่งจะได้จากการคูณด้วยตัวคูณขยายเป็น  $\delta$  (Magnified factor) ตามมาตรฐาน ว.ส.ท. 1008-38 ข้อ 4310 (จ-1) เมื่อ  $\delta_c$  เป็นตัวคูณขยายโมเมนต์สำหรับโครงข้อแข็งที่ไม่มีการเซ และ  $\delta_s$  เป็นตัวคูณขยายโมเมนต์สำหรับโครงข้อแข็งที่มีการเซ ดังที่จะกล่าวในหัวข้อต่อไป



รูปที่ 10.6 แผนภูมิเสายาวรับแรงกระทำร่วม

พฤติกรรมของเสายาวที่เกิดขึ้นมีสองประการคือ ประการแรกเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นของเสายาวในโครงข้อแข็งที่ไม่มีการเซหรือไม่มีเคลื่อนที่ด้านข้าง เกิดการพังทลายในเนื้อวัสดุ

(Material failure) นั่นคือความล้มเหลวระหว่างเส้นโค้งของแรงอัดและแรงคดที่เพิ่มสูงขึ้นเรื่อยๆ ตามน้ำหนักบรรทุกที่เพิ่มขึ้นจนกระทั่งตัดกับเส้นโค้งที่แสดงการพังทลายของหน้าตัด ประการที่สองเป็นพฤติกรรมของเสาในโครงข้อแข็งที่มีการเซหรือมีการเคลื่อนที่ด้านข้างเกิดการพังทลายแบบไร้เสถียรภาพ (Instability failure) คือความล้มเหลวระหว่างแรงอัดและแรงคดจะเป็นเส้นโค้งที่เพิ่มสูงขึ้นเรื่อยๆ ตามน้ำหนักบรรทุกที่เพิ่มขึ้น แต่จะเกิดการพังทลายก่อนที่เส้นโค้งจะตัดกับเส้นโค้งที่แสดงการพังทลายของหน้าตัดเนื่องจากการโก่งคดทางด้านข้างมีค่ามากจนทำให้เสาไร้เสถียรภาพและพังทลายหรือวิบัติในที่สุด

### 10.6 ขีดจำกัดของอัตราส่วนความชะลูด (Limitation of Slenderness ratio)

ความชะลูดของเสาทำให้กำลังลดลง แต่จะไม่มีผลต่อสั้นหรือถ้ามีแต่ไม่เกินร้อยละ 5 มาตรฐาน ว.ส.ท. 1008-38 ถือว่ายอมรับได้และไม่จำเป็นต้องพิจารณาผลของความชะลูดที่เข้ามาเกี่ยวข้อง ดังนั้น การคิดกำลังของเสาสั้นอย่างต่ำที่ร้อยละ 95 กำหนดให้ขีดจำกัดของอัตราส่วนความชะลูด เป็นดังนี้

$$\frac{kl_u}{r} < 34 - 12 \frac{M_{1b}}{M_{2b}} \quad (10.6a)$$

$$\frac{kl_u}{r} < 22 \quad (10.6b)$$

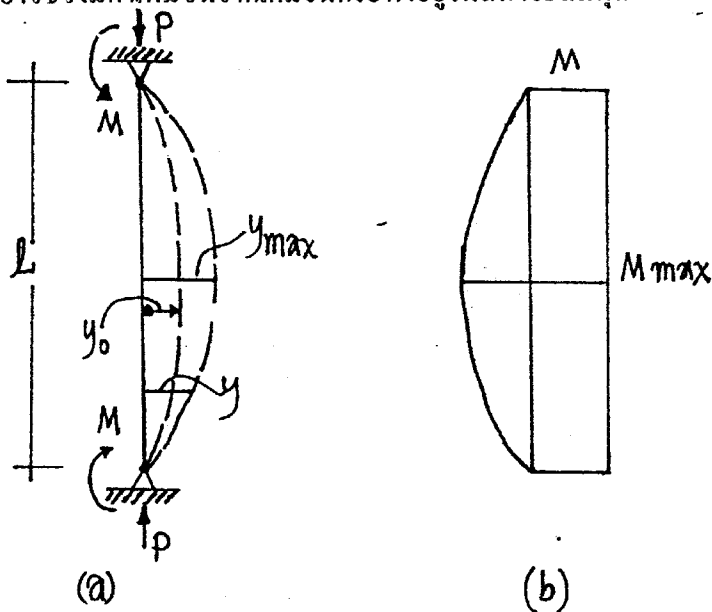
$$\frac{kl_u}{r} > 100 \quad (10.6c)$$

เมื่อ  $M_{1b}$  เป็นค่าโมเมนต์ที่ปลายเสาตัวที่น้อยกว่า  
 $M_{2b}$  เป็นค่าโมเมนต์ที่ปลายเสาตัวที่มากกว่า

สมการที่ (10.6a) สำหรับโครงข้อแข็งที่มีการยึดอย่างเพียงพอเพื่อต้านการเคลื่อนที่ทางด้านข้าง ในกรณีเสาที่เกิดการโก่งคดแบบโค้งเดียว ค่า  $M_{1b}/M_{2b}$  เป็นบวก ในทางกลับกันค่าดังกล่าวจะเป็นลบสำหรับเสาที่เกิดการโก่งคดแบบโค้งคู่ และเมื่อเสารับแรงกระทำตามแนวราบมีค่าสูงมาก ซึ่งนอกเหนือจากโมเมนต์คดที่ปลายทั้งสอง โดยปรกติแล้วค่า  $M_{1b}/M_{2b}$  จะให้ค่าเท่ากับ 1 สมการที่ (10.6b) สำหรับโครงข้อแข็งที่ไม่มีการค้ำยันอย่างเพียงพอ และสมการที่ (10.6c) ใช้สำหรับองค์อาคารที่รับแรงอัดทุกชนิดที่มีค่าเกินตามที่กำหนดและต้องวิเคราะห์โครงสร้างอย่างละเอียด และหากว่าค่า  $kl_u/r$  มากกว่าที่คำนวณได้จากสมการที่ (10.6) ให้ออกแบบเป็นเสา

### 10.7 การขยายค่าโมเมนต์ดัด (Bending moment magnifications)

ในหัวข้อที่ผ่านมาได้กล่าวถึงเสารับแรงอัดร่วมแรงดัด ถ้าเสามีปลายทั้งสองข้างเป็นแบบยึดหมุนและไม่เคลื่อนที่ทางด้านข้าง โดยรับแรงตามแนวแกนเป็น  $P$  และรับโมเมนต์ดัดที่ปลายทั้งสองข้างมีค่าเป็น  $M_0$  ทำให้เสาเกิดการโก่งแบบโค้งเค้งดังรูปที่ 10.7 ในเบื้องต้นให้โมเมนต์ดัด  $M_0$  กระทำตลอดความยาวช่วงของเสาซึ่งเรียกว่า โมเมนต์ดัดเริ่มแรก (Primary bending moment) ให้เป็น  $M_0$  ทำให้เสาเกิดการโก่งตัวดังเส้นประที่แสดงในรูปที่ 10.7(a) และมีแรงอัดตามแนวแกนกระทำเป็น  $P$  เสาจึงต้องรับโมเมนต์ดัดเพิ่มขึ้นอีกจากผลของแรงอัดตามแนวแกนทำให้เสาโก่งตัวเป็นระยะ  $y$  ใด ตลอดความยาวช่วงเสา คือแรงอัด  $P$  คูณระยะโก่งตัว  $y$  ซึ่งทำให้การโก่งตัวของเสาตลอดความยาวช่วงมีค่าเพิ่มขึ้นจากเดิมจนกระทั่งอยู่ในสภาวะสมดุล



รูปที่ 10.7 โมเมนต์ดัดกระทำร่วมกับแรงตามแนวแกน

การประเมินค่าโมเมนต์ดัดรวมในเสาโดยใช้ตัวคูณขยายค่าโมเมนต์เป็น  $\delta$  คูณกับโมเมนต์ดัดเริ่มแรก ดังนี้

$$M_c = \delta M \quad (10.7)$$

และจากรูปที่ 10.7 จ: ได้ว่า

$$y_{max} = \frac{y_0}{1 - \frac{P}{P_e}}$$

โดยที่  $P_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$

$y_0 = \frac{M L^2}{8 EI}$  การอ่อนตัวสูงสุด

ค่าโมเมนต์ตัดที่กึ่งกลางคานจะได้อ

$$M_{max} = M + P y_{max}$$

$$= M + \frac{P y_0}{1 - \frac{P}{P_e}} = \frac{M + P \left( \frac{M L^2}{8 EI} \right)}{1 - \frac{P}{P_e}}$$

$$= M \left[ 1 + \frac{\pi^2 P}{8 P_e} \left( \frac{1}{1 - \frac{P}{P_e}} \right) \right]$$

$$M_{max} = M \left[ \frac{1 + 0.234 \frac{P}{P_e}}{1 - \frac{P}{P_e}} \right]$$

แทน  $0.234 \frac{P}{P_e}$  มีค่ามากที่สุดเท่ากับ 0.234 เมื่อ  $\frac{P}{P_e} = 1.0$  หากไม่คิด  
เทอมนี้จะได้

$$M_{max} = \delta M$$

(10.8)

โดยที่  $\delta = \frac{1}{1 - \frac{P}{P_e}}$

ถ้าให้โมเมนต์ตัดที่กระทำ  $M$  เป็น  $M_1$  และ  $M_2$  ที่ปลายเสาทั้งสอง โดย  $M_2 > M_1$  และ  $\frac{M_1}{M_2}$  มีค่าระหว่าง -1.0 ถึง 1.0 นั่นคือ

$\frac{M_1}{M_2}$  เป็นบวก เกิดได้ครึ่งเดียว

$\frac{M_1}{M_2}$  เป็นลบ เกิดได้ครึ่งสุดตัดกลับ

ดังนั้น

$$M_{max} = \frac{C_m M_2}{1 - \frac{P}{P_e}} \gg M_2$$

(10.9)

โดยที่  $C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$

$C_m$  เป็นค่าปรับโมเมนต์ดัดเริ่มแรกให้คงที่ตลอดช่วงความยาวของ  
 จ: เห็นว่า  $C_m = 1.0$  เมื่อ  $\frac{M_1}{M_2} = 1.0$  แต่: ถ้า  $C_m / (1 - \frac{P}{P_c}) < 1.0$  ค่า  
 $M_{max} = M_2$  นอกจากนั้น ถ้าเสา มีแรงกระทำที่ทั้งข้าง ค่า  $C_m = 1.0$

สำหรับโครงข้อแข็ง ตามรูปที่ 10.3 และ 10.4

$$M_{max} = \frac{C_m M_2}{1 - \frac{P}{P_c}} \geq M_2 \tag{10.10}$$

ค่า  $P_c$  จากสมการที่ (10.3) แต่ในสมข้อนี้ที่ไม่มีกรณี ค่า  
 สติฟเนส (Stiffness) ของเสาทุกต้น และคนในชั้นๆ หนึ่ง เป็นตัวต้นเหตุการ  
 เกิดวิกฤติ (Instability) ดังนั้นแรงยึดที่กระทำต่อเสา เป็นต้นนี้

$$\sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n P_{ci} \tag{10.11}$$

เมื่อ  $P_{ci} = \frac{\pi^2 EI}{(kl)^2}$  โดยคิดค่า  $k$  แบบมีกรณี

ทุกเสาต้นในชั้นนี้หนักมาก ให้พิจารณา ดังนี้

$$P_i \leq P_{ci}^* = \frac{\pi^2 EI}{(kl)^2} \tag{10.12}$$

โดยคิดค่า  $k$  แบบไม่มีกรณี

ดังนั้น โมเมนต์ดัดตรงมีในเสาต้นใดๆ ในโครงข้อแข็งแบบมีกรณีคือ

$$M_{max} = \frac{M}{1 - \frac{\sum P}{\sum P_c}} \tag{10.13}$$

และค่า  $\sigma$  คิดดังนี้

$$\sigma = \frac{C_m}{1 - (P/\phi P_c)} \quad \text{มีกรณียึดรั้ง} \tag{10.14}$$

แต่: 
$$\sigma = \frac{1}{1 - \frac{\sum P}{\phi \sum P_c}} \quad \text{ไม่มีกรณียึดรั้ง} \tag{10.15}$$



$$P_c = \frac{n\pi^2 EI}{L^2} = n \frac{\pi^2 EA}{(L/r)^2}$$



$$n=1$$



$$n=4$$

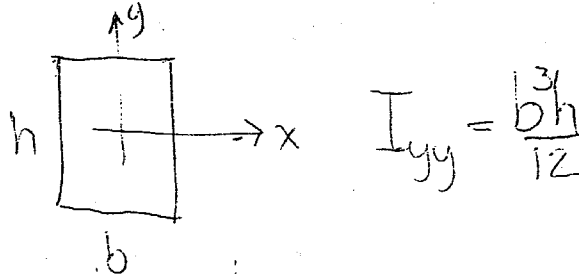


$$n=2.05$$



$$n = \frac{1}{4}$$

I = โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่หน้าตัด



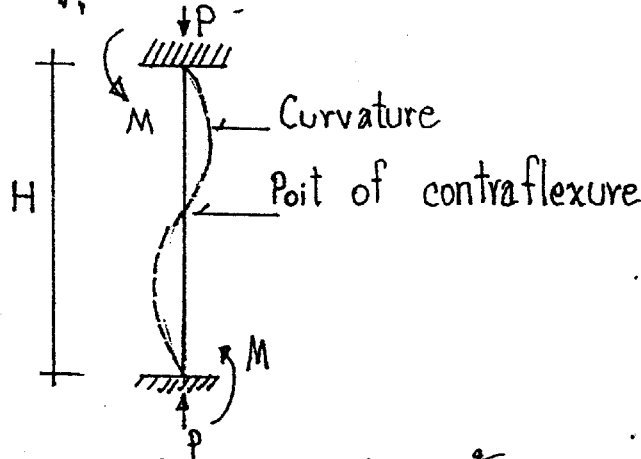
$I_{yy} = \frac{bh^3}{12}$

# 10.8 การลดกำลังรับแรงอัด (Reduction)

เนื่องจากเสาอาจมีอัตราส่วนความสูงหรือเสาที่มีความเรียวยาวเป็นเหตุให้การรับกำลังของเสาลดลง เพื่อความปลอดภัยต่อการรับกำลังอัด จึงต้องปรับค่าโดยใช้ตัวคูณลดรับค่าประยุกต์ใช้ (Reduction Factor) ให้เป็น R คูณกับน้ำหนักบรรทุกที่กระทำจริง เป็นน้ำหนักบรรทุกเทียบเท่าเสาต้น แต่ใช้วิธีการออกแบบเสาดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 9

การพิจารณาตัวคูณลดรับค่าประยุกต์ใช้ ให้พิจารณาตามมาตรฐาน ๑๙.๓. 1007-34 ข้อ 5303 ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการออกแบบด้วยวิธีกำลังได้เช่นกัน ดังนี้

๑) ในกรณีที่ปลายทั้งสองข้างขององค์อาคารนั้น ไม่เกิดการเคลื่อนที่สัมพันธ์กันทั้งแนวและถอยค้ำแน่นในลักษณะที่เกิดจุดดัดกลับขึ้นหนึ่งจุดระหว่างปลายทั้งสอง รูปที่ 10.8 คือ



รูปที่ 10.8 เสาที่ถูกยึดแน่นที่ปลายทั้งสอง

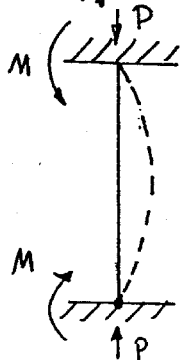
เสาไม่มีทรเคลื่อนที่ (No sidesway) และเกิดโค้งคู่ (Double Curvature)

$$R = 1.0 \quad \text{เมื่อ} \quad \frac{H}{r} < 60$$

$$R = 1.32 - 0.006 \frac{H}{r} \leq 1.0 \quad \text{เมื่อ} \quad 60 \leq \frac{H}{r} \leq 100 \quad (10.16)$$

และ R อาจวิเคราะห์ด้วยวิธีของ Euler เมื่อ  $\frac{H}{r} > 100$

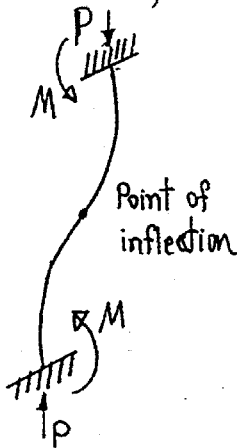
2) ในกรณีที่ปลายทั้งสองข้างไม่มีการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ และเสาเกิดโก่งแบบโค้งเดียว ดังรูปที่ 10.9 คือ



รูปที่ 10.9 เสาโก่งแบบโค้งเดียว

$$R = 1.07 - 0.008 \frac{H}{r} \leq 1.0 \quad (10.17)$$

3) ในกรณีที่มีการโยกคดของสัมพัทธ์ และเสาโก่งแบบมีจุดดัดกลับ 1 จุด (Sidesway Occurs, Double Curvatures) ดังรูปที่ 10.10 คือ



รูปที่ 10.10 เสาเคลื่อนที่ที่ปลาย และ มีจุดดัดกลับ

$$R = 1.07 - 0.008 \frac{H'}{r} \leq 1.0$$

$$H' = (0.78 + 0.22r') H \quad ; \quad H' \gg H \quad (10.18)$$

$$r' = \frac{1}{2} (r'_{upper} + r'_{lower})$$

เมื่อ  $H$  = ความยาวเสาที่เป็นจริง (Actual length of Column)

$H'$  = ความยาวเสาประสิทธิผล (Effective length of Column)

$r'_{upper}$  = รัศมีไจเรชั่นด้านบนของเสา

$r'_{lower}$  = รัศมีไจเรชั่นด้านล่างของเสา

4) ในกรณีที่มีการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ ที่รองรับกันหนึ่งเป็นแบบ  
ขีดยกมน เสาจะเกิดคานโค้งแบบโค้งเดียว (Sidesway Occurs, Single  
Curvatures) ดูรูปที่ 10.11 คือ



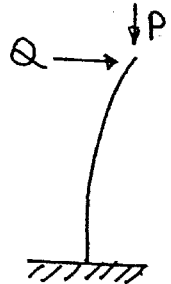
รูปที่ 10.11 เสาที่มีการเคลื่อนที่และคานโค้งแบบโค้งเดียว

$$R = 1.07 - 0.008 \frac{H'}{r} \leq 1.0 \tag{10.19}$$

$$H' = (0.78 + 0.22 r'_{upper}) 2H \geq 2H$$

$r' > 25$  แสดงว่าเสามีลักษณะเป็นแบบขีดยกมนที่ปลงจกันหนึ่ง

5) ในกรณีที่มีการเคลื่อนที่ ปลงจกันบนไม่มีการขีดยก (Sidesway  
Occurs, Cantilever Column) ดูรูปที่ 10.12 คือ



รูปที่ 10.12 เสาที่มีการเคลื่อนที่และปลงจกันขีดยก

$$R = 1.07 - 0.008 \frac{H'}{r} \leq 1.0 \tag{10.20}$$

$$H' = 2H$$

ถ้ามีแรงลม แผ่นดินไหว แลวงกระเทือน กระทำในแนวราบ  
ระย: เสาคานโค้ง ในกรณีที่ 3, 4 และ 5 ให้เพิ่มค่าตัวคูณลด R  
ในข้อ 107

# 10.9 การออกแบบเสาเอก (Long Column Design)

ในการออกแบบเสาเอก จะใช้สมการการออกแบบที่กล่าวไว้ในบทที่ 9 การออกแบบสั้นทุกประการ แต่สิ่งที่ต้องปรับค่าน้ำหนักบรรทุกของเสาเอก เป็นน้ำหนักบรรทุกของเสาสั้น คือ

$$P_{Long} = R P_{short} \tag{10.21}$$

โดยที่  $P_{short}$  = น้ำหนักบรรทุกของเสาสั้น

$R$  = ตัวคูณลดปรับประยุกต์ใช้

$P_{Long}$  = น้ำหนักบรรทุกของเสาเอก

ในสมการการออกแบบแต่ละรายการกำหนดเกณฑ์ต่างเช่นเดียวกับเสาสั้น และตัวคูณลดกำลังอัด ก็พิจารณาลักษณะการเสริมเหล็ก ถูกตัด หรือ ปลดออกที่รองรับเหล็กแกน

เพื่อความสะดวกในการคำนวณออกแบบเกี่ยวกับเสาเอกในที่นี้ จะสรุปสมการต่างๆ ที่ใช้ตามมาตรฐานต่างๆ ดังนี้

1) ข้อกำหนด

$$\psi = \frac{\sum EI/L \text{ of Column}}{\sum EI/L \text{ of Beam}}$$

$$P_c = \frac{7^2 EI}{(kl)^2}$$

โดยที่  $\psi = 0$  ตามทฤษฎีที่ปลายยึดแน่น

$\psi = 1$  ตามที่ใช้ในออกแบบ ที่ปลายยึดแน่น

$\psi = 10$  ที่รองรับเสาเป็นฐานราก

$\psi = \infty$  ที่รองรับแบบยึดหมุน

2) วิชาจำกัดอัตราส่วนวัสดุ

โครงข้อแข็งที่มีก้ำกั้มัน (Braced frames)

$$\frac{k l_u}{r} < 34 - 12 \frac{M_{1b}}{M_{2b}}$$

$|M_{1b}| < |M_{2b}|$  ที่  $\frac{M_1}{M_2}$  หรือ  $\frac{M_{1b}}{M_{2b}}$  เป็นบวกเกิดโค้งเดียว

โครงข้อแข็งที่ไม่มีก้ำกั้มัน (Unbraced frames)

$$\frac{k l_u}{r} < 22$$

ค่ารัศมีไจเรชั่นโดยประมาณ:  $r = 0.30h$  สำหรับเสาสี่เหลี่ยม

$r = 0.25h$  สำหรับเสากลม

3) ค่าสติฟเนส EI สำหรับวิธีทรงขยัคโมเมนต์

$$EI = \frac{0.2E_c I_g + E_s I_s}{1 + \beta_d} \left. \vphantom{EI} \right\} \text{ใช้ค่ามาก}$$

$$EI = \frac{0.4E_c I_c}{1 + \beta_d}$$

$E_c = 15100 \sqrt{f'_c}$  ksc. สำหรับคอนกรีตน้ำหนักธรรมดา

$\beta_d = \frac{\text{อัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกคงที่}}{\text{อัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกคงที่ + อัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกจร}}$

ถ้ามีน้ำหนักบรรทุกกระทำกันข้าง

$$\beta_d = \frac{\text{อัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกกันข้าง}}{\text{อัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกกันข้างทั้งหมด}}$$

$$EI_{cr} \text{ ของคอนกรีต} \cong \frac{EI_g}{2} \text{ สำหรับ } \frac{k l_u}{r} < 60$$

4) อัตราส่วนประกอบตามเสาประสิทธิ์ผล (k) สำหรับวิธีทรงขยัคโมเมนต์

โครงข้อแข็งที่มีก้ำกั้มัน

a) ทม Alignment chart

b) มตรฐานอังกฤษปี 1972

$$\left. \begin{aligned} k &= 0.7 + 0.05(\psi_A + \psi_B) \leq 1.0 \\ k &= 0.85 + 0.05\psi_{\min} \leq 1.0 \end{aligned} \right\} \text{ได้ค่าน้อย}$$

c) มตรฐาน ACI

$$k = 1.0 \text{ (จกขนาดที่ปลอดภัย)}$$

โครงข้อแข็งที่ไม่มีการค้ำยัน

a) จก Alignment Chart

b) โจทย์ Furlong

$$k = \frac{20 - \psi_{\text{avg}} \sqrt{1 + \psi_{\text{avg}}}}{20} ; \psi_{\text{avg}} < 2$$

$$k = 0.9 \sqrt{1 + \psi_{\text{avg}}} ; \psi_{\text{avg}} > 2$$

c) จกมตรฐานอังกฤษปี 1972

$$k = 2.0 + 0.3\psi \text{ สำหรับปลงแบบยึดหมุนหนึ่งต้น}$$

5) จกคุณปรับค่าขยค้โมเมนต์,  $C_m$  สำหรับโครงข้อแข็งที่มีค้ำยัน  
หน้าหน้าขยค้กระทำกัน  $C_m = 1.0$

$$\text{เฉพาะค้โมเมนต์ที่ปลง} \quad C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$$

$$M_1 = M_{1b} ; M_2 = M_{2b} \text{ และ: } M_1 < M_2$$

$\frac{M_1}{M_2}$  เป็นบวกเมื่อเกิดโค้งเดี่ยว

6) วิธีขยค้โมเมนต์ (Moment Magnifier Method)

โครงข้อเพื่ที่มีการค้ำยัน

$$M_c = \delta_b M_2 ; M_2 = \text{โมเมนต์จกมากที่สุด}$$

$$M_c = \delta_b M_m ; M_m = \text{โมเมนต์ดัดเริ่มแรกเนื่องจากแรงจกน้ำหนัก}$$

$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\phi P_c}} \gg 1.0$$

โคงข้อแข็งที่ไม่มีค้ำยัน

$$M_c = \sigma_b M_2 + \sigma_s M_{2s}$$

$M_2$  = โมเมนต์ปลายที่มากที่สุดในการเคลื่อนที่ค้ำยัน

$M_{2s}$  = โมเมนต์ปลายที่มากที่สุดในการเคลื่อนที่การเซ

$$M_c = \sigma_b M_g + \sigma_s M_{2s}$$

$M_g$  = โมเมนต์ปลายหน้าหนักค้ำยัน

$$\sigma_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\phi \sum P_c}} \gg 1.0$$

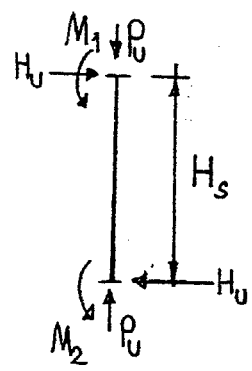
7) วิธีการวิเคราะห์อันดับที่สอง (Second-Order Analysis Method)

โคงข้อแข็งที่ไม่มีการค้ำยัน

$$Q_u = \frac{\sum P_u}{\phi \sum P_c} \text{ คำนวณแล้วเสมอ}$$

$H_u$  = แรงกระทำค้ำยัน

$H_s$  = ความยาวของเสา



$$a) Q_u = \frac{\sum P_u \Delta_{1u}}{H_u H_s} \leq 0.04$$

$$\frac{\Delta_{1u}}{H_s} = \frac{1}{400} \text{ หรือ } \frac{1}{500}$$

การวิเคราะห์อันดับที่สองอาจไม่คิด

$$b) 0.04 < Q_u \leq 0.2$$

การวิเคราะห์อันดับที่สองต้องกระทำ

$$\sigma_s = \frac{1}{1 - Q_u}$$

c) ค่าสติฟเนส EI

$$\text{Column, } EI = E_c I_g (0.2 + 1.2 \rho_t E_s / E_c)$$

$$\text{beam, } EI = 0.5 E_c I_g$$



8) พดท: ทบต่อการยึดรั้งของคน

โครงสร้างแข็งที่มีการค้ำยัน

• ค่าคูณสำหรับ  $\frac{e}{h} = 1.38 + 5.5(p_g - 5.5p)$

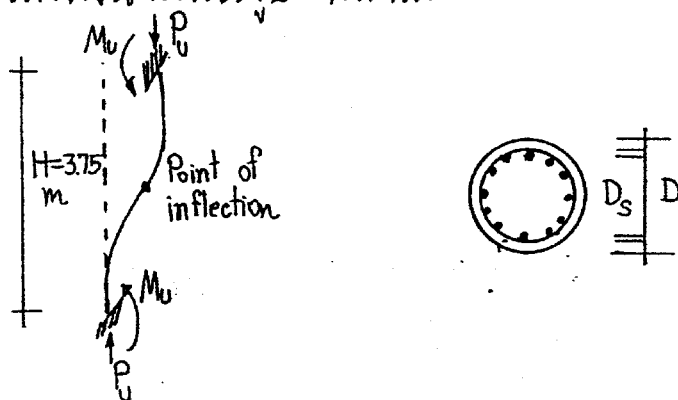
(เส้นโค้งเดี่ยว)  $\rho_t (\text{เส้น}) = \frac{A_s}{bh} = \frac{A_s}{A_g} = \rho_g$

$\rho (\text{ทน}) = \frac{A_{st}}{bd} = \frac{A_{st}}{A_{ng}}$

โครงสร้างแข็งที่ไม่มีการค้ำยัน

ค่าโมเมนต์ขยวมที่ปลายคน = ค่าโมเมนต์ขยวมที่ปลายเสา

ตัวอย่างที่ 10.1 ให้ออกแบบเสาขยวมปลอกเกล็ชรรับน้ำหนักบรรทุกประดัย 140 Ton แล: โมเมนต์ดัดประดัย 3.50 Ton-m. เสาสูง 3.75 m. ใหน้  $r' = 1.5$  cm. สักรณ: เสาดัดแล้งดในรูป กำหนด  $f_c' = 280$  ksc แล:  $f_y = 3000$  ksc.



วิธีท 1) สมมุติขนาดเสา แล: ค่า R

$D = 40$  cm,  $D_s = 28$  cm

จากสมการที่ (10.18)

$H' = (0.78 + 0.22r') H$

$= (0.78 + 0.22 \times 1.5) \times 3.75 = 4.1625$  m

$R = 1.07 - 0.008 \frac{H'}{r}$  ;  $r = 0.25D = 0.25 \times 40 = 10$  cm

$= 1.07 - 0.008 \times \frac{4.1625 \times 100}{10}$

$R = 0.737$

2) คำนวณน้ำหนักบรรทุกที่รับได้

จากสมการที่ (10.21)

$$P_{u, Long} = R \cdot P_{u, short}$$

$$\therefore P_{u, short} = \frac{P_{u, Long}}{R} = \frac{140}{0.737} = 190.0 \text{ Ton}$$

3) คำนวณค่า e

$$e = \frac{M_o}{P} = \frac{35 \times 100}{140} = 2.5 \text{ cm}$$

$$e_{min} = 0.05D = 0.05 \times 40 = 2.0 \text{ cm} < e$$

$$e_b = (0.24 + 0.39 \rho_t m) h$$

สมมติ  $\rho_t = 0.015$  แทน:  $m = \frac{f_y}{0.85f'_c} = \frac{3000}{0.85 \times 280} = 12.61$

$$\therefore e_b = (0.24 + 0.39 \times 0.015 \times 12.61) 40$$

$$= 12.537 \text{ cm}$$

ปรากฏว่า  $e_b > e$  แสดงว่าเป็นแบบ Compression Control

$$P_n = \frac{A_s f_y}{\frac{3e}{D_s} + 1} + \frac{A_g f'_c}{\left( \frac{9.6De}{(0.8D + 0.67D_s)^2} \right) + 1.18}$$

$$A_g = \frac{\pi(40)^2}{4} = 1256.64 \text{ cm}^2 ; A_s = \rho_t A_g = 0.015 \times 1256.64$$

$$A_s = 18.85 \text{ cm}^2$$

$$\frac{3e}{D_s} + 1 = \frac{3 \times 2.5}{28} + 1 = 1.2679$$

$$\frac{9.6De}{(0.8D + 0.67D_s)^2} + 1.18 = 1.5526$$

ดังนั้น  $P_n = \frac{18.85 \times 3000}{1.2679} + \frac{1256.64 \times 280}{1.5526} = 271,227.08 \text{ kg} = 271.2271 \text{ Ton}$

$$P_u = \phi P_n = 0.75 \times 271.2271 = 203.42 \text{ Ton} > 190 \text{ Ton}$$

9.10

$$P_{u, Long} = R \cdot P_{u, short} = 0.737 \times 203.42 = 149.92 \text{ Ton} > 140 \text{ Ton}$$

$$M_u = e \cdot P_u = 0.025 \times 149.92 = 3.75 \text{ Ton-m} > 3.5 \text{ ๑.๕๓๑๑}^{10/21}$$

5) ออกแบบปริมาณเหล็กเสริม

- เหล็กขึ้น

$$A_s = 18.85 \text{ cm}^2$$

เลือกใช้ 6 DB20 mm ๑.๕๓๑๑  $A_s = 18.85 \text{ cm}^2$

- เหล็กปลอกเกลียว

$$\rho_s = 0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y}$$

$$A_c = \frac{\pi}{4} (D_s + 2d_b)^2 = \frac{\pi}{4} (28 + 2(2))^2 = \frac{\pi}{4} (32)^2 = 804.34 \text{ cm}^2$$

(มาตร  $A_c$  เพื่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเหล็กปลอกเกลียว)

$$\rho_s = 0.45 \left( \frac{1256.64}{804.34} - 1 \right) \frac{280}{3000} = 0.02362$$

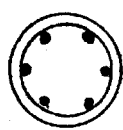
สมมุติ เลือกใช้ DB12 mm เป็นปลอกเกลียว ๑.๕๓๑๑

$$S_p = \frac{A_{sa} \pi (D_s + 2d_b)}{\rho_s A_c} = \frac{1.13 \times \pi \times 7 \times 32}{0.02362 \times 804.34}$$

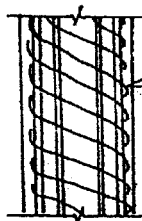
$$= 5.98 \text{ cm}$$

∴ ๑.๕๓๑๑ DB12 mm @ 0.05 m

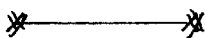
6) แสดงรายละเอียด



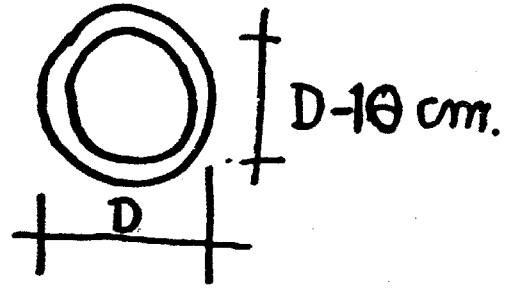
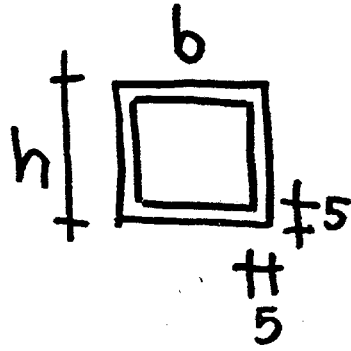
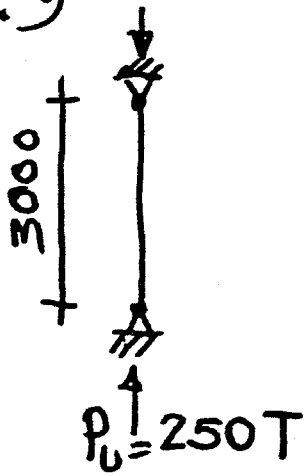
6 DB20mm  
Spiral DB12mm @ 0.05m



DB12mm  
@ 5cm

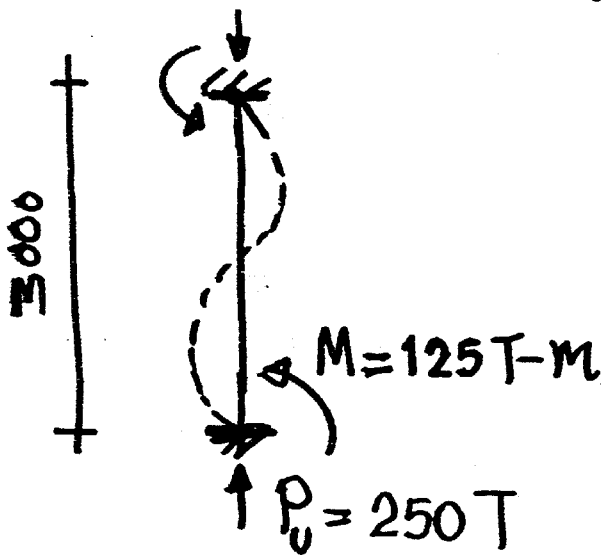


1) ออกแบบเสาต้นตอในรูปสี่เหลี่ยม  $f'_c = 280 \text{ ksc}$   
 $f_y = 3000 \text{ ksc}$



$$\rho_t \leq 4\%$$

2) ทากิ่ง 1 ในเสาแบบเสาผสม



## บทที่ 11

### การออกแบบฐานรากคอนกรีตเสริมเหล็ก

ฐานรากเป็นโครงสร้างใต้ดิน (Substructures) ทำหน้าที่รับน้ำหนักทั้งหมดจากโครงสร้างส่วนบน (Superstructures) ถ่ายลงสู่พื้นดิน ซึ่งการถ่ายน้ำหนักของฐานรากแยกได้สองประเภทคือ ประเภทที่หนึ่งวางฐานรากบนพื้นดินที่รับน้ำหนักได้ดี ประเภทที่สองวางฐานรากบนเสาเข็ม โดยให้เสาเข็มเป็นตัวกลางในการถ่ายเทน้ำหนักจากฐานรากลงสู่พื้นดินในระดับที่ลึกลงไป

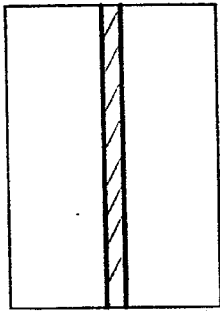
การออกแบบฐานรากเพื่อรองรับระบบโครงสร้างทั้งหมดของอาคารหรือสิ่งปลูกสร้างใดๆ ให้ความสำคัญปลอดภัยอย่างดีที่สุด ต้องคำนึงถึงข้อสำคัญสองประการคือ 1) การทรุดตัวของฐานรากต้องมีค่าน้อยหรือมีค่าเท่ากัน 2) การทรุดตัวของระบบโครงสร้างทั้งหมดต้องมีค่าน้อย และต้องอยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดไว้

#### 11.1 ชนิดของฐานราก (Type of Foundations)

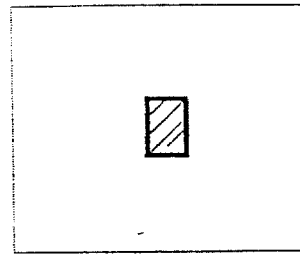
โดยทั่วไปสามารถแบ่งชนิดของฐานรากได้ 6 ชนิดดังรูปที่ 11.1 ซึ่งฐานรากต้องมีความเพียงพอต่อการรับน้ำหนักบรรทุกจากเสาตอม่อ น้ำหนักของฐานราก (Footing Weight) และน้ำหนักกระทำอื่นๆ เกี่ยวเนื่องกับความเป็นไปได้ของแรงดันดิน การออกแบบฐานรากจะเป็นแบบใดนั้นขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของชั้นดินนั้นๆ ด้วย

- 1) ฐานรากกำแพง (Wall footing) เป็นฐานรากต่อเนื่องที่ใ้รองรับกำแพงก่ออิฐ หรือกำแพงคอนกรีตเสริมเหล็ก ซึ่งรับน้ำหนักบรรทุก
- 2) ฐานรากเดี่ยว (Independent isolated footing) เป็นฐานรากที่ใ้รับน้ำหนักจากเสาดันเดี่ยว ซึ่งหน้าตัดเสาอาจจะเป็นรูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม หรือรูปอื่นๆ
- 3) ฐานรากรวม (Combined footing) เป็นฐานรากที่ใ้รับน้ำหนักจากเสาสองต้น หรือมากกว่าสองต้นก็ได้เกิดจากเสาวางอยู่ในตำแหน่งที่ใกล้กัน หรือใกล้ขีดเขตที่ดิน
- 4) ฐานรากยื่น (Cantilever or strap footing) มีลักษณะคล้ายฐานรากรวม ต่างกันที่ใ้คานตัวเชื่อมระหว่างฐานราก โดยทั่วไปจะใ้กับฐานรากขีดเขตที่ดิน
- 5) ฐานรากเสาเข็ม (Pile foundations) เป็นฐานรากที่ต้องการส่งถ่ายน้ำหนักจากโครงสร้างส่วนบนที่มีน้ำหนักบรรทุกมาก หรือกรณีที่ดินระดับดินรับแรงต้านทานได้น้อย ถ้าใ้ฐานรากที่กล่าวมาข้างต้นอาจต้องใ้ขนาดฐานรากใหญ่มาก จึงใ้เสาเข็มเป็นตัวกลางถ่ายน้ำหนักสู่พื้นดิน โดยใ้แรงเสียดทานระหว่างดินกับผิวเสาเข็มและ/หรือปลายเสาเข็มวางบนชั้นดินแข็ง

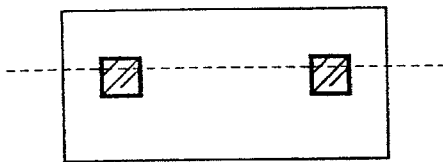
6) ฐานรากแพ (Raft or floating foundations) เป็นฐานรากที่ใช้ในกรณีที่ดินมีความต้านทานแรงแบกทานได้ต่ำและต้องออกแบบฐานรากหนาหลายๆ หรือการออกแบบฐานวางบนเสาเข็มเป็นการไม่ประหยัดจึงต้องออกแบบให้โครงสร้างของอาคารทั้งหมดตั้งบนฐานรากขนาดใหญ่เพียงฐานเดียวต่อเนื่องกันทั้งอาคาร หรือสิ่งปลูกสร้างนั้นๆ



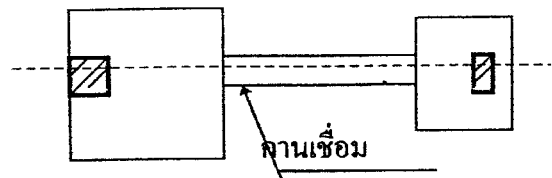
(ก) ฐานรากกำแพง



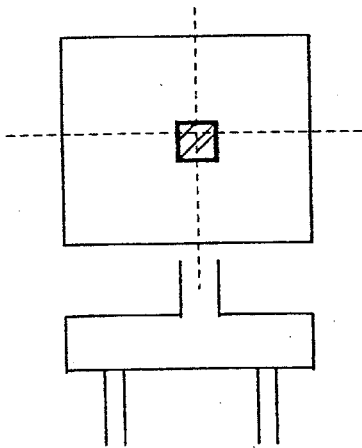
(ข) ฐานรากเดี่ยว



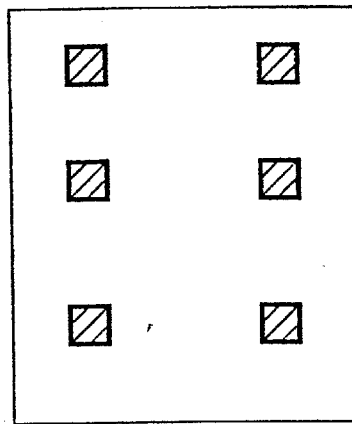
(ค) ฐานรากรวม



(ง) ฐานรากยื่น



(จ) ฐานรากเสาเข็ม



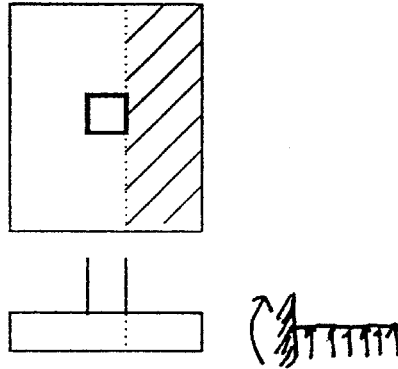
(ช) ฐานรากแพ

รูปที่ 11.1 ชนิดของฐานราก

## 11.2 หน้าตัดวิกฤติของฐานราก (Critical section)

### 11.2.1) โมเมนต์คัตและแรงยึดหน่วง

แนววิกฤติสำหรับการคำนวณ โมเมนต์คัตและหน่วยแรงยึดหน่วง ให้ใช้ตามที่แสดงในรูปที่ 11.2



รูปที่ 11.2 แนววิกฤติของหน้าตัด สำหรับ โมเมนต์และแรงยึดหน่วง

การตรวจสอบ โมเมนต์คัตและหน่วยแรงยึดหน่วงของฐานรากสี่เหลี่ยมผืนผ้าต้องกระทำทั้งสองด้าน ส่วนรากฐานสี่เหลี่ยมจตุรัสตรวจสอบเพียงด้านเดียว แต่ต้องใส่เหล็กทั้งสองทางให้เหมือนกัน

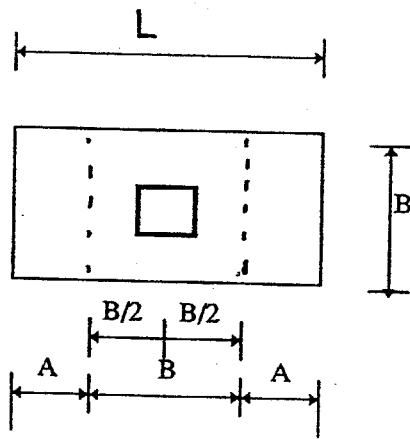
การใส่เหล็กในฐานรากสี่เหลี่ยมผืนผ้า ให้กระจายระยะเรียงของเหล็กยาวสม่ำเสมอตลอดฐาน ส่วนเหล็กสั้นจะต้องจัดระยะเรียงให้ถี่สำหรับช่วงที่อยู่ใกล้เสาคือช่วง B ในรูปที่ 11.3 และจัดระยะเรียงในช่วง A ให้ห่างกว่าระยะเรียงในช่วง B ระยะเรียงหรือปริมาณเหล็กในแต่ละช่วงคำนวณได้ตามสมการที่ (11.1) ถึงสมการที่ (11.3)

สมมติว่าจำนวนเหล็กสั้นทั้งหมดมีพื้นที่หน้าตัด  $A_{st}$  ถูกแบ่งออกเป็น  $A_{SA}$  และ  $A_{SB}$  ซึ่ง  $A_{SA}$  และ  $A_{SB}$  นี้เป็นพื้นที่หน้าตัดในช่วง A และ B ตามลำดับ

$$A_{SB} = \frac{2A_{st}}{S+1} \quad (11.1)$$

$$A_{SA} = (A_{st} - A_{SB})/2 \quad (11.2)$$

$$S = L/B \quad (11.3)$$



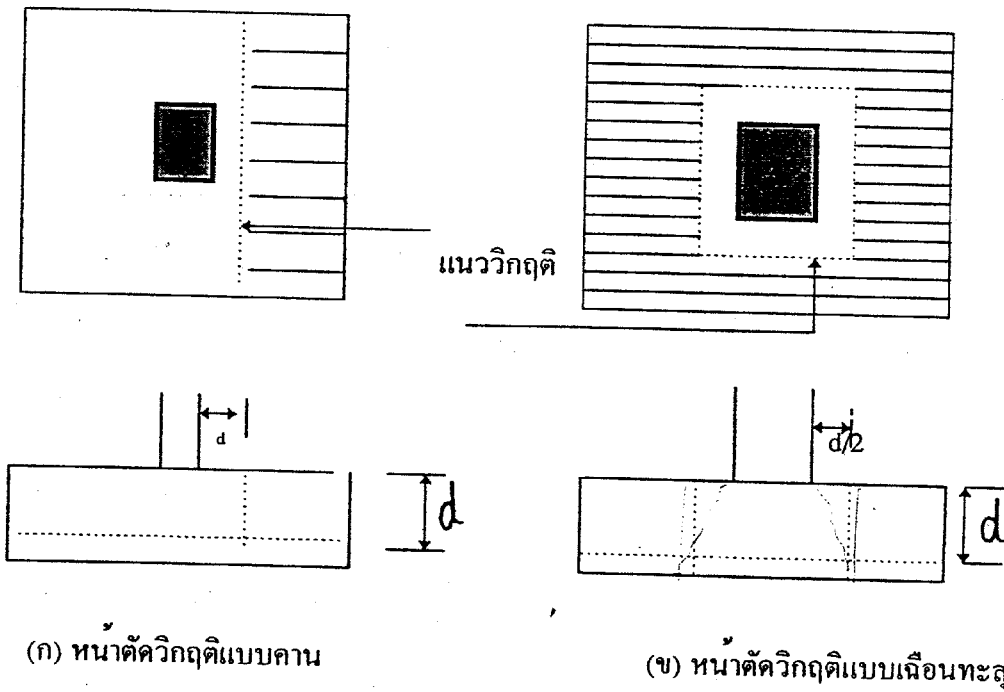
รูปที่ 11.3 การกระจายเหล็กเสริม

11.2.2) หน่วยแรงเฉือนและแรงดึงทะแยง

สำหรับแรงเฉือนต้องตรวจสอบ 2 กรณี คือ

ก) แนววิกฤติที่ระยะ  $d$  จากขอบเสา หน่วยแรงเฉือนนี้มีพฤติกรรมเสมือนคานที่มีความกว้างมาก (Beam Shear, Diagonal Tension)

ข) แนววิกฤติที่ระยะ  $d/2$  จากขอบของเสา โดยรอบทั้งสี่ด้าน (Punching shear) ดังในรูปที่ 11.4



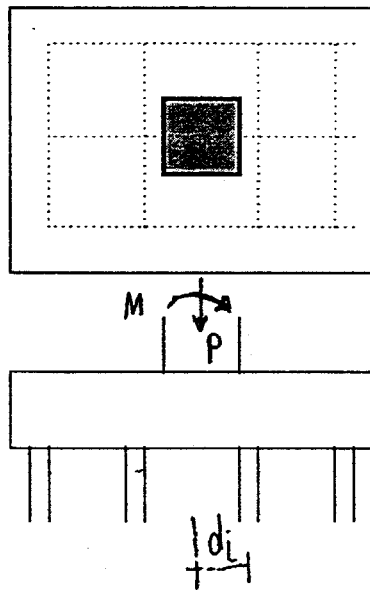
รูปที่ 11.4 หน้าตัดวิกฤติของฐานราก



### 11.3 แรงในเสาเข็ม

11.3.1) ฐานรากรับแรงกดอย่างเดียวแรงในเสาเข็มแต่ละต้นจะเท่ากับแรงทั้งหมดจากค่อมหารด้วยจำนวนเสาเข็ม คือเสาเข็มแต่ละต้นจะรับแรงเท่าๆ กัน

11.3.2) ฐานรากรับแรงกดร่วมกับ โมเมนต์คด ซึ่งคำนวณได้ดังนี้



รูปที่ 11.5 การจัดตำแหน่งเสาเข็ม

กำหนดให้  $A_p$  เป็นพื้นที่หน้าตัดของเสาเข็ม

$q_i$  หน่วยแรงที่เสาเข็ม ซึ่งห่างจากจุดศูนย์กลางของกลุ่มเสาเข็มเป็นระยะทาง

$N$  จำนวนเสาเข็ม

$$q_i = \frac{R}{NA_p} + \frac{Md_i}{I} = \frac{P}{A} \pm \frac{Mc}{I} \quad (11.4)$$

$$I = \sum(A_p d_i^2) \quad (11.5)$$

ถ้าใช้เสาเข็มขนาดเดียวกันสมการที่ (11.4) จะเปลี่ยนเป็นดังนี้

$$q_i = \frac{R}{NA_p} + \frac{Md_i}{A_p \sum d_i^2} \quad (11.6)$$

จากสมการที่ (11.6) แรงที่เสาเข็มต้นที่  $i$  จะต้องรับ

$$P_i = q_i A_p$$

$$P_i = \frac{R}{N} + \frac{Md_i}{\sum d_i^2} \quad (11.7)$$

ในกรณีที่ฐานรากต้องรับโมเมนต์คดทั้งสองทาง สมการ(11.7) จะเปลี่ยนเป็น

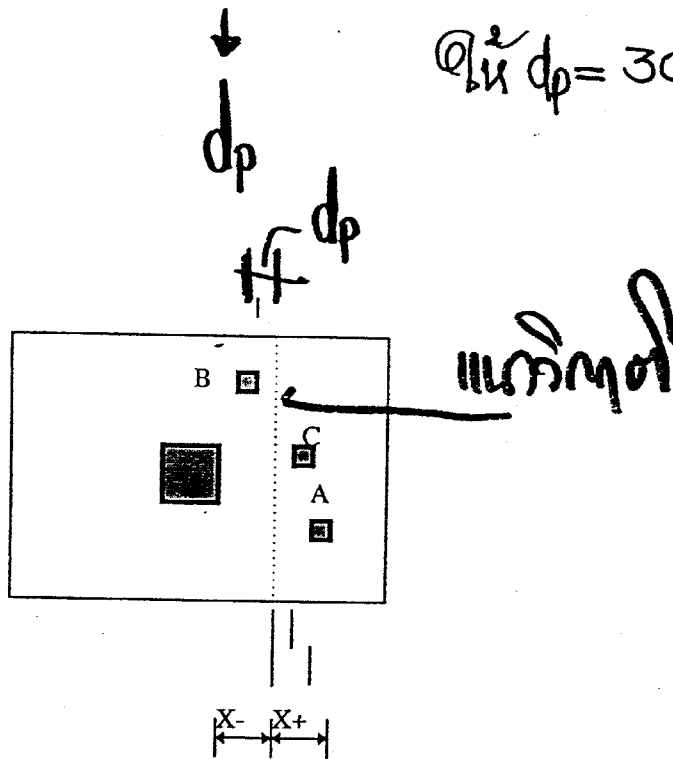
$$P_i = \frac{R}{NA_p} \pm \frac{M_x d_i X}{A_p \sum d_i^2 X} +$$

$$P_i = \frac{R}{N} \pm \frac{M_x d_i X}{\sum d_i^2 X} \pm \frac{M_y d_i Y}{\sum d_i^2 Y} \quad (11.8)$$

#### 11.4 เสาค้ำที่อยู่ใกล้แนววิกฤติ

ในการคำนวณหน่วยแรงเฉือนของฐานรากแบบใช้เสาค้ำถ้าปรากฏว่าเสาค้ำอยู่ใกล้แนววิกฤติให้พิจารณา ดังนี้

สมมติเสาค้ำแต่ละต้นในรูปที่ 11.6 (A, B และ C) รับน้ำหนัก 100 (P) ตัน ถ้าปรากฏว่า A อยู่ห่างจากแนววิกฤติเกินกว่า 15 cm ให้ใช้แรง 100 (P) ตัน ของเข็ม A มาคำนวณหน่วยแรงเฉือน



รูปที่ 11.6 เสาค้ำในแนววิกฤติ

ถ้าเสาค้ำ B อยู่ห่างจากแนววิกฤติเข้ามาเกินกว่า 15 cm ให้ถือว่าเสาค้ำ B ไม่มีผลต่อการคิดหน่วยแรงเฉือน ถ้าเสาค้ำ C อยู่ระหว่าง A กับ B ให้ลดแรงของเสาค้ำ C ลงตามสัดส่วนของระยะทางการลดแรงของ C นี้มีได้หมายความว่าเสาค้ำ C จะรับน้ำหนักน้อยกว่า 100 (P) ตัน แต่ผลของแรงจาก C ที่นำมาคิดหน่วยแรงเฉือนจะไม่ถึง 100 (P) ตัน เช่นเสาค้ำ A ส่วนเสาค้ำ C จะส่งผลมายังหน่วยแรงเฉือนเท่าใดนั้น ให้คำนวณจากสูตรดังนี้

$$P' = P \left( X + \frac{d_p}{2} \right) / d_p \quad ; 0 \leq P' \leq P \quad (11.9)$$

$d_p$  = ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเสาเข็ม

$$P' = P (X + 15) \frac{1}{30} \leftarrow \text{allowable stress}$$

ตัวอย่าง เช่น สมมติให้เสาเข็ม A,B และ C อยู่ห่างจากแนววิกฤติ 15, 15 และ 10 cm ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 11.6 โดยใช้สมการ (11.9) คำนวณได้ดังนี้

เสาเข็ม A ;  $P' = 100(+15+15)/30 = 100$  Ton

เสาเข็ม B ;  $P' = 100(-15+15)/30 = 0$  "

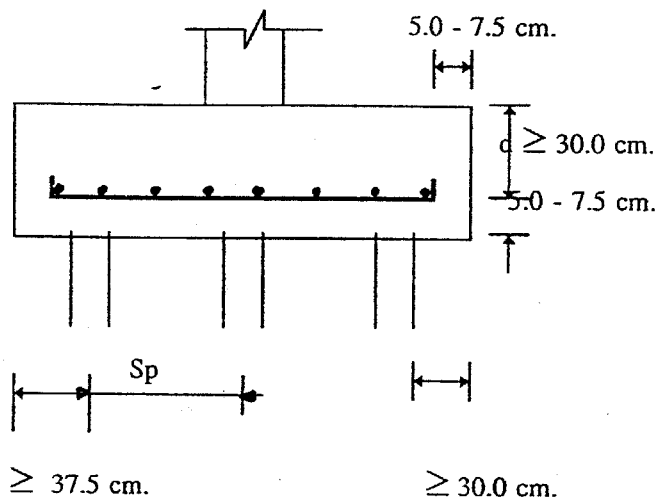
เสาเข็ม C ;  $P' = 100(+10+15)/30 = 83.33$  "

$$P' = P(x+15) \frac{1}{30}$$

$P'$  คือ แรงจากเสาเข็มแต่ละต้นที่ส่งผลให้เกิดหน่วยแรงเฉือนขึ้นในฐานราก

11.5 ระยะพิงัดสำหรับฐานราก

พิงัดต่างๆ สำหรับฐานรากแบบเสาเข็ม แสดงในรูปที่ 11.7 ดังนี้



OR  $D_p - 1.5 D_p$

เมื่อ  $S_p$  = ระยะห่างระหว่างเสาเข็มแต่ละต้น

$D_p$  = ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเสาเข็ม

รูปที่ 11.7 การจัดระยะพิงัดของเสาเข็ม

ระยะห่างระหว่างเสาเข็ม,  $S_p$  แต่ละต้นควรห่างประมาณ 3 - 4 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของเสาเข็ม สำหรับฐานรากที่รองรับเสาตอม่อวงกลม ให้แปลงขนาดของตอม่อวงกลมเป็นเสมือนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่เท่ากับวงกลม

## 11.1 กล่าวนำ

ฐานรากเป็นโครงสร้างใต้ดิน (Substructures) ทำหน้าที่รับน้ำหนักทั้งหมดจากโครงสร้างส่วนบน (Superstructures) ถ่ายลงสู่พื้นดิน ซึ่งการถ่ายน้ำหนักของฐานรากแยกได้สองประเภทคือ ประเภทที่หนึ่ง วางฐานรากบนพื้นดินที่รับน้ำหนักได้ดี ประเภทที่สอง วางฐานรากบนเสาเข็ม โดยให้เสาเข็มเป็นตัวกลางในการถ่ายน้ำหนักจากฐานรากลงสู่พื้นในระดับที่ลึกลงไป

การออกแบบฐานรากเพื่อรองรับระบบ โครงสร้างทั้งหมดของอาคารหรือสิ่งปลูกสร้างใดๆ ให้มีความปลอดภัยอย่างดีที่สุด ต้องคำนึงถึงข้อสำคัญสองประการคือ

- 1) การทรุดตัวของฐานรากต้องมีค่าน้อยหรือมีค่าเท่ากัน
- 2) การทรุดตัวของระบบโครงสร้างทั้งหมดต้องมีค่าน้อย และต้องอยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดไว้

## 11.2 ชนิดของฐานราก (Type of Foundation)

โดยทั่วไปสามารถแบ่งชนิดของฐานรากได้ 6 ชนิด ซึ่งฐานรากต้องมีความเพียงพอต่อการรับน้ำหนักบรรทุกจากเสาตอม่อ การออกแบบฐานรากจะเป็นแบบใดนั้นขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของชั้นดินนั้นด้วย

- 1) ฐานรากกำแพง (Wall footing) เป็นฐานรากต่อเนื่องที่ใช้รองรับกำแพงก่ออิฐ หรือ กำแพงคอนกรีตเสริมเหล็ก ซึ่งรับน้ำหนักบรรทุก
- 2) ฐานรากเดี่ยว (Independent isolated footing) เป็นฐานรากที่ใช้รับน้ำหนักจากเสาต้นเดี่ยว ซึ่งหน้าตัดเสาอาจจะเป็นรูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม หรือรูปอื่นๆ
- 3) ฐานรากร่วม (Combined footing) เป็นฐานรากที่ใช้รับน้ำหนักจากเสาสองต้น หรือ มากกว่าสองต้นก็ได้เกิดจากเสาวางอยู่ในตำแหน่งที่ใกล้กัน หรือ ใกล้ชิดเขตที่ดิน

4) ฐานรากยื่น (Cantilever or strap footing) มีลักษณะคล้ายฐานรากร่วม ต่างกันที่ใช้คานตัวเชื่อมระหว่างฐานราก โดยทั่วไปจะใช้กับฐานรากชนิดเขตที่ดิน

5) ฐานรากเสาเข็ม (Pile foundation) เป็นฐานรากที่ต้องการส่งถ่ายน้ำหนักจากโครงสร้างส่วนบนที่มีน้ำหนักบรรทุกมาก หรือกรณีที่ดินระดับชั้นรับแรงต้านทานได้น้อย ถ้าใช้ฐานรากที่กล่าวมาข้างต้นอาจต้องใช้ขนาดฐานรากใหญ่มาก จึงใช้เสาเข็มเป็นตัวกลางถ่ายน้ำหนักลงสู่พื้นดิน โดยใช้แรงเสียดทานระหว่างดินกับผิวเสาเข็ม หรือปลายเสาเข็มวางบนชั้นดินแข็ง

6) ฐานรากแพ (Raft or floating foundation) เป็นฐานรากที่ใช้ในกรณีที่ดินมีความต้านทานแรงแบกทานได้ต่ำและต้องออกแบบฐานรากหนาหลายๆ หรือการออกแบบฐานรากวางบนเสาเข็มเป็นการไม่ประหยัด จึงต้องออกแบบให้โครงสร้างของอาคารทั้งหมดตั้งบนฐานรากขนาดใหญ่เพียงฐานเดียวต่อเนื่องกันทั้งอาคาร หรือสิ่งปลูกสร้างนั้นๆ

### 11.3 การคำนวณแรงต้านทานของชั้นดิน

ค่าแรงต้านทานของชั้นดิน เป็นหัวใจในการออกแบบฐานรากวางบนดิน ซึ่งจะต้องนำไปใช้หาพื้นที่ถ่ายน้ำหนักของตัวฐาน การคำนวณแรงต้านของดินได้ฐานรากมีพื้นฐานมาจากการวิเคราะห์การเคลื่อนตัวของมวลดินที่เกิดการพิบัติ Terzaghi (1967) ได้ดัดแปลงหลักการของ Prandtl (1921) มาคำนวณแรงต้านของฐานแผ่แนวยาว (Strip Footing) ซึ่งมีความยาวมากเมื่อเทียบกับความกว้างทำให้เกิดการเคลื่อนที่เป็นลักษณะ Plane Strain โดยแบ่งมวลดินในบริเวณเคลื่อนพังเป็น 3 ส่วนคือ

Zone 1 เป็น Passive Block ซึ่งเคลื่อนตามฐานรากลงไปตามแนวดิ่ง

Zone 2 เป็น Log - Spiral Curve ซึ่งมวลดินมีผิวเคลื่อนคล้าย Logarithm

Zone 3 เป็น Passive Wedge ซึ่งมวลดินเคลื่อนที่ขึ้นตามผิวเคลื่อนทำมุมประมาณ  $45^\circ + (\phi/2)$

กับแนวราบ

เมื่อวิเคราะห์หาค่าหน่วยแรงต้านของดินสูงสุด,  $q_u$  (Ultimate Bearing Capacity) ในเทอมของคุณสมบัติดิน ความกว้าง และลึกของฐานราก จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$q_u = f(c, \phi, \gamma, B, D_f)$$

$$q_u = cN_c + qN_q + 0.5\gamma B N_\gamma$$

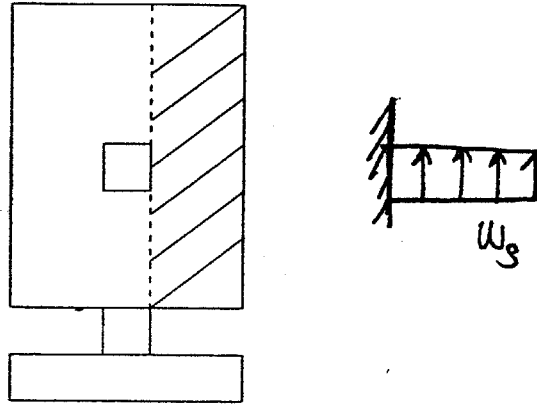
(11.1)

### 11.4 หน้าตัดวิกฤติของฐานราก (Critical section)

การพิจารณาหน้าตัดวิกฤติสำหรับการคำนวณออกแบบฐานรากเพื่อความปลอดภัยมีการพิจารณาตามลักษณะของแรงที่กระทำ ซึ่งแบ่งได้ดังนี้

1) โมเมนต์คัตและแรงยึดหน่วง

แนววิกฤติสำหรับการคำนวณโมเมนต์คัตและหน่วยแรงยึดหน่วงให้ใช้ตามที่แสดงในรูป



รูปที่ 11.3 แนววิกฤติของหน้าตัด สำหรับโมเมนต์และแรงยึดหน่วง

การตรวจสอบโมเมนต์คัตและหน่วยแรงยึดหน่วงของฐานรากสี่เหลี่ยมผืนผ้าต้องกระทำทั้งสองด้านส่วนฐานรากสี่เหลี่ยมจัตุรัสตรวจสอบเพียงด้านเดียว แต่ต้องใส่เหล็กทั้งสองทางให้เหมือนกัน

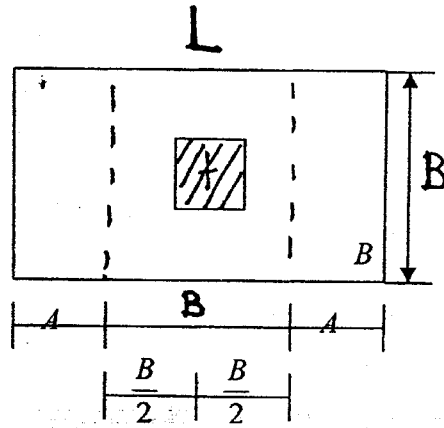
การใส่เหล็กในฐานรากสี่เหลี่ยมผืนผ้า ให้กระจายระยะเรียงของเหล็กยาวสม่ำเสมอตลอดฐาน ส่วนเหล็กสั้นจะต้องจัดระยะเรียงให้ถี่สำหรับช่วงที่อยู่ใกล้เสาคือช่วง B ในรูป และจัดระยะเรียงในช่วง A ให้ห่างกว่าระยะเรียงในช่วง B ระยะเรียงหรือปริมาณเหล็กในแต่ละช่วงคำนวณได้ตามสมการที่ ถึงสมการที่

สมมติว่าจำนวนเหล็กสั้นทั้งหมดมีพื้นที่หน้าตัด  $A_{st}$  ถูกแบ่งออกเป็น  $A_{sa}$  และ  $A_{sb}$  ซึ่ง  $A_{sa}$  และ  $A_{sb}$  นี้เป็นพื้นที่หน้าตัดในช่วง A และ B ตามลำดับ

$$A_{sb} = \frac{2A_{st}}{S+1} \quad (11.2)$$

$$A_{sa} = \frac{(A_{st} - A_{sb})}{2} \quad (11.3)$$

$$S = \frac{L}{B} \quad (11.4)$$

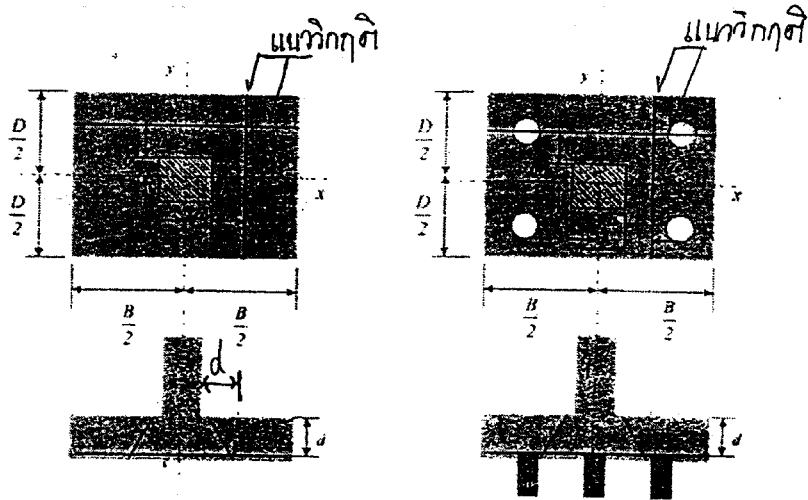


รูปที่ 11.4 การกระจายเหล็กเสริม

2) หน่วยแรงเฉือนและแรงดึงทแยง

สำหรับแรงเฉือนต้องตรวจสอบ 2 กรณี คือ

ก) แนว विकฤติที่ระยะ  $d$  จากขอบเสา หน่วยแรงเฉือนนั้นมีพฤติกรรมเสมือนคานที่มีความกว้างมาก (Beam Shear, Diagonal Tension) ดังในรูปที่ 11.5



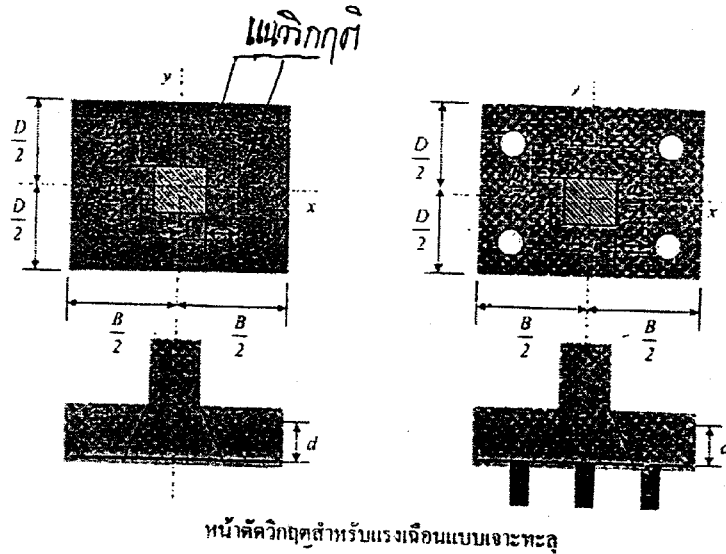
หน้าตัด विकฤติสำหรับแรงเฉือนแบบคาน

รูปที่ 11.5 หน้าตัด विकฤติแบบคาน

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_o d$$

$b_o$  = คมก้นงอตรงหน้า विकฤติ

ข) แนววิกฤติที่ระยะ  $d/2$  จากขอบของเสา โดยรอบทั้งสี่ด้าน (Punching Shear) ดังในรูปที่ 11.6



รูปที่ 11.6 หน้าตัดวิกฤตแบบเฉือนทะลุ

กำลังเฉือนแบบเฉือนทะลุของฐานรากให้ใช้ค่าที่น้อยที่สุดจากสมการดังต่อไปนี้

$$V_c = \left( 0.53 + \frac{1.06}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o d = 0.27 \left( 2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad (11.12)$$

$$V_c = \left( 0.53 + \frac{0.27\alpha_s}{b_o/d} \right) \sqrt{f'_c} b_o d = 0.27 \left( 2 + \frac{\alpha_s}{b_o/d} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad (11.6)$$

$$V_c = 1.06 \sqrt{f'_c} b_o d \quad (11.7)$$

เมื่อ  $\beta_c$  = อัตราส่วนของด้านยาวต่อด้านสั้นของเสา หรือพื้นที่รับแรงกด

$\alpha_s = 40$  สำหรับเสาต้นใน (interior columns) โดยที่พิจารณาเส้นรอบรูป (perimeter) ทั้งสี่ด้านของเสา

ค่อม  $\alpha_s = 30$  สำหรับเสาต้นริม (Edge columns) โดยที่พิจารณาเส้นรอบรูปเพียงสามด้านของเสา

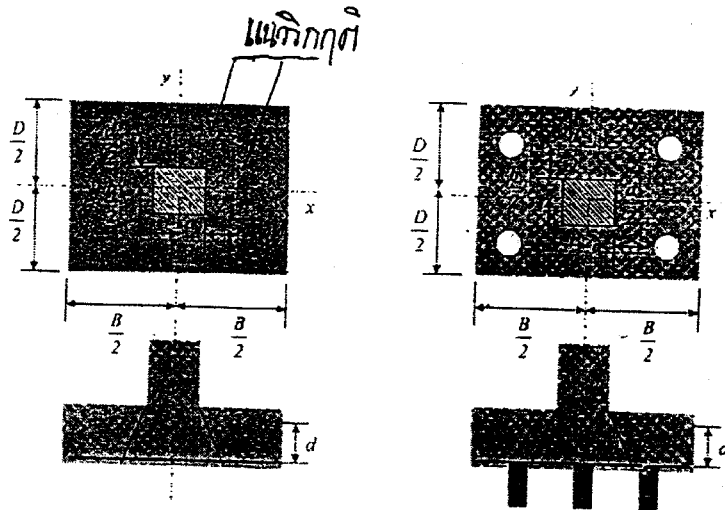
ค่อม  $\alpha_s = 20$  สำหรับเสาต้นมุม (corner columns) โดยที่พิจารณาเส้นรอบรูปเพียงสองด้านของเสา

ค่อม

$b_o$  = ความยาวเส้นรอบรูปของเสาตามรูปที่วัดจากขอบเสาดังแนววิกฤติ แต่ลบด้วย



ข) แนววิกฤติที่ระยะ  $d/2$  จากขอบของเสา โดยรอบทั้งสี่ด้าน (Punching Shear) ดังในรูปที่ 11.6



หน้าตัดวิกฤตสำหรับแรงเฉือนแบบเจาะทะลุ

รูปที่ 11.6 หน้าตัดวิกฤตแบบเฉือนทะลุ

กำลังเฉือนแบบเฉือนทะลุของฐานรากให้ใช้ค่าที่น้อยที่สุดจากสมการดังต่อไปนี้

$$V_c = \left( 0.53 + \frac{1.06}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o d = 0.27 \left( 2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad (11.12)$$

$$V_c = \left( 0.53 + \frac{0.27 \alpha_s}{b_o/d} \right) \sqrt{f'_c} b_o d = 0.27 \left( 2 + \frac{\alpha_s}{b_o/d} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad (11.6)$$

$$V_c = 1.06 \sqrt{f'_c} b_o d \quad (11.7)$$

เมื่อ  $\beta_c$  = อัตราส่วนของด้านยาวต่อด้านสั้นของเสา หรือพื้นที่รับแรงกด

$\alpha_s = 40$  สำหรับเสาค้ำใน (interior columns) โดยที่พิจารณาเส้นรอบรูป (perimeter) ทั้งสี่ด้านของเสาค้ำมือ

$\alpha_s = 30$  สำหรับเสาค้ำริม (Edge columns) โดยที่พิจารณาเส้นรอบรูปเพียงสามด้านของเสาค้ำมือ

$\alpha_s = 20$  สำหรับเสาค้ำมุม (corner columns) โดยที่พิจารณาเส้นรอบรูปเพียงสองด้านของเสาค้ำมือ

$b_o$  = ความยาวเส้นรอบรูปของเสาค้ำมือที่วัดจากขอบเสาถึงแนววิกฤติแต่ละด้าน

## 11.5 ฐานรากวางเสาเข็ม

การพิจารณาแรงกระทำเช่นเดียวกับหัวข้อ 11.4 และพิจารณาแรงในเสาได้ดังนี้

1) ฐานรากรับแรงกดอย่างเดียวแรงในเสาเข็มแต่ละต้นจะเท่ากับแรงทั้งหมดจากคอม่อหารด้วยจำนวนเสาเข็ม คือเสาเข็มแต่ละต้นจะรับแรงเท่า ๆ กัน

2) ฐานรากรับแรงกดร่วมกับ โมเมนต์ค้ด ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

กำหนดให้  $A_p$  เป็นพื้นที่หน้าตัดของเสาเข็ม

$q_i$  หน่วยแรงในเสาเข็ม ซึ่งห่างจากจุดศูนย์กลางของกลุ่มเสาเข็ม

$d_i$  เป็นระยะทางจากศูนย์กลางฐานรากถึงจุดศูนย์กลางเสาเข็มต้นที่  $i$

$N$  เป็นจำนวนเสาเข็ม

$R$  เป็นน้ำหนักบรรทุกทุกประลัยที่กระทำบนฐานราก

$$q_i = \frac{R}{NA_p} \pm \frac{Md_i}{I} \quad (11.8)$$

$$I = \sum (A_p d_i^2) \quad (11.9)$$

ถ้าใช้เสาเข็มขนาดเดียวกันกับสมการที่ (11.8) จะเปลี่ยนเป็นดังนี้

$$q_i = \frac{R}{NA_p} \pm \frac{M_i}{A_p \sum d_i^2} \quad (11.10)$$

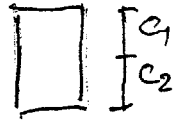
จากสมการที่ (11.10) แรงที่เสาเข็มต้นที่  $i$  จะต้องรับ

$$P_i = q_i A_p \quad (11.11)$$

$$P_i = \frac{R}{N} \pm \frac{Md_i}{\sum d_i^2} \quad (11.12)$$

ในกรณีที่ฐานรากรับ โมเมนต์ค้ดทั้งสองสมการ จะเปลี่ยนเป็น

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M_x}{I_x} \pm \frac{M_y}{I_y}$$



$$P_i = \frac{R}{N} \pm \frac{M_x d_i X}{\Sigma d_x^2} \pm \frac{M_y d_i Y}{\Sigma d_y^2} \quad (11.13)$$

### 3) เสาเข็มที่อยู่ใกล้แนววิกฤติ

ในการคำนวณหน่วยแรงเฉือนของฐานรากแบบใช้เสาเข็มถ้าปรากฏว่าเสาเข็มอยู่ใกล้แนววิกฤติให้พิจารณาดังนี้

สมมุติเสาเข็มแต่ละต้นในรูปที่ (A,B,C) รับน้ำหนัก 100 (P) ตัน ถ้าปรากฏว่า A อยู่ห่างจากแนววิกฤติเกินกว่า 15 cm. ให้ใช้แรง 100 (P) ตัน ของเข็ม A มาคำนวณหน่วยแรงเฉือน

ถ้าเสาเข็ม B อยู่ห่างจากแนววิกฤติเข้ามาเกินกว่า 15 cm. ให้ถือว่าเสาเข็ม B ไม่มีผลต่อการคิดหน่วยแรงเฉือน ถ้าเสาเข็ม C อยู่ระหว่าง A กับ B ให้ลดแรงของเสาเข็ม C ลงตามสัดส่วนของระยะทางการลดแรงของ C นี้มีได้หมายความว่าเสาเข็ม C จะรับน้ำหนักน้อยกว่า 100(P) ตัน แต่ผลของแรงจาก C ที่นำมาคิดหน่วยแรงเฉือนจะไม่ถึง 100 (P) ตัน เช่นเสาเข็ม A ส่วนเสาเข็ม จะส่งผลมายังหน่วยแรงเฉือนเท่าใดนั้น ให้คำนวณจากสูตรดังนี้

$$P' = P \frac{\left(X + \frac{d_p}{2}\right)}{d_p}; 0 \leq P' \leq P \quad (11.11)$$

$d_p$  = ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเสาเข็ม

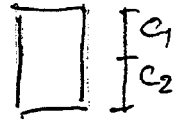
$$P' = 0 \text{ เมื่อ } X < -\frac{d_p}{2}$$

$$P' = P \text{ เมื่อ } X > \frac{d_p}{2}$$

### 11.6 ระยะพิงัดสำหรับฐานราก

ระยะพิงัดต่าง ๆ สำหรับฐานรากวางบนเสาเข็ม ดังแสดงในรูปที่ 11.7 เป็นข้อแนะนำที่สามารถเลือกใช้เป็นอย่างดีและเหมาะสมกับลักษณะฐานรากที่ใช้ในประเทศไทย

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M_c}{I_x} \pm \frac{M_c}{I_y}$$



$$P_i = \frac{R}{N} \pm \frac{M_x d_i X}{\Sigma d_x^2} \pm \frac{M_y d_i Y}{\Sigma d_y^2} \quad (11.13)$$

### 3) เสาเข็มที่อยู่ใกล้แนววิกฤติ

ในการคำนวณหน่วยแรงเฉือนของฐานรากแบบใช้เสาเข็มถ้าปรากฏว่าเสาเข็มอยู่ใกล้แนววิกฤติให้พิจารณา ดังนี้

สมมุติเสาเข็มแต่ละต้นในรูปที่ (A,B,C) รับน้ำหนัก 100 (P) ตัน ถ้าปรากฏว่า A อยู่ห่างจากแนววิกฤติเกินกว่า 15 cm. ให้ใช้แรง 100 (P) ตัน ของเข็ม A มาคำนวณหน่วยแรงเฉือน

ถ้าเสาเข็ม B อยู่ห่างจากแนววิกฤติเข้ามาเกินกว่า 15 cm. ให้ถือว่าเสาเข็ม B ไม่มีผลต่อการคิดหน่วยแรงเฉือน ถ้าเสาเข็ม C อยู่ระหว่าง A กับ B ให้ลดแรงของเสาเข็ม C ลงตามสัดส่วนของระยะทางการลดแรงของ C นี้มิได้หมายความว่าเสาเข็ม C จะรับน้ำหนักน้อยกว่า 100(P) ตัน แต่ผลของแรงจาก C ที่นำมาคิดหน่วยแรงเฉือนจะไม่ถึง 100 (P) ตัน เช่นเสาเข็ม A ส่วนเสาเข็ม จะส่งผลมายังหน่วยแรงเฉือนเท่าใดนั้น ให้คำนวณจากสูตรดังนี้

$$P' = P \frac{\left(X + \frac{d_p}{2}\right)}{d_p}; 0 \leq P' \leq P \quad (11.11)$$

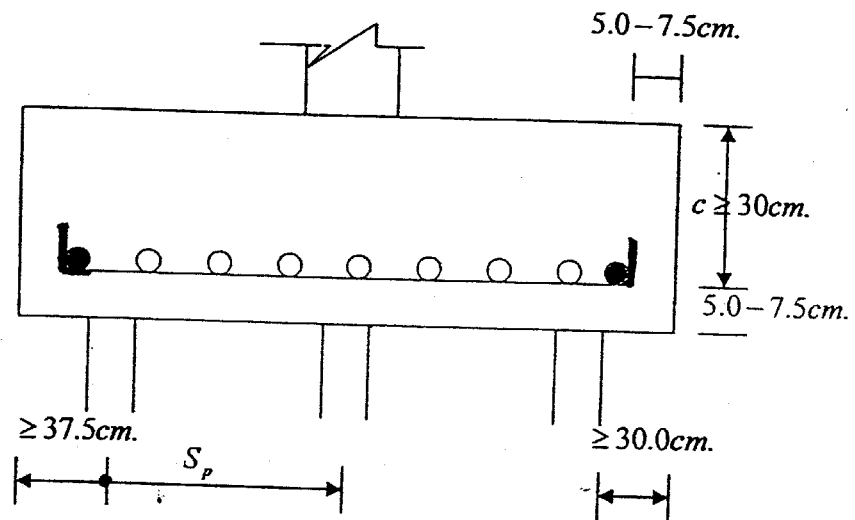
$d_p$  = ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเสาเข็ม

$$P' = 0 \text{ เมื่อ } X < -\frac{d_p}{2}$$

$$P' = P \text{ เมื่อ } X > \frac{d_p}{2}$$

### 11.6 ระยะพิงัดสำหรับฐานราก

ระยะพิงัดต่าง ๆ สำหรับฐานรากวางบนเสาเข็ม ดังแสดงในรูปที่ 11.7 เป็นข้อเสนอแนะที่สามารถเลือกใช้เป็นอย่างดีและเหมาะสมกับลักษณะฐานรากที่ใช้ในประเทศไทย



รูปที่ 11.7 การจัดระยะพิักัดของเสาเข็ม

เมื่อ  $S_p$  = ระยะห่างระหว่างเสาเข็มแต่ละต้น  
 $D_p$  = ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเสาเข็ม

ระยะห่างระหว่างเสาเข็ม  $S_p$  แต่ละต้นควรห่างประมาณ 3-4 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของเสาเข็มสำหรับฐานรากที่รองรับเสาตอม่อวงกลม ให้แปลงขนาดของตอม่อวงกลมเป็นเสมือนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีพื้นที่เท่ากับวงกลม

### 11.7 การออกแบบฐานรากวางบนดิน

ขั้นตอนการออกแบบ

- 1) กำหนดค่า Bearing Capacity ของดิน (ถ้า  $D/B < 1$ ) ควรใช้ทฤษฎีของ Terzaghi
- 2) กำหนดขนาดหน้าตัด
- 3) ตรวจสอบความหนาของหน้าตัดด้วย Punching shear และ Beam shear
- 4) กำหนดค่าโมเมนต์ค้ำประลัยที่ขอบเสา
- 5) ออกแบบปริมาณเหล็กเสริม
- 6) เขียนแบบแสดงรายละเอียดหน้าตัด

## 11.8 การออกแบบฐานรากวางบนเสาเข็ม

### ขั้นตอนการออกแบบ

1) กำหนดค่าแรงต้านทานของเสาเข็มซึ่งมีค่าเท่ากับแรงเสียดทานที่ผิวเข็ม รวมกับแรงต้านทานที่ปลายเข็ม

2) กำหนดจำนวนเสาเข็มที่ต้องใช้

3) กำหนดขนาดหน้าตัด

4) ตรวจสอบความหนาของหน้าตัดด้วย Punching shear และ Beam shear

5) กำหนดค่าโมเมนต์ค้ำยันที่ขอบเสา

6) เขียนแบบแสดงรายละเอียดหน้าตัด

→ ค่า  $f_p$  ไม่ใช้  $f_{cd}$   
 $L_p$  - ความลึกของเสาเข็ม

$$f_p \leq 600 \text{ กก./ซม.} \text{ เมื่อ } L_p \leq 7.0 \text{ ม.}$$

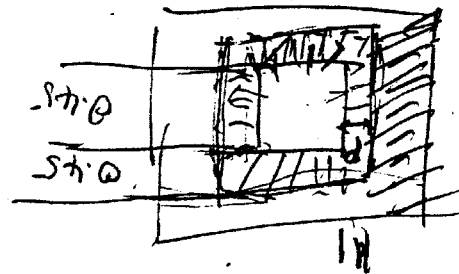
$$\text{เมื่อ } L_p > 7.0 \text{ ม.}$$

$$f_p = 600 + 220 L_{pe} \text{ ; } L_{pe} = \text{ระยะความลึกที่เป็น } 7.0 \text{ ม.}$$

$$A_p = \text{พื้นที่ผิวของเสาเข็ม}$$

$$P = f_p \cdot A_p \text{ แรงแบกกากแนวเสาเข็ม}$$

11.6 ตัวอย่างการคำนวณ



ตัวอย่างที่ 11.1 ให้ออกแบบฐานรากเดี่ยว รองรับตอม่อสี่เหลี่ยมจตุรัสขนาด  $0.45 \times 0.45 \text{ m}^2$  แรงกดจากตอม่อแยกเป็นน้ำหนักคงที่ 97 Ton และน้ำหนักจร 51 Ton ดินใต้ฐานรากรับน้ำหนักได้  $30 \text{ Ton/m}^2$  กำหนด

$f'_c = 210 \text{ ksc}$ . และ  $f_y = 3000 \text{ ksc}$ . ,  $E_s = 2.039 \times 10^6 \text{ ksc}$ .

วิธีทำ แรงกดประลัยจากตอม่อ  $R = 1.4 \times 97 + 1.7 \times 51 = 222.5$  ตัน

คำนวณ พท. ฐาน ;  $A = P_u / q_u = 222.5 / 30 = 7.42 \text{ m}^2$

สมมติให้ฐานรากขนาด  $2.75 \times 2.75$  ให้พท.  $7.56 \text{ m}^2$

และสมมติให้ฐานรากหนา  $0.55 \text{ m}$  ( $d = 0.45 \text{ m}$ )

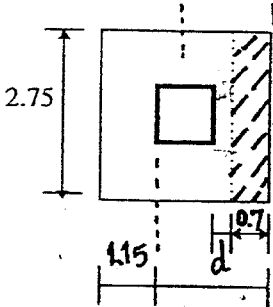
$$BD = A = 7.42$$

$$B = D = \sqrt{7.42} = 2.72$$

ตรวจสอบหน่วยแรงเฉือน ต้องทำการตรวจสอบ 2 รูปแบบคือ

1). Beam Shear

หน่วยแรงต้านทานของดินใต้ฐานราก =  $222.5 / 7.56 = 29.43 \text{ Ton/m}^2$



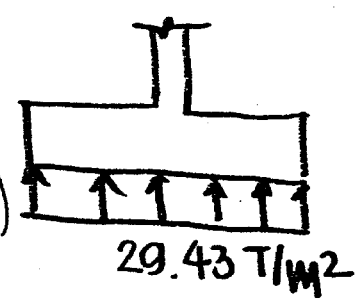
$$v_u = \frac{V_u}{bd} = \frac{29.43 \times 10^3 (0.70 \times 2.75)}{275 \times 45 - d}$$

$$= 4.58 \text{ ksc}$$

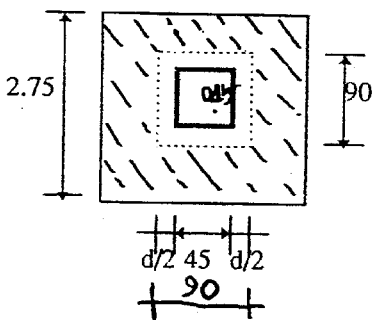
$$v_{all} = \phi [0.53 \sqrt{f'_c}] = 0.85 (0.53 \sqrt{210})$$

$$= 6.53 \text{ ksc}$$

$v_u < v_{all}$  ใช้ได้



2) Punching Shear  $d/2$



$$v_u = \frac{29430 * [(2.75 \times 2.75 - (0.45 + 0.45 + 0.45)^2)]}{(4 \times 90) 45 - d}$$

$$= 198734.3 \text{ kg}$$

$$v_u = \frac{198734.3}{(4 \times 90) 45 - d} = 12.27 \text{ ksc}$$

$$v_{all} = \phi [1.06 \sqrt{f'_c}] = 13.06 \text{ ksc} = 0.85 (1.06 \sqrt{210})$$

$v_u < v_{all}$  ใช้ได้

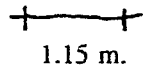
$$V_c = (0.53 + \frac{1.06}{\beta_c}) \sqrt{f'_c} ; \beta_c = \frac{45}{45} = 1$$

โดยสมมติเส้นรอบรูปของแนวหักกด  $V_c = 1.59 \sqrt{f'_c} = 23.04 \text{ ksc}$

$$V_c = (0.53 + \frac{0.27 \alpha_s}{b_o/d}) \sqrt{f'_c} ; \alpha_s = 40$$

$$\rightarrow V_c = (0.53 + \frac{0.27 \times 40}{360/45}) \sqrt{f'_c} ; b_o/d = \frac{360}{45} = 8$$

$$= 1.88 \sqrt{f'_c} = 27.24 \text{ ksc}$$



โมเมนต์คัตและปริมาณเหล็กเสริม

$$M_u = (29430 \cdot 1.15 \cdot 2.75) \cdot 1.15/2 = 53516.156 \text{ kg-m}$$

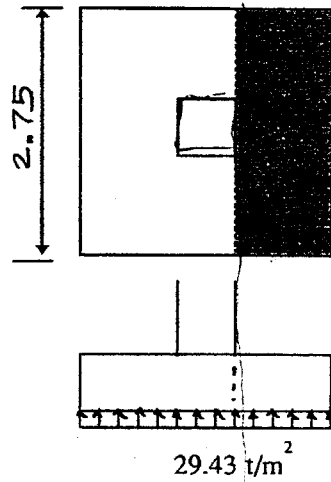
$$\text{จาก } M_u / \phi f'_c b d^2 = 53516.6156 \cdot 100 / [0.9 \cdot 210 \cdot 275 \cdot 45^2] = 0.051$$

จากตารางที่ 3.3 จะได้อค่า  $q = 0.053$

$$\text{ดังนั้น } \rho = q \cdot f'_c / f_y = 0.053 \cdot 210 / 3000 = 0.00371$$

$$\rho_{\min} = 14 / f_y = 14 / 3000 = 0.00467$$

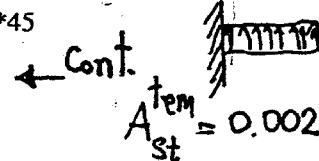
ปรากฏว่า  $\rho < \rho_{\min}$  ดังนั้นใช้  $\rho = 0.00467$



คำนวณปริมาณเหล็กเสริม

$$A_{st} = 0.00467 \cdot 275 \cdot 45$$

$$A_{st} = 57.79 \text{ cm}^2$$



เลือกใช้ 12Y25 mm ใหพ.ท = 58.92 cm<sup>2</sup>  $\Sigma o = 94.2 \text{ cm}$ .

$$\text{ความลึก } a = 58.92 \cdot 3000 / [0.85 \cdot 210 \cdot 275] = 3.601 \text{ cm.}$$

$$\text{โมเมนต์คัตประลัย, } M_u = 0.9 \cdot (58.92 \cdot 3000 \cdot (45 - 3.601/2)) / 100 = 68723.50 \text{ kgm.} > (M_u)_{act} = 53516$$

หน่วยแรงขีดเหนี่ยว ใช้แนววิกฤติเดียวกับโมเมนต์คัต

$$U_u = \frac{V_u}{\phi \Sigma o j d}$$

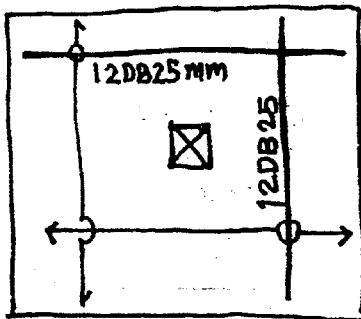
$$V_u = 29430 \cdot 1.15 \cdot 2.75 = 93072.375 \text{ kg.}$$

ค่า  $V_u$  ในที่นี้จะแตกต่างกับ  $V_u$  ในเรื่องของ Beam Shear เพราะแนววิกฤติคนละแนว

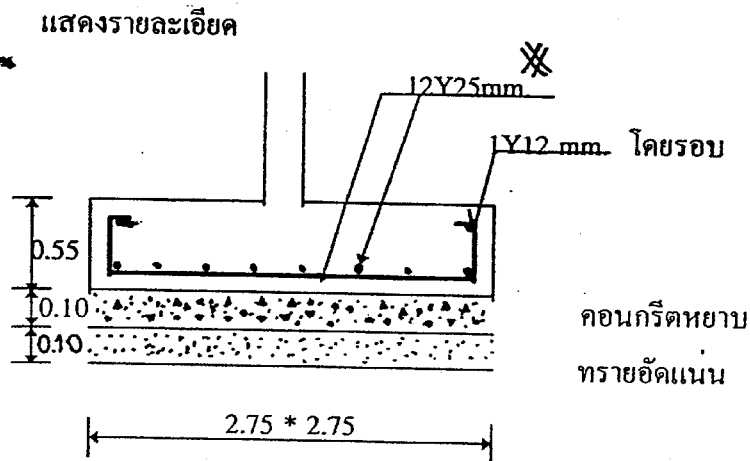
$$U_u = \frac{93072.375}{0.85 \cdot 94.20 \cdot 0.9 \cdot 45} = 28.70 \text{ ksc.}$$

$$U_{all} = 6.39 \sqrt{f'_c} / D = 37.04 \text{ kg/cm}^2$$

$U_u < U_{all}$  ใช้ได้







ตัวอย่างที่ 11.2 จงออกแบบฐานรากใช้เสาเข็ม รับน้ำหนักจากค่อมขนาด 0.55\*0.55 แยกเป็นน้ำหนักคงที่ (DL) = 72 Ton และน้ำหนักจร (LL) = 83 Ton กำหนด  $f'_c = 280$  ksc และ  $f_y = 3000$  ksc ใช้เพคเตอร์น้ำหนักตาม ACI

วิธีทำ 1) คำนวมน้ำหนักประลัย

$$\text{น้ำหนักประลัย } R_u = 1.4 \cdot 72 + 1.7 \cdot 83 = 241.9 \text{ Ton}$$

2) ออกแบบเสาเข็ม

ใช้เสาเข็มเจาะขนาด  $\phi 0.35$  m รับน้ำหนักต้นละ 28 Ton จำนวน 9 ต้น

เสาเข็มแต่ละต้นรับแรง =  $241.9 / 9 = 26.88$  Ton

จัดขนาดของฐานรากดังแสดงในรูป สมมุติ  $d = 50$  cm,  $h = 60$  cm.

3) ตรวจสอบหน่วยแรงเฉือน

3.1) Punching Shear ต้องทำการตรวจสอบ 2 กรณี คือ

รอบเสาเข็มแต่ละต้น และรอบเสาค่อม (เส้นประในรูปคือแนววิกฤติ)

ถ้ารับเสาเข็มแต่ละต้น

แนววิกฤติรอบเสาเข็มมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ  $d/2 + \phi$  ของเสาเข็ม +  $d/2 = 50/2 + 35 + 50/2 = 85$  cm

$$v_u = \frac{V_u}{b_o d}$$

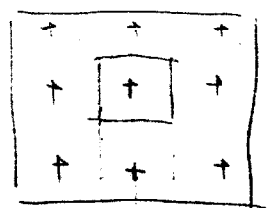
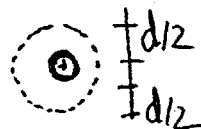
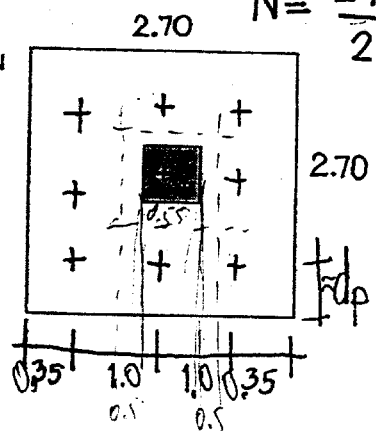
$$= \frac{26880}{(\pi \cdot 85) 50} = 2.124 \text{ ksc}$$

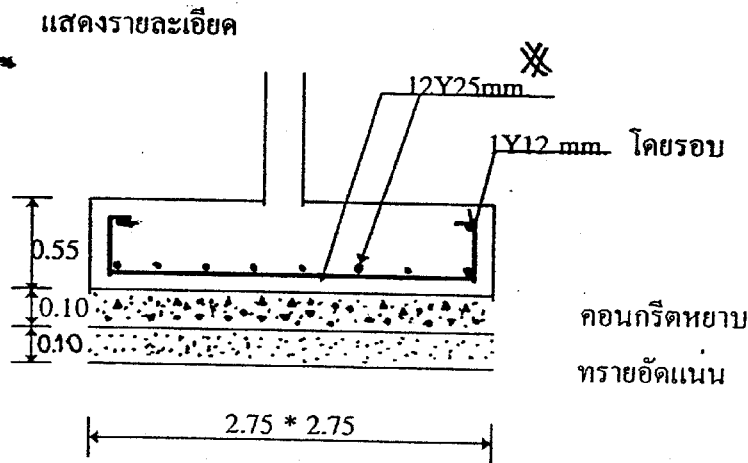
$$V_{all} = \phi [1.06 \sqrt{f'_c}] = 15.08 \text{ ksc} > V_u \text{ ใช้ได้}$$

$$0.85 (1.06 \sqrt{280})$$

จากผลการคำนวณดิน  
ได้ น.บ. ประลัย.

$$N = \frac{241.9}{28} = 8.7$$





ตัวอย่างที่ 11.2 จงออกแบบฐานรากใช้เสาเข็ม รับน้ำหนักจากค่อมขนาด  $0.55 \times 0.55$  แยกเป็นน้ำหนักคงที่ (DL) = 72 Ton และน้ำหนักจร (LL) = 83 Ton กำหนด  $f'_c = 280$  ksc และ  $f_y = 3000$  ksc ใช้เพคเตอร์น้ำหนักตาม ACI

วิธีทำ 1) คำนวณน้ำหนักประลัย

$$\text{น้ำหนักประลัย } R_u = 1.4 \times 72 + 1.7 \times 83 = 241.9 \text{ Ton}$$

2) ออกแบบเสาเข็ม

ใช้เสาเข็มเจาะขนาด  $\phi 0.35$  m รับน้ำหนักตันละ 28 Ton จำนวน 9 ต้น

เสาเข็มแต่ละต้นรับแรง =  $241.9 / 9 = 26.88$  Ton

จัดขนาดของฐานรากดังแสดงในรูป สมมุติ  $d = 50$  cm,  $h = 60$  cm.

3) ตรวจสอบหน่วยแรงเฉือน

3.1) Punching Shear ต้องทำการตรวจสอบ 2 กรณี คือ

รอบเสาเข็มแต่ละต้น และรอบเสาค่อม (เส้นประในรูปคือแนววิกฤติ)

ถ้ารับเสาเข็มแต่ละต้น

แนววิกฤติรอบเสาเข็มมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ  $d/2 + \phi$  ของเสาเข็ม +  $d/2 = 50/2 + 35 + 50/2 = 85$  cm

$$v_u = \frac{V_u}{b_o d}$$

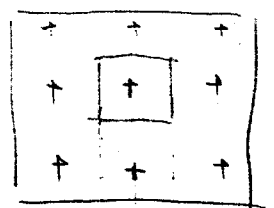
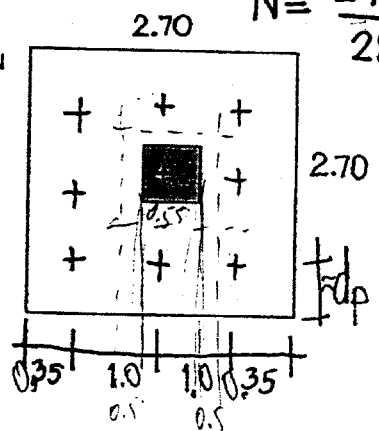
$$= \frac{26880}{(\pi \times 85) 50} = 2.124 \text{ ksc}$$

$$V_{all} = \phi [1.06 \sqrt{f'_c}] = 15.08 \text{ ksc} > V_u \text{ ใช้ได้}$$

$$0.85 (1.06 \sqrt{280})$$

จากผลการทำทอร์ชั่นดิน  
ได้ น.บ. ประลัย.

$$N = \frac{241.9}{28} = 8.7$$



$$p' = p = 26.88 \text{ T}$$

$$p' = P(x + d_p/2) \frac{1}{d_p} : x = 72.5 - \frac{50}{2} = 47.5 > d_p/2 = 18.5$$

2) หน่วยแรงเฉือนที่แนววิกฤติรอบเสาตอม่อ  $d = 50 \text{ cm}$

$$V_u = \frac{8 \cdot 26880}{4[50/2 + 55 + 50/2] \cdot 50} = 10.24 \text{ ksc}$$

$$V_{all} = 15.08 \text{ ksc} > V_u \text{ ใช้ได้}$$

3.2) Beam Shear at  $d = 0.5 \text{ m}$

$$V_u = \frac{3 \cdot 26880}{270 \cdot 50} = 5.97 \text{ ksc}$$

$$V_{all} = \phi [0.53 \sqrt{f'_c}] = 7.54 \text{ ksc} > V_u \text{ ใช้ได้}$$

4) โมเมนต์คัตและปริมาณเหล็กเสริม

$$M = 3 \cdot 26880 \cdot 0.725 = 58464 \text{ kg-m}$$

$$\text{จาก } Mu / [\phi f'_c b d^2] = \frac{58464 \cdot 100}{0.9 \cdot 280 \cdot 270 \cdot 50^2} = 0.0363$$

จากตารางที่ 3.3 จะได้อค่า  $q = 0.035$

$$\text{ดังนั้น } p = 0.035 \cdot 280 / 3000 = 0.00326$$

$$p_{min} = 14 / 3000 = 0.00467$$

ซึ่ง  $p < p_{min}$  ดังนั้นจึงใช้  $p = 0.00467$

$$\text{ปริมาณเหล็กเสริม } A_{st} = 0.00467 \cdot 270 \cdot 50 = 63.045 \text{ cm}^2$$

ใช้ 11Y28mm จะได้  $A_{st} = 67.83 \text{ cm}^2$ ;  $\Sigma o = 96.71 \text{ cm}$ .

$$\text{ความลึก } a = \frac{67.83 \cdot 3000}{0.85 \cdot 280 \cdot 270} = 3.16 \text{ cm}$$

โมเมนต์คัตประลัย

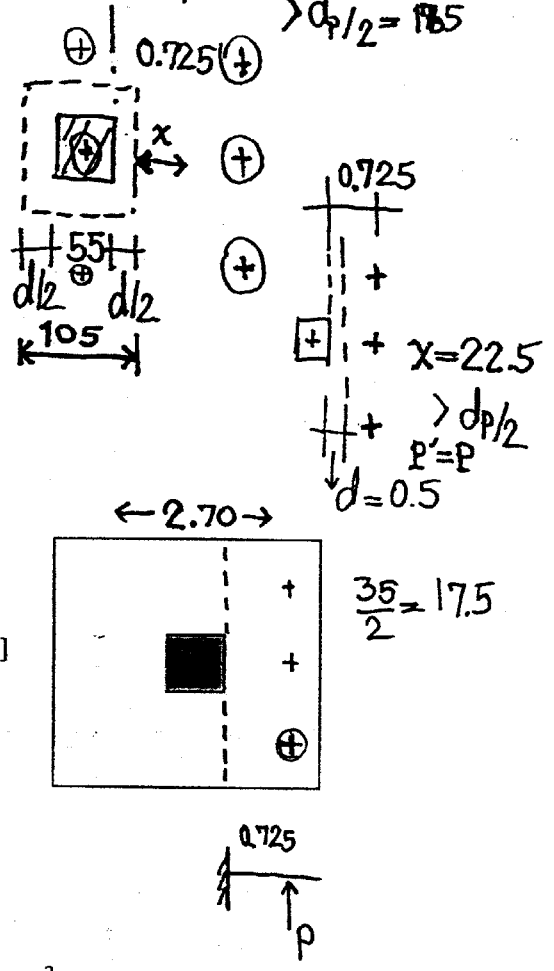
$$M_u = \frac{0.9}{100} (67.83 \cdot 3000 \cdot (50 - 3.16/2)) = 88546.14 \text{ kgm.} > (M_u)_{act} = 58464$$

5) หน่วยแรงยึดหน่วง

$$U_u = \frac{3 \cdot 26880}{0.85 \cdot 96.71 \cdot 0.9 \cdot 50} = 21.79 \text{ ksc} = \frac{V_u}{\phi \Sigma o j d}$$

$$U_{all} = 6.39 \sqrt{f'_c} / d = 38.19 \text{ ksc}$$

$U_u < U_{all}$  ใช้ได้



$$M_m = A_{st} f_y (d - a/2)$$

$$M_u = \phi (1 - 0.59 q)$$

$$c x = q - 0.59 q^2$$

$$0.59 q^2 - q + c = 0$$

$$\Sigma o = \pi \times 11 \times 2.8 = 96.761 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow V_{cu} = \phi (0.53 + \frac{1.06}{\beta_c}) \sqrt{f'_c} = 0.85 (1.06 \sqrt{280}) = 15.08 \text{ Control}$$

$$V_{cu} = \phi (0.53 + \frac{1.06}{\beta_c}) \sqrt{f'_c} ; \beta_c = \frac{55}{55} = 1$$

$$= 0.85 (0.53 + 1.06) \sqrt{280}$$

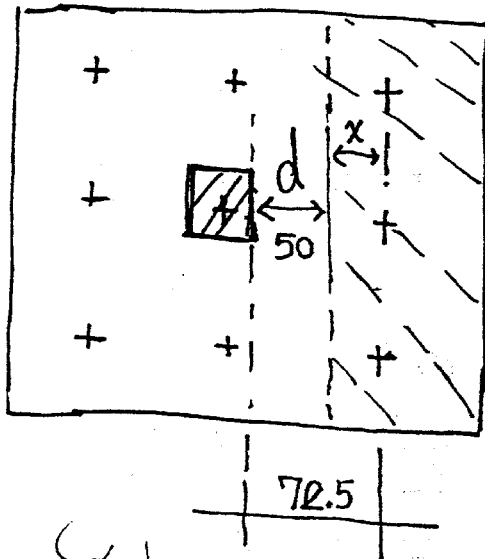
$$= 22.66 \text{ ksc.}$$

$$V_{cu} = \phi (0.53 + \frac{0.27 \alpha_s}{b_o/d}) \sqrt{f'_c} ; \alpha_s = 40$$

$$= 0.85 (0.53 + \frac{0.27 \times 40}{105/50}) \sqrt{280}$$

$$= 80.69 \text{ ksc.}$$

⇒ Beam shear at  $d = 0.5 \text{ m}$



$$x = 22.5$$

$$> d/2 = 17.5$$

$$\therefore P' = P = 26.88 \text{ T}$$

จำนวนเสาเข็ม 3 เสา

$$V = \frac{3 \times 26880}{(275 \times 50)}$$

$$= 5.97 \text{ ksc}$$

$$V_c = \phi (0.53 \sqrt{f'_c}) = 0.85 (0.53 \sqrt{280}) = 7.54 \text{ ksc}$$

โมเมนต์ที่ตัดหน้า:  $M_u = 58464 \text{ kgm} = 3 \times 26880 \times 0.725$

$$M_u = q (1 - 0.59q) \cdot \phi f'_c b d^2$$

$$\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = q (1 - 0.59q)$$

$$\frac{58464}{0.9 \times 280 \times 275 \times 50^2} = q - 0.59q^2$$

$$0.0343 = q - 0.59q^2$$

$$q^2 - 1.7q + 0.058 = 0 ; \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$q = \frac{+1.7 \pm \sqrt{(1.7)^2 - 4(1)(0.058)}}{2} < 1$$

$$= 0.0348$$

$$\rho = q f'_c / f_y = 0.0348 \times 280 / 3000 = 0.00326$$

$$\rho_{min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{3000} = 0.00467$$

หาก  $\rho < \rho_{min}$  ดังนั้นให้  $\rho = \rho_{min}$

$$\therefore \rho = 0.00467$$

หาปริมาณเหล็ก  $A_{st} = 0.00467 \times 50 \times 270$   
 $= 63.05 \text{ cm}^2$

เลือกเหล็ก DB 28 mm ให้  $A_s = 6.16 \text{ cm}^2$

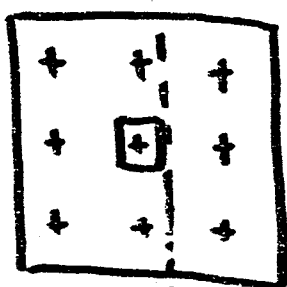
จำนวนเส้น  $= \frac{63.05}{6.16} = 10.24$  เส้น

ดังนั้นให้ 11 DB 28 mm

จะได้  $A_{st} = 67.76 \text{ cm}^2, \Sigma_0 = 96.76$

5) ตรวจสอบแรงยึดเหนี่ยว

$$11 \times 7(2.8) = 96.76$$



$$\therefore V_u = 3 \times 26880 = 80640 \text{ kg}$$

$$U_u = 80640$$

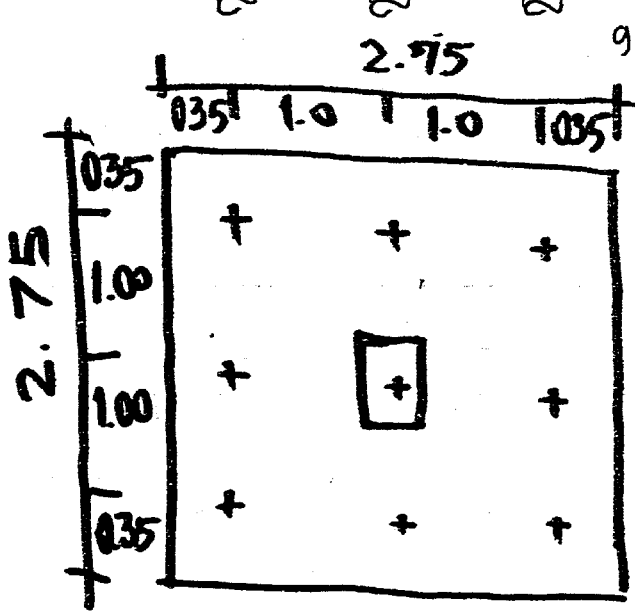
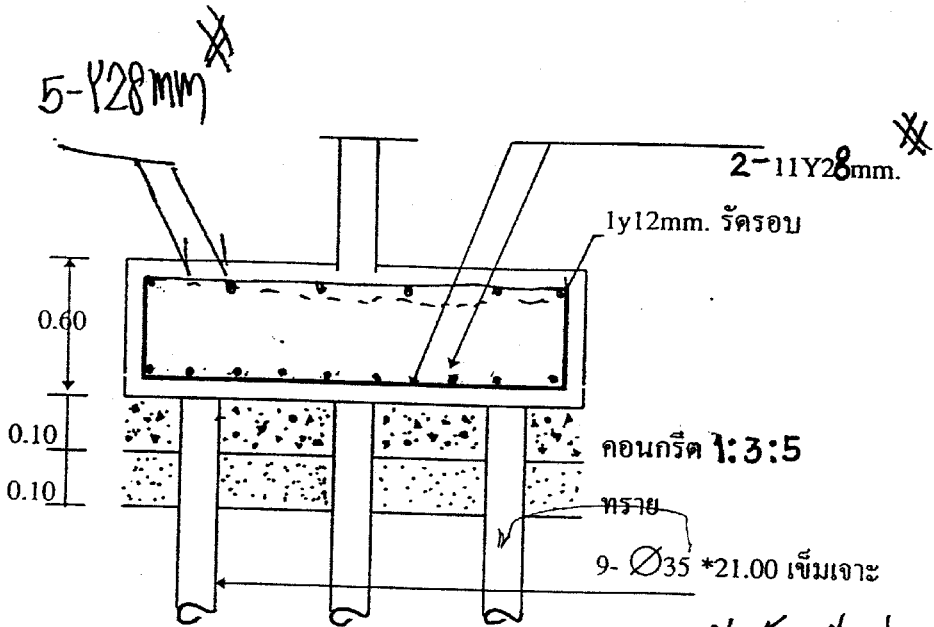
$$0.85 \times 96.76 \times 0.9 \times 50$$

$$= 21.79 \text{ ksc}$$

$$U_{all} = \frac{6.39 \sqrt{f_c}}{D} = \frac{6.39 \sqrt{280}}{2.8} = 38.19 > U_u$$

3 x 26880

6) แสดงรายละเอียด



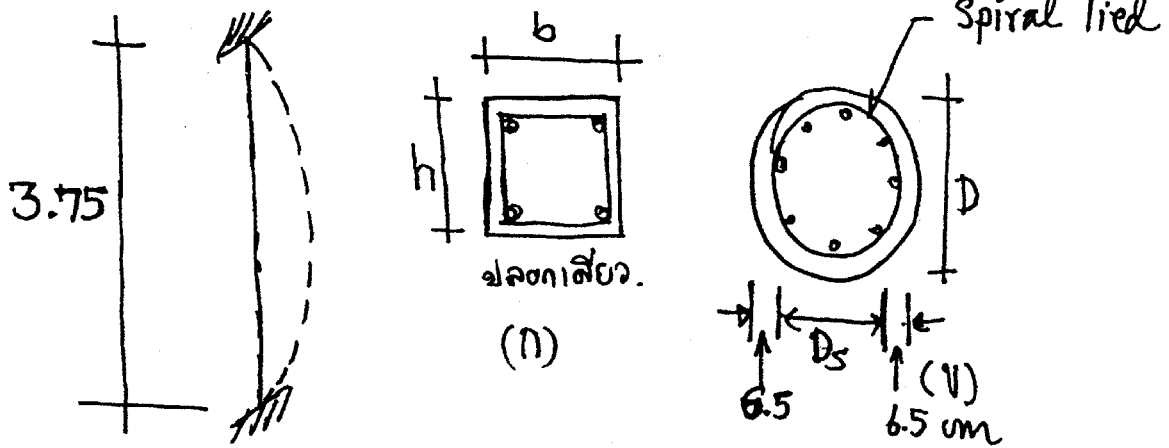
9 $\phi$ 35 รับน้ำหนักปลอดภัย  
ไม่น้อยกว่า 98 Ton/pile

0.35  
1.0  
1.0  
0.35  
2.75

9/4

# Home test

1) ผนังคอนกรีตเสริมเหล็กในรูป รั้ง น.น. บรรทุกหนัก 180 Ton  
 น.น. บรรทุกจร 180 Ton โมเมนต์ดัดประจักษ์เกิดขึ้นที่ผนัง น.น.  
 บรรทุกประจักษ์กระทำโดยคาน้ำ 12.5 cm



ให้  $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$   $f_y = 3000 \text{ kg/cm}^2$

$\rho_t \leq 2.5\%$

2) จากข้อ 1 ให้นำออกมาแบบฐานรากของรั้งและเสา (n) เพื่อ  
 น.น. บรรทุกคาน้ำที่ฐานราก 10% ของ น.น. บรรทุกประจักษ์รวม  
 กำหนด  $q_{pu} = 40 \text{ Ton/m}^2$

3) จากข้อ 1 ให้นำออกมาแบบฐานรากของรั้งและเสา (n) เพื่อ  
 น.น. บรรทุกคาน้ำที่ฐานราก 10% ของ น.น. บรรทุกประจักษ์รวม  
 กำหนด เสาเพิ่มขนาด  $35 \times 35 \text{ cm}$  รั้ง น.น. บรรทุกประจักษ์  
 68 Ton/pile

## Shear Wall

### 12.1 Design Considerations



- a) Varying shear that is maximum at the base
- b) Varying flexure that is maximum at the base and produces compression on one end of the wall and tension on the opposite end.

c). Gravity load that produce compression on the wall

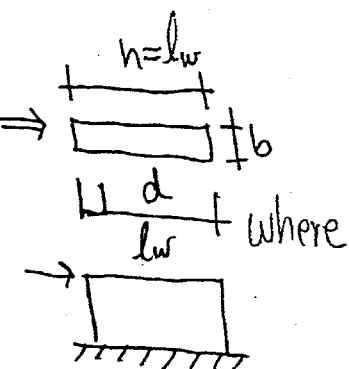
### 12.2. Design of wall; Shear

The design of shear wall follows the same approach as that as that for beams. Design of the horizontal section for shear in the plane of wall is base on

$$V_u \leq \phi V_n \quad (1)$$

$$V_n = V_c + V_s \quad (2)$$

$$V_n \leq 2.65 \sqrt{f_c'} b d \quad (\text{base on tests of wall}) \quad (3)$$



where  $b$  = The thickness of the wall

$d$  = The effective depth (0.8 of the horizontal length of the wall  $l_w$ ,  $0.8 l_w$ )

The shear strength provided by the concrete for wall.

- Net axial Compression

$$V_c = 0.53 \sqrt{f_c'} b d \quad (4)$$

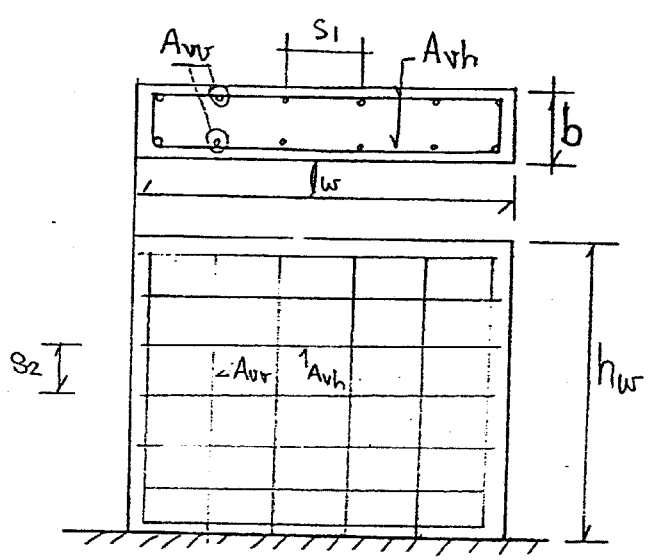
- Net axial Tension

$$V_c = 0.53 \left( 1 + 0.029 \frac{N_u}{A_g} \right) \sqrt{f_c'} b d \quad (5)$$

where  $N_u$  = The factored axial force taken as negative

$A_g$  = The gross cross-sectional area of the wall





$$s_1 \leq l_w/3, 3b, 45 \text{ cm}$$

$$s_2 \leq l_w/5, 3b, 45 \text{ cm}$$

Use the only value is less than

Fig 1 Reinforcement in a wall.

If  $V_u > \phi V_c$  The shear strength provide by the horizontal reinforcement is computed in the same way as in beams.

$$V_s = A_{vh} f_y d / s_2 \tag{6}$$

The area of horizontal reinforcement in each layer spaced at  $s_2$  is

$$A_{vh} = (V_u - \phi V_c) s_2 / (\phi f_y d) \tag{7}$$

The minimum horizontal reinforcement

$$(A_{vh})_{min} = 0.0025 s_2 b \tag{8}$$

Minimum vertical reinforcement must be provided to satisfy the greater of

$$A_{vv} \geq [0.0025 + 0.5(2.5 - h_w/l_w)(A_{vh}/s_2 b - 0.0025)] s_1 b \tag{9}$$

$$A_{vv} \geq 0.0025 s_1 b \tag{10}$$

but  $A_{vv}/s_1 b \leq A_{vh}/s_2 b$

$A_{vv}$  and  $A_{vh}$  represent the area of steel in a layer at

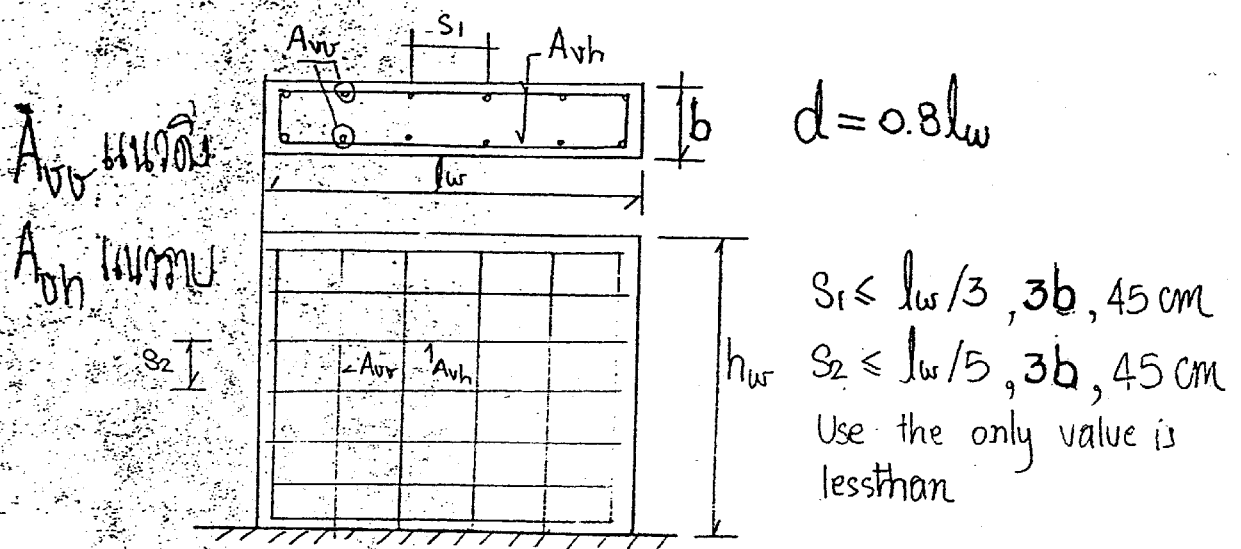


Fig ① Reinforcement in a wall.

If  $V_u > \phi V_c$  The shear strength provide by the horizontal reinforcement is computed in the same way as in beams.

$$V_s = A_{vh} f_y d / s_2 \quad (6)$$

The area of horizontal reinforcement in each layer spaced at  $s_2$  is

$$A_{vh} = (V_u - \phi V_c) s_2 / (\phi f_y d) \quad (7)$$

The minimum horizontal reinforcement

$$(A_{vh})_{min} = 0.0025 s_2 b \quad (8)$$

Minimum vertical reinforcement must be provided to satisfy the greater of

$$A_{vv} \geq [0.0025 + 0.5(2.5 - h_w/l_w)(A_{vh}/s_2 b - 0.0025)] s_1 b \quad (9)$$

$$A_{vv} \geq 0.0025 s_1 b \quad (10)$$

but  $A_{vv}/s_1 b \leq A_{vh}/s_2 b$

$A_{vv}$  and  $A_{vh}$  represent the area of steel in a layer at

## 12.4 Design Example

3

as spacing of  $S_1$  or  $S_2$  respectively. As  $h_w/l_w$  is reduced the amount of vertical shear reinforcement needed increases.

If  $V_u \leq \phi V_c$ , the minimum reinforcement previously specified is supplied in the eq. (8) and (10)

If  $V_u < \phi V_c/2$  The minimum reinforcement also must be

$$A_{sv} \geq 0.0012 S_1 b \quad \text{for No. 16 mm or smaller bars}$$

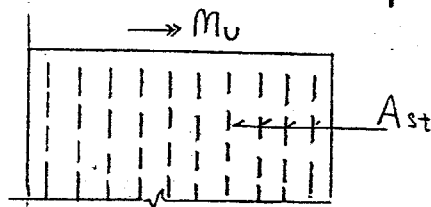
$$\text{Or } A_{sv} \geq 0.0015 S_1 b \quad \text{for No. 20 mm or larger bars}$$

## 12.3 Design of walls: Flexure

The moment capacity of the section is given by

$$M_u = \phi [0.5 A_{st} f_y l_w (1 - z/l_w)] \quad (11)$$

$$\text{where } z/l_w = 1 / (2 + 0.85 \beta_1 l_w b f'_c / A_{st} f_y)$$



longitudinal steel (Vertical)

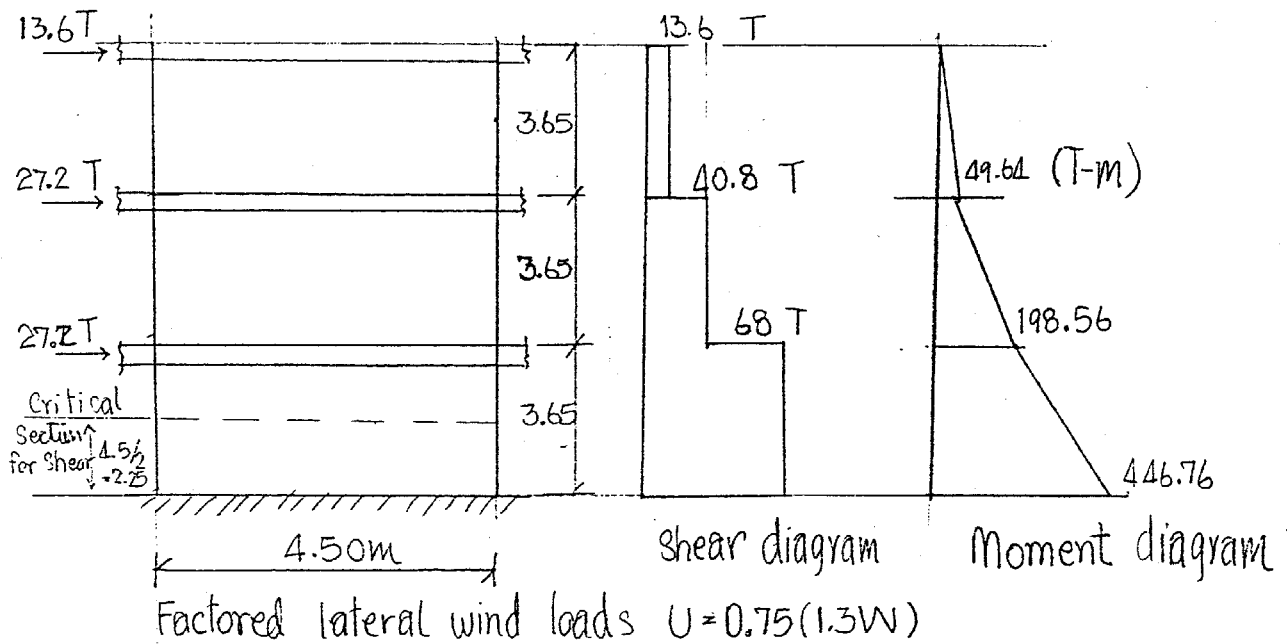
$$A_{st} = M_u / f_y (l_w - e_w) \quad (12)$$

## 12.4 Design Examples

①

### EX. 12.1

A three-story wall is subjected to factored wind forces as shown in fig below. The wall is 4.5 m long and 20 cm thick. Design reinforcement for the wall at the first level between the base and second floor. Given  $f'_c = 210 \text{ ksc}$  and  $f_y = 3000 \text{ ksc}$ .



Sol<sup>n</sup>

Because shear is constant over the first level, the entire 3.65 m height is designed for the same shear force

Check maximum shear strength permitted

$$\text{Assume } d = 0.8l_w = 0.8 \times 450 = 360 \text{ cm}$$

$$V_u \leq \phi V_n \leq \phi(2.65\sqrt{f'_c}bd)$$

$$\text{So } V_u = 68 \times 10^3 \text{ kg} \leq 0.85(2.65\sqrt{210} \times 20 \times 360)$$

$$68 \times 10^3 \leq 235.02 \times 10^3 \text{ kg} \quad \text{OK}$$

Determine shear strength provided by concrete,  $V_c$

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c}bd$$

$$= 0.53\sqrt{210} \times 20 \times 360$$

$$= 55.3 \times 10^3 \text{ kg}$$

$$0.85 \times 55.3 \times 10^3$$

⑤

Which  $V_u = 68 \times 10^3 \text{ kg} > \phi V_c = 47.005 \times 10^3 \text{ kg}$

Since this shear reinforcement must be provided

$$\begin{aligned} V_s &= V_u / \phi - V_c = (68 \times 10^3 - 47.005 \times 10^3) / 0.85 \\ &= 68 \times 10^3 / 0.85 - 55.3 \times 10^3 \\ &= 24.7 \times 10^3 \text{ kg} \quad \text{by horizontal shear} \\ &\quad \text{reinforcement, } A_{vh} \end{aligned}$$

from eq. (6)

$$\begin{aligned} A_{vh} / S_2 &= V_s / f_y d \\ &= 24.7 \times 10^3 / (3000 \times 360) \\ &= 0.02287 \text{ cm}^2 / \text{cm} \end{aligned}$$

The minimum horizontal reinforcement

$$\begin{aligned} A_{vh} / S_2 &= 0.0025 b = 0.0025 \times 20 = 0.05 \text{ cm}^2 / \text{cm} \\ &> 0.02287 \end{aligned}$$

Then minimum requirements control is  $A_{vh} / S_2 = 0.05 \text{ cm}^2 / \text{cm}$

The spacing  $S_2$  must not exceed  $l_w / 5$  or  $3b$  or 45 cm

$$S_2 \leq l_w / 5 = 450 / 5 = 90 \text{ cm}$$

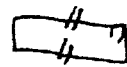
$$\leq 3b = 3 \times 20 = 60 \text{ cm}$$

$$\leq 45 \text{ cm}$$

Use  $S_2 \leq 45 \text{ cm}$ .

Using two curtains (size) of steel and  $\phi 12 \text{ mm}$

$$A_{vh} = 2 \times 1.13 = 2.26 \text{ cm}^2$$



$$S_2 = 2.26 / 0.05 = 45.2 \text{ cm}$$

Therefore the spacing  $s_2 = 45 \text{ cm}$  and  $\phi 12 \text{ mm}$  of layers of horizontal reinforcement

Determine the required vertical shear reinforcement,  $A_{vv}$

$$\frac{A_{vv}}{S_1} = [0.0025 + 0.5(2.5 - h_w / l_w) (\frac{A_{vh}}{S_2 b} - 0.0025)] b$$

(6)

$$\frac{A_{ovr}}{S_1} = \left[ 0.0025 + 0.5 \left( 2.5 - \frac{10.95}{4.5} \right) \left( \frac{2.26}{45 \times 20} - 0.0025 \right) \right] 20$$

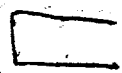
$$= 0.05 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

Which is the same as the horizontal reinforcement. If  $A_{oh}$  is controlled by minimum requirements,  $A_{ovr}$  also be controlled by the minimum values.

Therefore, vertical shear reinforcement also can be provided by using  $\phi 12$  mm at 20 cm.

Determine moment capacity with vertical steel provided for shear. Vertical shear reinforcement is effective in flexure. Using Eq. (11)

$$M_u = \phi \left[ 0.5 A_{st} f_y l_w (1 - Z/l_w) \right]$$



$$\Rightarrow A_{st} = \frac{2.26 \times 450}{15} = 22.6 \text{ cm}^2$$

$$Z/l_w = 1 / \left[ 2 + 0.85 \beta f_c b l_w / A_{st} f_y \right] ; \beta = 0.85$$

$$= 1 / \left[ 2 + 0.85 \times 0.85 \times 210 \times 20 \times 450 / (22.60 \times 30000) \right]$$

$$C_{cr} = 0.0496$$

So that

$$M_u = 0.9 \left[ 0.5 \times 22.6 \times 30000 \times 450 (1 - 0.0496) \times 10^{-2} \right]$$

$$= 130.5 \times 10^3 \text{ kg-m} < (M_u)_{act} = 446.76 \times 10^3$$

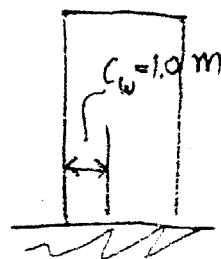
But moment from factored wind load is  $446.76 \times 10^3 \text{ kg-m}$  so additional vertical steel is needed at end sections for flexure.

$$M_{u1} = M_{ua} - M_u = (446.76 - 130.5) \times 10^3 = 316.26 \times 10^3 \text{ kg-m}$$

from eq. (12)

$$A_s = M_{u1} / f_y (l_w - C_w)$$

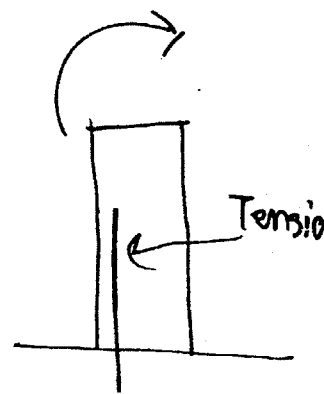
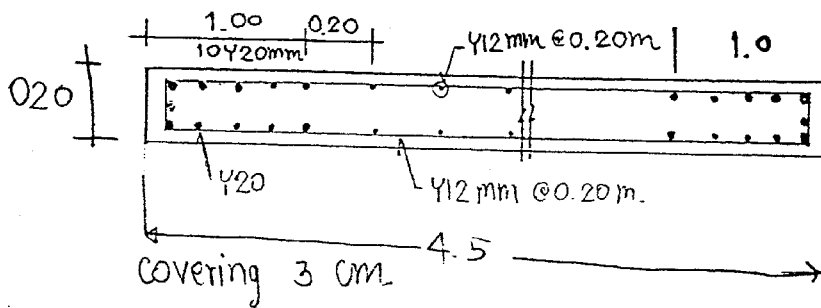
where  $C_w$  = The width of boundary element 1.0 m.



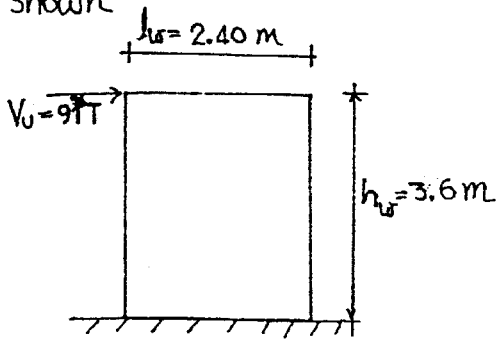
$$A_s = \frac{31630 \times 10^3 \times 100}{3000 (450 - 100)} = 30.12 \text{ cm}^2$$

Using 10Y20 mm ( $A_s = 31.4 \text{ cm}^2$ )

The wall reinforcement detail



Ex. Shear design of walls. Investigate the shear and flexural strength for the wall shown



Given: thickness of wall,  $b = 20$  cm

$$f'_c = 210 \text{ ksc}$$

$$f_y = 4000 \text{ ksc}$$

$$\phi = 0.85$$

sol<sup>n</sup> 1. Calculate maximum shear and strength permitted

$$V_u \leq \phi V_n$$

When  $V_n = 2.65 \sqrt{f'_c} b d$  ( $\approx 20\%$  of depth equal to effective depth,  $d$ )

$$= 2.65 \sqrt{210} \times 20 \times 192 \times 10^{-3}$$

$$d = 0.8 \times 240 = 192 \text{ cm}$$

$$= 147.46 \text{ T.}$$

$$V_u = 0.85 \times 147.46$$

$$= 125.34 \text{ T} > 91 \text{ T ok}$$

2. Calculate shear strength provided by concrete  $V_c$

Critical section for shear.

$$l_w/2 = 2.4/2 = 1.20 \text{ m (govern)}$$

$$h_w/2 = 3.6/2 = 1.80 \text{ m}$$

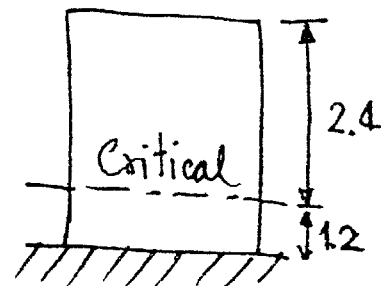
$$\text{hence } V_c = 0.875 \sqrt{f'_c} b d + \frac{N_u d}{4 \cdot l_w}$$

$$\text{or } V_c = \left[ 0.16 \sqrt{f'_c} + \frac{l_w (0.33 \sqrt{f'_c} + 0.2 N_u / b l_w)}{M_u / V_u - l_w / 2} \right] b d$$

$$\text{where } d = 0.8 l_w = 0.8 (240) = 192 \text{ cm}$$

$$N_u = 0$$

$$M_u = (3.60 - 1.20) V_u = 24 V_u = 240 \text{ T-cm}$$





substitute in both equation

$$V_c = 0.875\sqrt{210} \times 20 \times 192 = 48.69 \text{ T}$$

$$\text{or } V_c = \left[ 0.16\sqrt{210} + \frac{240(0.33\sqrt{210}) + 0}{240 - 120} \right] 20 \times 192 = 45.63 \text{ T (governs)}$$

$$\text{then } V_u = 91 \text{ T} > \phi V_c / 2 = 0.85 \times 45.63 / 2 = 19.40 \text{ Tonnes}$$

Shear Reinforcement must be required to provided.

3. Calculate required horizontal shear reinforcement

$$V_u \leq \phi V_n$$

$$\text{When } \phi V_n = \phi (V_c + V_s) \quad ; V_s = A_v f_y d / S_2$$

$$\text{or } V_u = \phi V_c + \phi \frac{A_v f_y d}{S_2}$$

Solving for

$$\frac{A_v}{S_2} = \frac{(V_u - \phi V_c)}{\phi f_y d}$$

$$= \frac{(91 - 0.85 \times 45.63) \times 10^3}{0.85 \times 4000 \times 192} = 0.07999 \text{ cm}$$

$$\text{For } 2 - \phi 12 \text{ mm} \rightarrow S_2 = \frac{2 \times 1.13}{0.07999} = 28.26 \text{ cm}$$

$$2 - \phi 16 \text{ mm} \rightarrow S_2 = \frac{2 \times 2.01}{0.07999} = 50.25 \text{ cm}$$

Maximum spacing not greater than the smaller of

$$l_w / 5 = 240 / 5 = 48 \text{ cm}$$

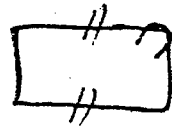
$$3 \cdot b = 3 \times 20 = 60 \text{ cm}$$

$$\text{or } = 45 \text{ cm}$$

Use 2- $\phi$ 12 mm @ 0.25 m.

Check  $\rho \gg 0.0025$

$$\rho = \frac{A_v}{A_g} = \frac{2 \times 1.13}{20 \times 25} = 0.00452 > 0.0025 \quad \text{OK}$$



4. Calculate vertical shear reinforcement

$$\begin{aligned} \rho_h A &= 0.0025 + 0.5(2.5 - h_w/l_w)(\rho - 0.0025) \\ &= 0.0025 + 0.5(2.5 - 3.60/2.40)(0.0045 - 0.0025) \\ &= 0.0035 \end{aligned}$$

Use 2- $\phi$ 12 mm @ 0.250 m

5. Design for flexure

$$M_u = V_u h_w = 91 \times 3.6 = 327.6 \text{ T-m}$$

$$M_n = A_s f_y \left( d - 0.59 \frac{A_s f_y}{f'_c b} \right)$$

Compute

$$\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \frac{327.6 \times 1000 \times 1000}{0.9 \times 210 \times 20 \times 192^2} = 0.235$$

From table  $\alpha_f = 0.28$

$$A_s = \frac{\alpha_f f'_c b d}{f_y} = \frac{0.28 \times 210 \times 20 \times 192}{4000} = 56.448 \text{ cm}^2$$

Use 12- $\phi$ 25 mm ( $A_s = 58.92$ ) :  $M_n = 413.49 \text{ T-m}$

$$M_u = 372.14 \text{ T-m} > 327.6 \text{ T-m (OK)}$$

6. Reinforcement Detail

