

Review on Tension, Compression, and Flexural Steel Member Design

Akhrawat Lenwari, PhD

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Akhrawat.L@chula.ac.th

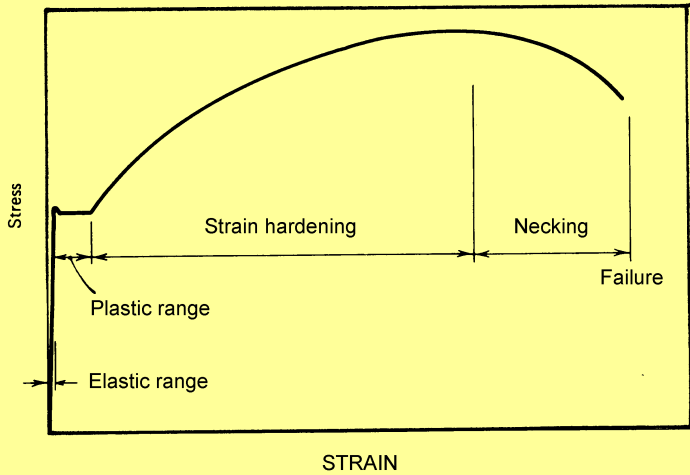
Introduction

1. Mechanical properties of steels
2. Typical steel shapes
3. Design concepts (ASD and LRFD)

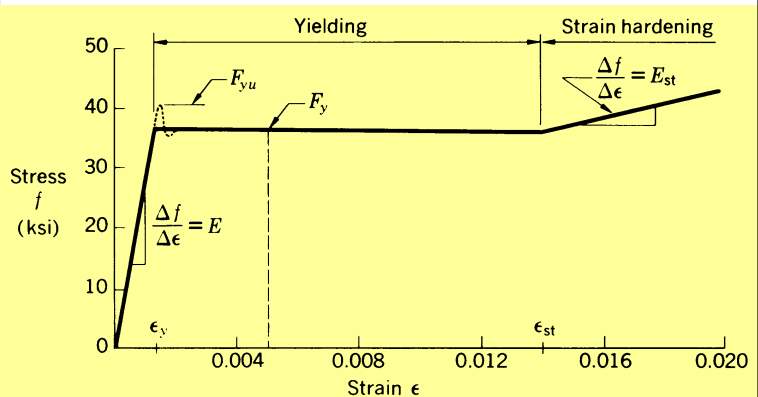


1. Mechanical properties of steels

Schematic Stress-Strain Curve:

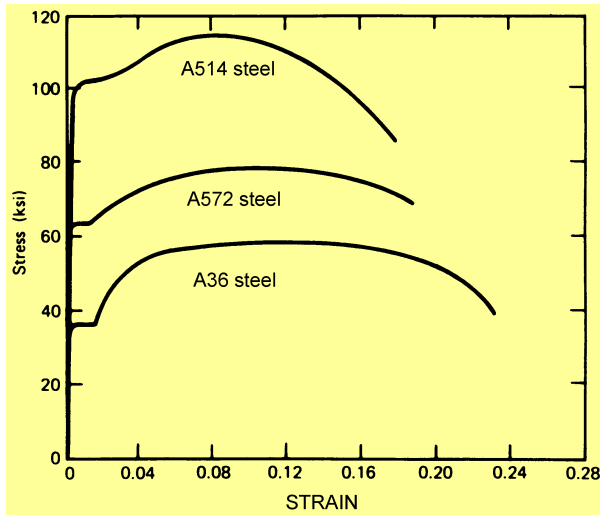


Stress-Strain Curves (A36):



A36 : Yield stress = 36 ksi [approx. 250 MPa]

Typical Stress-Strain Curves



Important Properties

1. Modulus of elasticity, E (about 2×10^6 ksc)
2. Shear modulus, G
 $G = E/2(1+\mu)$, μ = poisson's ratio (about 0.3)
3. Coefficient of thermal expansion and contraction
 $\alpha = 12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$
4. yield strength and tensile strength
5. Mass density = 7.85 ton/m^3

2. Typical Steel Shapes

Steel shapes can be classified into :

1. Hot-rolled shape

shapes are formed by hot rolling in the steel mill.

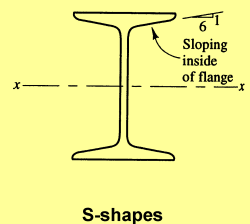
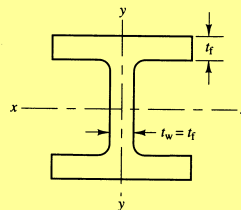
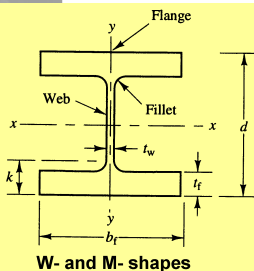
2. Cold-formed shape

shapes are formed by pressing the steel plate. The plate thickness is usually thin.

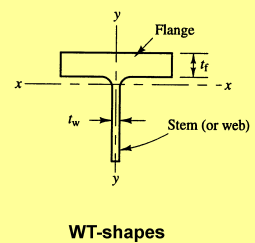
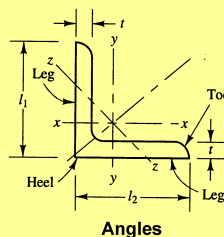
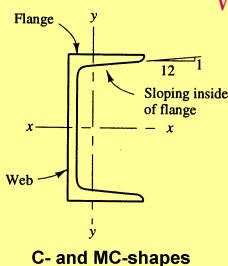
3. Built-up shape

shapes are formed by attaching two or more steel shapes together.

Standard Hot-rolled shapes



Wide-flange and I-beam shapes



Channel, Angle, and T shapes (Geschwindner et al. 1994, p.96)

Standard Hot-rolled shapes

W, S, M shapes

e.g. W400x66 => depth = 400 mm & weight = 66 kg/m

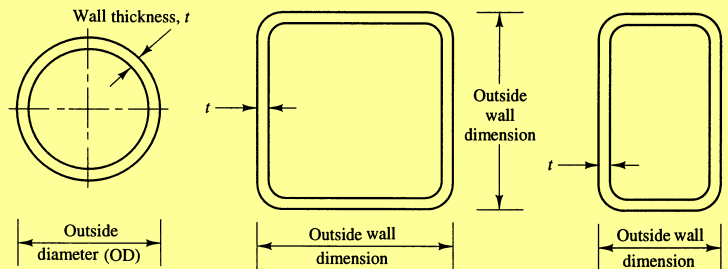
C shape

e.g. C150x18.6 => depth = 150 mm & weight = 18.6 kg/m

L shape

e.g. L75x50x4 => leg 1 = 75 mm & leg 2 = 50 mm & thickness = 4 mm

Standard Hot-rolled shapes



Circular tube or pipe

Square and rectangular structural tubing

Tubular Products (Geschwindner et al. 1994, p.98)

Standard Hot-rolled shapes

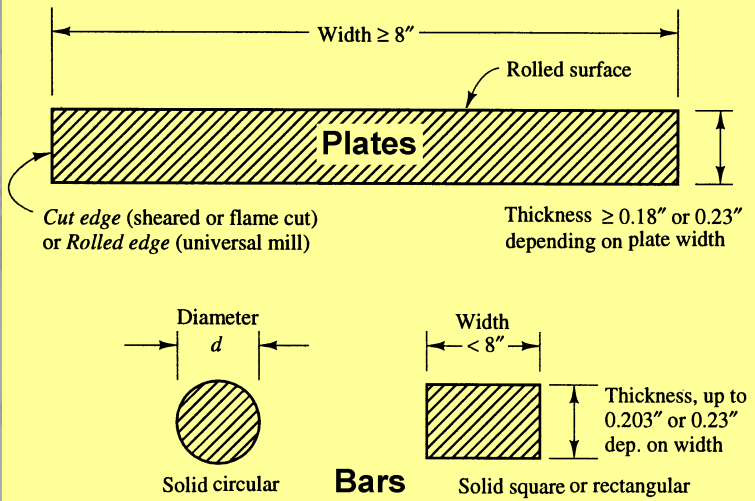
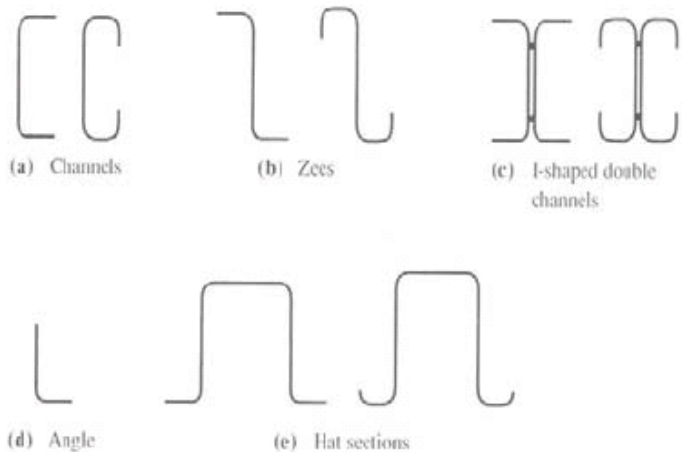


Plate and Bar Products (Geschwindner et al. 1994, p.96)

Cold-formed Shapes



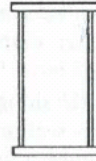
Built-up Shapes



W-shape with
cover plates



Plate girders



Double-angle

3. Design concepts

All structural steel members must satisfy *strength* and *serviceability* criteria.

1. *Strength limit states* define safety against local or overall failure conditions, e.g., yielding, buckling etc.
2. *Serviceability limit states* define functional requirements, e.g., deflection etc.

Three methods of *strength design* are:

1. AISC / ASD (Allowable Strength Design)
 - use *service loads* and *elastic analysis* to compute the required strength
 - use *yield strength* and *stability* with factor of safety to compute the available strength
2. AISC / LRFD (Load and Resistance Factor Design)
 - use *factored loads* and *elastic analysis* to compute the required strength
 - use *yield strength* and *stability* with *resistance factor* to compute the available strength
3. AISC / PD (Plastic Design)

AISC = American Institute of Steel Construction

Allowable Strength Design (ASD)

- use *service loads* and *elastic analysis* to compute the required strength
- use *yield stress*, *yield strength* and *stability* with factor of safety to compute the available strength

$$(R_a = \sum Q_i) \leq (R_s = R_n / \Omega)$$

↙ Axial force, Moment, Shear etc.

where Q_i = summation of all service loads
 $= (D+L); 0.75(D+L+W \text{ or } E); 0.75(0.85D-W \text{ or } -E)$
 R_a = required strength at service loads
 R_n = nominal strength
 R_s = allowable strength
 Ω = factor of safety

Load and Resistance Factor Design (LRFD)

- use *factored loads* and *elastic analysis* to compute the required strength
- use *yield stress*, *yield strength* and *stability* with *resistance factor* to compute the available strength

$$(R_u = \sum \gamma_i Q_i) \leq \phi R_n$$

Same as in ASD !!

where

R_u = required strength at factored loads

γ_i = load factor

ϕ = resistance factor

Load and Resistance Factor Design (LRFD)

The load factor values for each load combination are:

$$\begin{aligned} &1.4 D \\ &1.2 D + 1.6 L + 0.5 (L_r \text{ or } S \text{ or } R) \\ &1.2 D + 1.6 (L_r \text{ or } S \text{ or } R) + (0.5 L \text{ or } 0.8 W) \\ &1.2 D + 1.3 W + 0.5 L + 0.5 (L_r \text{ or } S \text{ or } R) \\ &1.2 D \pm 1.0 E + 0.5 L + 0.2 S \\ &0.9 D \pm (1.3 W \text{ or } 1.0 E) \end{aligned}$$



Use load combination that gives the maximum effect (M, V, etc.)

D = Dead load, L = Live load, L_r = live load (Roof floor), S = Snow load, R = Rain load, W = Wind load, E = Earthquake

Load and Resistance Factor Design (LRFD)

Depends on the type of member and limit state

The resistance factors, ϕ , are:

2.1 **Tension members:** $\phi_t = 0.90$ for *yielding* limit state
 $= 0.75$ for *fracture* limit state

2.2 **Compression members:** $\phi_c = 0.90$

2.3 **Beams:** $\phi_b = 0.90$ for *flexure*
 $= 0.90$ for *shear*

2.4 **Welds:** $\phi =$ same as for type of action; i.e., tension, shear etc.

2.5 **Fasteners:** $\phi = 0.75$

Resistance Factor v.s. Safety Factor

- Let $L = 3D$, yields

LRFD:

$$R_u = \phi R_n = 1.2D + 1.6L = 1.2D + 1.6 * 3D = 6D$$

$$R_n = \frac{6D}{\phi} \quad \text{----- (a)}$$

ASD:

$$R_s = \frac{R_n}{\Omega} = D + L = D + 3L = 4D$$

$$R_n = 4D\Omega \quad \text{----- (b)}$$

from (a) = (b), we get

$$\Omega = \frac{6D}{\phi} * \frac{1}{4D} = \frac{1.5}{\phi} \quad \text{----- (c)}$$

from (c) when

$$\phi = 0.9 \implies \Omega = 1.67$$

$$\phi = 1.0 \implies \Omega = 1.50$$

- The relationship of ϕ and Ω from equation (c), is used throughout AISC/2005.

Tension Members

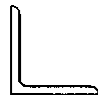
1. Introduction
2. Typical shapes
3. Failure modes
4. Nominal tensile strength for each failure mode
5. Design concepts (ASD and LRFD)



1. Introduction

- Tension members are found in most steel structures, e.g., bridges, roof trusses, transmission towers and wind bracing systems in multistory buildings.

2. Typical Shapes



L shape
(Angle)



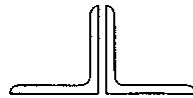
WT shape
(Tee)



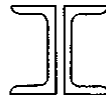
W, S, or M shape



Pipe



Double angle



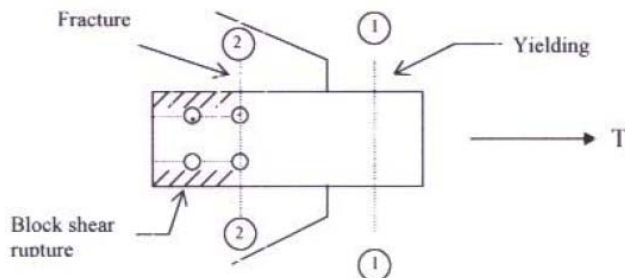
Double channel



Built-up plate angle shape
Double plane truss

Reference: Johnston et al. 1980, p.27

3. Failure Modes



1. Yielding on gross area (A_g)
2. Rupture on effective net area (A_e)
3. Block Shear Rupture

4. Nominal Tensile Strength for Each Failure Mode

Nominal Strength

The strength of a tension member can be written as:-

- *Yielding limit state:* $T_n = F_y A_g$
- *Rupture limit state:* $T_n = F_u A_e$

where T_n = nominal tensile strength

F_y = yield stress

F_u = specified minimum tensile strength

A_g = gross sectional area

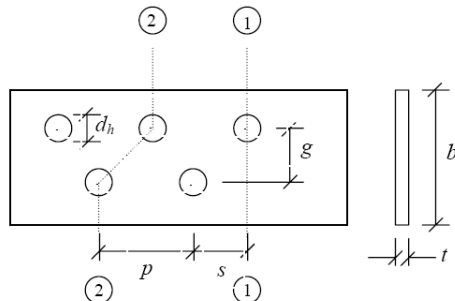
A_e = effective net area = $U A_n$

A_n = net area

U = reduction coefficient

Net Area (A_n)

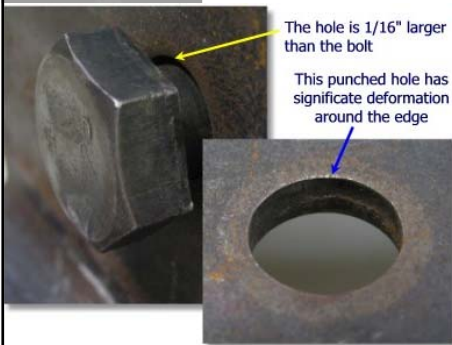
The cross sectional area of a tension member is reduced due to holes provided in the bolted connection. The net area can be computed as follows.



- on section 1-1
- on section 2-2

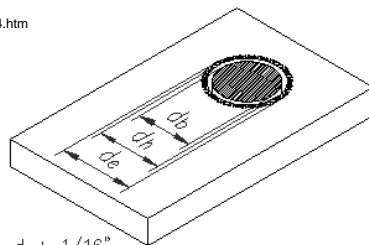
$$A_n = (b - d_h) t$$

$$A_n = (b - 2d_h + s^2/4g) t$$



1/8" (4 mm) = 1/16" (2 mm) for the actual hole diameter plus an additional 1/16" for damage related to punching or drilling

<http://www.bgstructuralengineering.com/BGSCM/BGSCM003/BGSCM00304.htm>



$$d_h = d_b + 1/16"$$

$$d_a = d_h + 1/16" = d_b + 1/8"$$

in general, the net area is (for a zigzag line)

$$A_n = A_g - n d_h t + \sum_{i=1}^{n-1} (s^2 / 4g) t$$

where b = section width

t = section thickness

p = bolt pitch

s = bolt spacing (parallel to the tensile force)

g = gage distance (perpendicular to the tensile force)

n = number of bolts

d_h = hole diameter = $d_n + 2$ mm.

d_n = nominal diameter

= $d_b + 2$ mm. (for std.hole and $d_b \leq 24$ mm.)

= $d_b + 3$ mm. (for std.hole and $d_b > 24$ mm.)


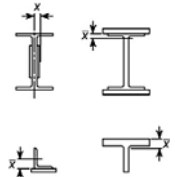


Plus this quantity
for each gage
space


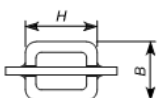
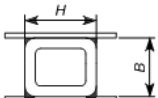
Effective Net Area (A_e)


- When the load is transmitted by bolts through some but not all of the cross-sectional elements of the member, the load eccentricity occurs and the net area, A_n , may not correctly reflect the strength. An angle section having connection to one leg only is an example of such a case.
- The AISC recommends the effective net area to be computed as follows:
 - for *bolted* member: $A_e = UA_n$ (1.2.1)
 - for *welded* member: $A_e = UA_g$ (1.2.2)

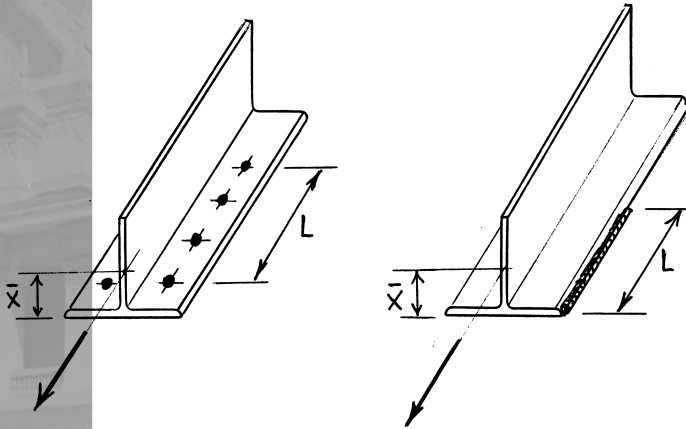
Shear lag factor = reduction factor due to shear lag

TABLE D3.1
Shear Lag Factors for Connections
to Tension Members

| Case | Description of Element | Shear Lag Factor, U | Example |
|------|--|--|--|
| 1 | All tension members where the tension load is transmitted directly to each of the cross-sectional elements by fasteners or welds (except as in Cases 4, 5 and 6). | $U = 1.0$ |  |
| 2 | All tension members, except plates and HSS, where the tension load is transmitted to some but not all of the cross-sectional elements by fasteners or longitudinal welds or by longitudinal welds in combination with transverse welds. (Alternatively, for W, M, S and HP, Case 7 may be used. For angles, Case 8 may be used.) | $U = 1 - \bar{x}/l$ |  |
| 3 | All tension members where the tension load is transmitted only by transverse welds to some but not all of the cross-sectional elements. | $U = 1.0$ and A_n = area of the directly connected elements |  |
| 4 | Plates where the tension load is transmitted by longitudinal welds only. | $l \geq 2w \dots U = 1.0$ $2w > l \geq 1.5w \dots U = 0.87$ $1.5w > l \geq w \dots U = 0.75$ |  |

| | | | | |
|---|--|---|---|---|
| 5 | Round HSS with a single concentric gusset plate | | $l \geq 1.3D \dots U = 1.0$ $D \leq l < 1.3D \dots U = 1 - \bar{x}/l$ $\bar{x} = D/\pi$ |  |
| 6 | Rectangular HSS | with a single concentric gusset plate | $l \geq H \dots U = 1 - \bar{x}/l$ $\bar{x} = \frac{B^2 + 2BH}{4(B+H)}$ |  |
| | | with two side gusset plates | $l \geq H \dots U = 1 - \bar{x}/l$ $\bar{x} = \frac{B^2}{4(B+H)}$ |  |
| 7 | W, M, S or HP Shapes or Tees cut from these shapes. (If U is calculated per Case 2, the larger value is permitted to be used.) | with flange connected with 3 or more fasteners per line in the direction of loading | $b_f \geq 2/3d \dots U = 0.90$ $b_f < 2/3d \dots U = 0.85$ | — |
| | | with web connected with 4 or more fasteners per line in the direction of loading | $U = 0.70$ | — |

| | | | | |
|--|---|---|------------|---|
| <div>  จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย Chulalongkorn University พระจอมเกล้าพระนครเหนือ </div> | | | | |
| 8 | Single and double angles (If U is calculated per Case 2, the larger value is permitted to be used.) | with 4 or more fasteners per line in the direction of loading | $U = 0.80$ | — |
| | | with 3 fasteners per line in the direction of loading (With fewer than 3 fasteners per line in the direction of loading, use Case 2.) | $U = 0.60$ | — |
| l = length of connection, in. (mm); w = plate width, in. (mm); \bar{x} = eccentricity of connection, in. (mm); B = overall width of rectangular HSS member, measured 90° to the plane of the connection, in. (mm); H = overall height of rectangular HSS member, measured in the plane of the connection, in. (mm) | | | | |



L = length of connection in the direction of loading

\bar{x} = connection eccentricity (distance from centroid of element being connected to plane of load transfer)

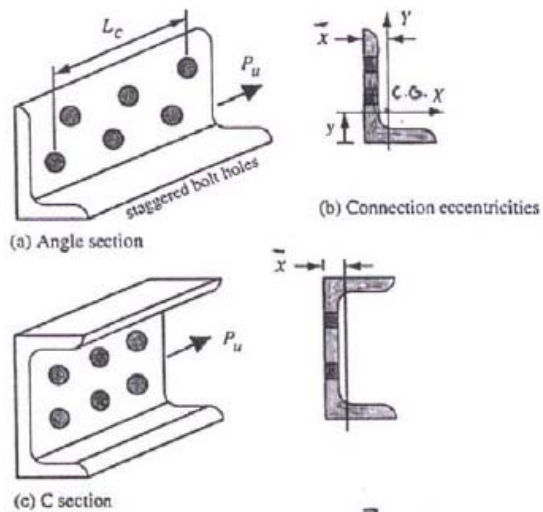
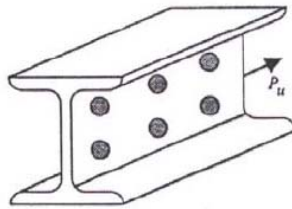
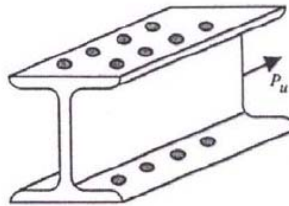
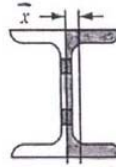


Fig. 9.10.10.1



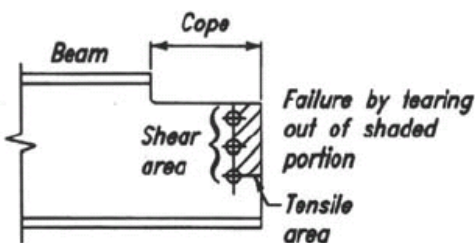
(c) W section with bolts in web



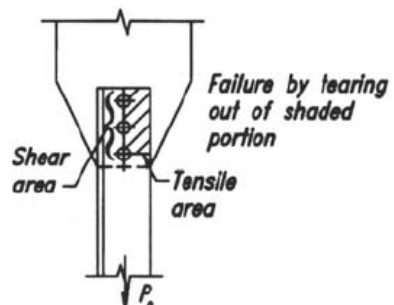
Subdivide on x -axis of symmetry.
Treat each half as a gross WT section.

Block Shear Rupture

- When thin plates are attached by bolts or welds, a *tearing limit state* known as block shear, may control the strength of a tension member.
- Figures below show *block shear failure* occurred in beam and tension member..
- The failure mode combines *tensile failure* on one plane and *shear failure* on a perpendicular plane.



(a) at beam connection



(b) at tension member connection

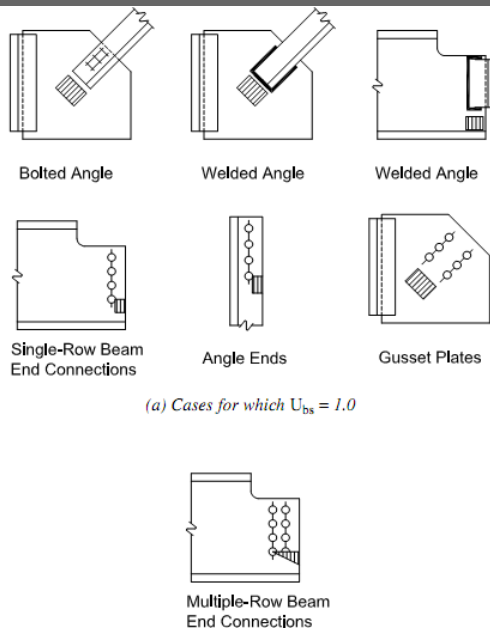
- Block shear is a *rupture* or *tearing* phenomenon, not a yielding limit state. However, gross yielding on the shear plane can occur when tearing on the tensile plane commences if $0.6F_u A_{nv}$ exceeds $0.6F_y A_{gv}$.

The nominal block shear strength is

1. Shear fracture – Tension fracture

$$\begin{aligned} T_n &= \tau_u A_{nv} + U_{bs} F_u A_{nt} \leq \tau_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt} \\ &= 0.6 F_u A_{nv} + U_{bs} F_u A_{nt} \leq 0.6 F_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt} \end{aligned}$$

where A_{gv} = gross area subject to shear
 A_{nt} = net area subject to tension
 A_{nv} = net area subject to shear
 U_{bs} = reduction coefficient (see figure below)
 = 1.0 when tensile stress is uniform
 = 0.5 when tensile stress is nonuniform

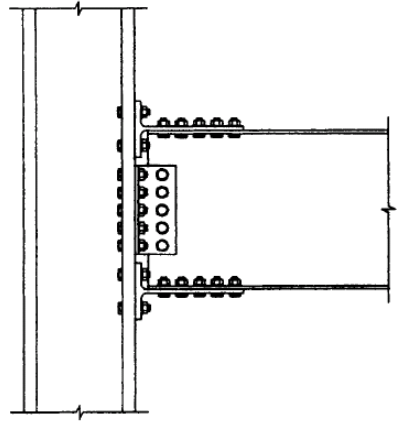
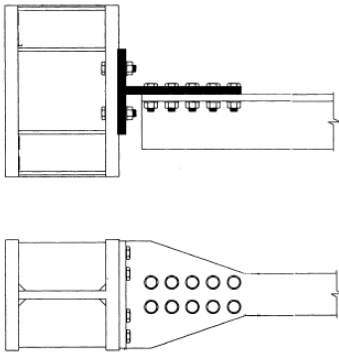


(a) Cases for which $U_{bs} = 1.0$

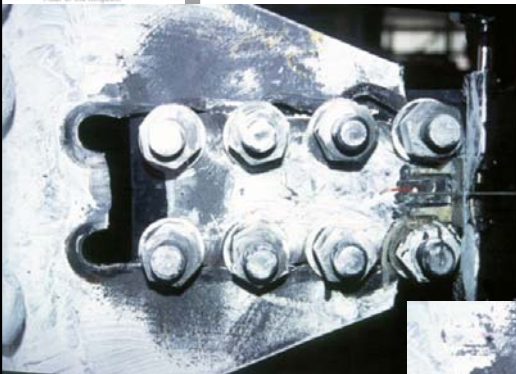
(b) Cases for which $U_{bs} = 0.5$

Fig. C-14.2. Block shear tensile stress distributions.

Georgia Tech Tests



BLOCK SHEAR



5. Design Concepts (AISC 2010)

$$T_a \leq T_n / \Omega_t \quad (\text{ASD})$$

"Allowable tensile strength"

$$T_u \leq \phi_t T_n \quad (\text{LRFD})$$

"Design tensile strength"

Design Criteria :

1. Yielding on A_g : $T_n = F_y A_g$

ASD : $\Omega_t = 1.67$

LRFD : $\phi_t = 0.90$

2. Rupture on A_e : $T_n = F_u A_e$

ASD : $\Omega_t = 2.00$

LRFD : $\phi_t = 0.75$

3. Block Shear Rupture : consider tension and shear rupture simultaneously

$$T_u = 0.6 F_u A_{nv} + U_{bs} F_u A_{nt} \leq 0.6 F_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt}$$

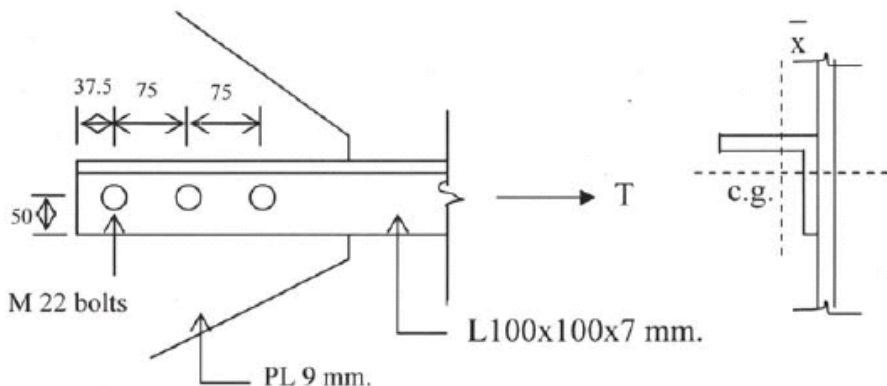
where $U_{bs} = 1.00$ when tension stress is uniform
 $= 0.50$ when tension stress is nonuniform

ASD : $\Omega_t = 2.00$

LRFD : $\phi_t = 0.75$

4. Stiffness : $KL/r \leq 300$

Example 1 (Bolted Tension Member)



Given: A tension member consisted of an equal leg angle L100x100x7 mm.

Find: Use AISC/2005 to compute the available tensile strength for both ASD and LRFD method. Consider strength from the member only. Use A36 steel.

Solution:

i) **Compute A_n :** $A_n = A_g - d_h t$

from table, L100x100x7 mm $A_g = 13.62 \text{ cm}^2$
 nominal hole size $d_n = 22+2 = 24 \text{ mm}$
 hole diameter $d_h = 24+2 = 26 \text{ mm}$
 \therefore the net area $A_n = 13.62 - 2.6 \times 7 = 11.80 \text{ cm}^2$

ii) **Compute A_e :** $A_e = U A_n$

from table, $U = 0.60$ or U can be computed from $U = 1 - \bar{x}/L$
 $= 1 - 2.71/15 = 0.82$
 therefore, $U = 0.82$ (larger value can be used)

\therefore the effective net area $A_e = 0.82 \times 11.80 = 9.68 \text{ cm}^2$

iii) **Compute the available tensile strength (T_a and T_u):**

a) **Yielding on A_g :** $T_n = F_y A_g = (2500 \times 13.62)/1000 = 34.1 \text{ tons}$
 then for ASD $T_a = T_n / \Omega_t = 34.1 / 1.67 = 20.4 \text{ tons} \dots (a1)$
 for LRFD $T_u = \phi_t T_n = 0.9 \times 34.1 = 30.7 \text{ tons} \dots (a2)$

b) **Rupture on A_g** : $T_n = F_u A_g = (4000 \times 9.68) / 1000 = 38.7$ tons
 then for ASD $T_a = T_n / \Omega_t = 38.7 / 2.00 = 19.3$ tons (b1)
 for LRFD $T_u = \phi_t T_n = 0.75 \times 38.7 = 29.0$ tons (b2)

c) **Block Shear Rupture**: $T_n = 0.6 F_u A_{nv} + U_{bs} F_u A_{nt} \leq 0.6 F_y A_{gv} + U_{bs} F_y A_{nt}$

where $A_{nv} = (18.75 - 2.5 \times 2.6)(0.7) = 8.57 \text{ cm}^2$
 $A_{nt} = (5 - 0.5 \times 2.6)(0.7) = 2.59 \text{ cm}^2$
 $A_{gv} = 18.75 \times 0.7 = 13.13 \text{ cm}^2$
 $U_{bs} = 1.0$

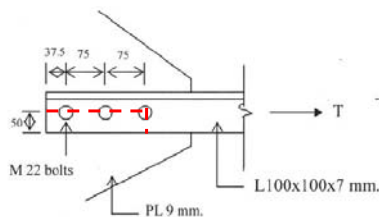
$0.6 F_u A_{nv} = (0.6 \times 4000 \times 8.57) / 1000 = 20.6$ tons

$0.6 F_y A_{gv} = (0.6 \times 2500 \times 13.13) / 1000 = 19.7$ tons

$\therefore T_n = 0.6 F_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt}$
 $= (0.6 \times 2500 \times 13.13 + 1.0 \times 4000 \times 2.59) / 100$
 $= 30.1$ tons

then for ASD $T_a = T_n / \Omega_t = 30.1 / 2.00 = 15.1$ tons (c1)

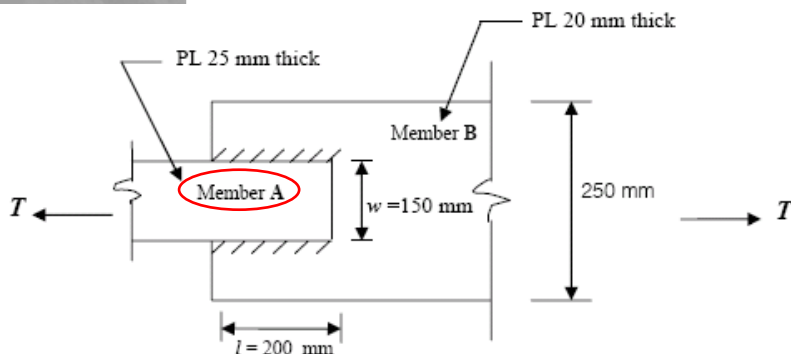
for LRFD $T_u = \phi_t T_n = 0.75 \times 30.1 = 22.6$ tons (c2)



From a1, b1 and c1, the ASD tensile strength is 15.1 tons, and
 From a2, b2 and c2, the LRFD tensile strength is 22.6 tons



Example 2 (Welded Tension Member)



Given: A tension plate 25x150 mm is connected to a 20x250 plate with longitudinal fillet welds to transfer a tensile load T

Find: Use AISC/2005 to compute the available tensile strength for both ASD and LRFD method. Consider strength from the member only. Use A36 steel.

Solution:

i) **Compute A_n** : Member A: $A_n = A_g = 2.5 \times 15 = 37.5 \text{ cm}^2$
 Member B: $A_n = A_g = 2.0 \times 25 = 50.0 \text{ cm}^2$

ii) **Compute A_e** : $A_e = U A_n$

Member A: From table D3.1 case 4 ; with $l = 200 \text{ mm}$ and $w = 150 \text{ mm}$
 we get $U = 0.75$. Then $A_e = 0.75 \times 37.5 = 28.12 \text{ cm}^2$

iii) **Compute the available tensile strength (T_a and T_u) :**

a) **Yielding on A_g** (member A controls)

$$T_n = F_y A_g = (2500 \times 37.5) / 1000 = 93.7 \text{ tons}$$

then for ASD $T_a = T_n / \Omega_t = 93.7 / 1.67 = 56.1 \text{ tons} \quad \dots (a1)$

for LRFD $T_u = \phi_t T_n = 0.9 \times 93.7 = 84.3 \text{ tons} \quad \dots (a2)$

b) **Rupture on A_e** : (member A controls)

$$T_n = F_u A_e = (4000 \times 28.12) / 1000 = 112.5 \text{ tons}$$

then for ASD $T_a = T_n / \Omega_t = 112.5 / 2.00 = 56.2 \text{ tons} \quad \dots (b1)$

for LRFD $T_u = \phi_t T_n = 0.75 \times 112.5 = 84.4 \text{ tons} \quad \dots (b2)$

c) **Block Shear Rupture** (member B controls)

$$T_n = 0.6 F_u A_{nv} + U_{bs} F_u A_{nt} \leq 0.6 F_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt}$$

2 sides

where $A_{nv} = A_{gv} = 2 \times 2.0 \times 20 = 80 \text{ cm}^2$
 $A_{nt} = 2.0 \times 15 = 30 \text{ cm}^2$
 $U_{bs} = 1.0$

$$0.6 F_u A_{nv} = (0.6 \times 4000 \times 80) / 1000 = 192 \text{ tons}$$

$$0.6 F_y A_{gv} = (0.6 \times 2500 \times 80) / 1000 = 120 \text{ tons}$$

$$\therefore T_n = 0.6 F_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt}$$

$$= (0.6 \times 2500 \times 80 + 1.0 \times 4000 \times 30) / 1000$$

$$= 240 \text{ tons}$$

then for ASD $T_a = T_n / \Omega_t = 240 / 2.00 = 120 \text{ tons} \quad \dots (c1)$

for LRFD $T_u = \phi_t T_n = 0.75 \times 240 = 180 \text{ tons} \quad \dots (c2)$

From a1, b1 and c1 , the ASD tensile strength is 56.1 tons , and
 From a2, b2 and c2 , the LRFD tensile strength is 84.3 tons



Compression Members

1. Introduction
2. Elastic buckling (Euler's analysis)
3. Effective length coefficient
4. Inelastic buckling
5. Column curve and design equations for compression members (AISC 2005)
6. Alignment charts (braced and unbraced frames)
7. Inelastic effective length coefficients
8. Torsional buckling
9. Local buckling



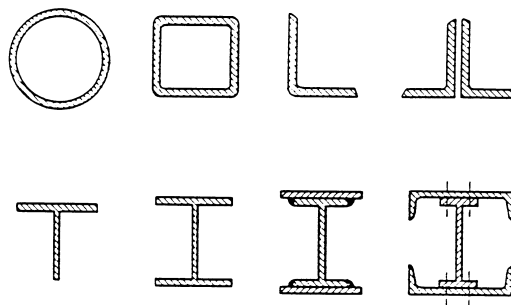
1. Introduction

- Member subjected to *axial compression* forces are column, top chord of a truss, top flange of a beam, post, strut, etc.
- Compression members are different from tension members in that *buckling* can occur.
- Only *very short columns* can be loaded to their yield stresses.
- A *perfect column* is a column having:
 - homogeneous materials
 - perfectly straight
 - axially loaded
 - no residual stresses
- The strength of an actual column is always less than that of a perfect column because of the presence of residual stresses, initial column curvature, and accidental eccentricity of the applied load.

Type of columns

1. Short columns :
Failed by a material failure, i.e., yielding
2. Intermediate columns :
Failed by an inelastic buckling
3. Long columns:
Failed by an elastic buckling

Typical column sections



Typical Column Sections (Galambos 1996, p.94)

Failure modes

- Primary or overall buckling
 - Flexural buckling about principal x,y-axes
 - Torsional buckling about z-axis
 - Combined flexural and torsional buckling
- Secondary buckling (local buckling)
 - Flange local buckling (FLB)
 - Web local buckling (WLB)
- Stiffness (KL/r should not be greater than 200)

K = Effective length coefficient

L = column length

r = radius of gyration

2. Elastic buckling

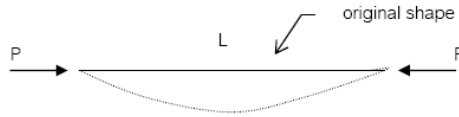
Long columns buckle elastically at stresses well below the yield strength, F_y . Such failures occur because of instability at a load called the critical or Euler load. The member then buckles suddenly and without warning.

Leonard Euler, a Swiss mathematician, in 1759 derived the formula for elastic column buckling. A simplified version of his general solution, which is still in use today, is based on the following assumptions:

1. The column is concentrically loaded.
2. The member ends are pinned.
3. The column is perfectly straight and prismatic.
4. The deformations are small.
5. No initial internal (residual) stresses exist.

Elastic buckling load

An initially straight concentrically loaded elastic member will buckle as shown in the figure



The elastic buckling load, or Euler load, is given by

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

K = Effective length coefficient

And the Euler stress is $F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$

Where E = elastic modulus

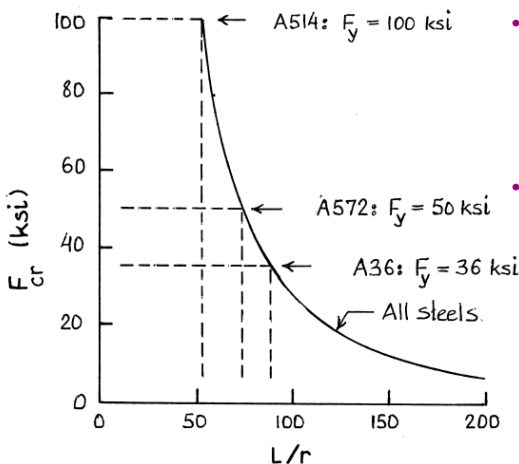


Fig. 6.2.2. Euler's Elastic Buckling Curve

- The elastic buckling strength is a function of only one material property - the modulus of elasticity. It is not a function of the yield strength
- The critical buckling stress cannot exceed the yield strength of steel. Therefore, the Euler curve must be cut of at the yield strength of steel.

3. Effective length coefficient (K)

The equivalent pinned-end length of a column is referred as **effective length (KL)** where **K = effective length coefficient**.

| | | | | | | |
|--|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|------|-----|
| Buckled shape of column shown by dashed line | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) |
| Theoretical K value | 0.5 | 0.7 | 1.0 | 1.0 | 2.0 | 2.0 |
| Recommended design values when ideal conditions are approximated | 0.65 | 0.80 | 1.0 | 1.2 | 2.10 | 2.0 |
| End conditions code | Rotation fixed, Translation fixed | Rotation free, Translation fixed | Rotation fixed, Translation free | Rotation free, Translation free | | |

Figure 6.9.5 Effective length factors for centrally loaded columns having various idealized end conditions. (Adapted from Ref. 6.8, p. 52)

4. Inelastic buckling

- Typical range of column strength –slenderness ratio is shown in the figure.
- Euler elastic buckling governs the strength for large slenderness ratio values.
- Intermediate and short columns will buckle inelastically.

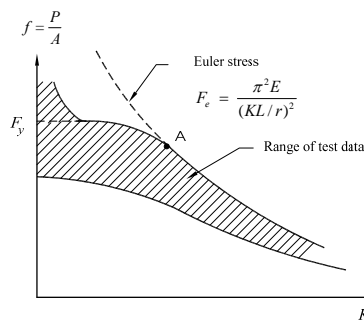


Fig. Typical range of column strength v.s. slenderness ratio

5. Column curve (AISC 2005)

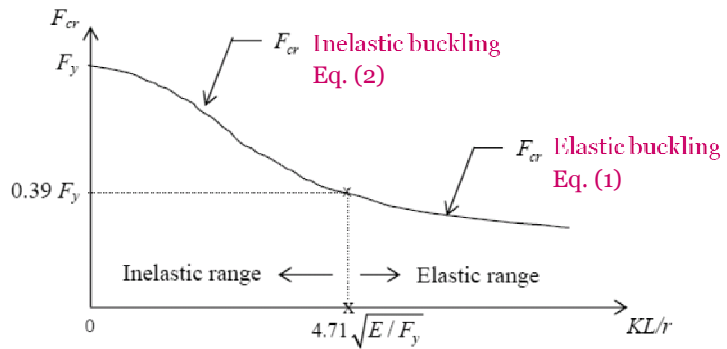


Figure. AISC Column curve

Design of compression members

we have $P_a = P_n / \Omega_c$ with $\Omega_c = 1.67$ (ASD)

$P_u = \phi_c P_n$ with $\phi_c = 0.90$ (LRFD)

where P_n = nominal compressive strength = $F_{cr} A_g$
 F_{cr} = critical buckling stress

1 **Elastic buckling** : when $KL/r > 4.71 \sqrt{E/F_y}$ (or $F_y/F_e > 2.25 \gamma_y$)

$$F_{cr} = 0.877 F_e \leq F_y \quad \text{Eq. (1)}$$

$$\text{where } F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$$

2 **Inelastic buckling** : when $KL/r \leq 4.71\sqrt{E/F_Y}$ (or $F_y/F_e \leq 2.25$)

$$F_{cr} = (0.658)^{\frac{F_Y}{F_e}} F_Y \quad \text{Eq. (2)}$$

or $F_{cr} = (0.658)^{\lambda_c^2} F_Y$

where $\lambda_c = \sqrt{\frac{F_Y}{F_e}} = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_Y}{E}}$ (Slenderness parameter)

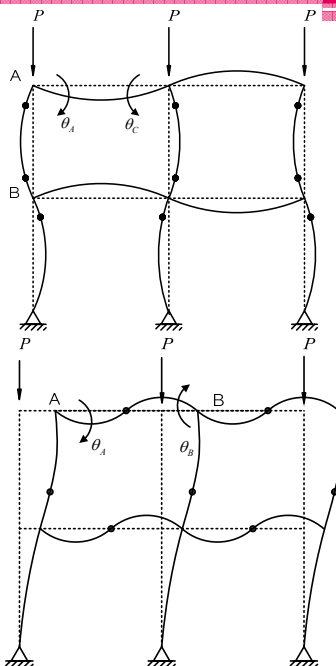
6. Alignment charts

For columns in a rigid frame, the effective length coefficient should be determined using the alignment charts. Main assumptions used in developing the charts (Kavanagh 1960) are

1. Behavior is purely **elastic**.
2. All members have constant cross section.
3. All joints are rigid.
4. Rotations at opposite ends of beams are equal.
5. All columns buckle simultaneously.

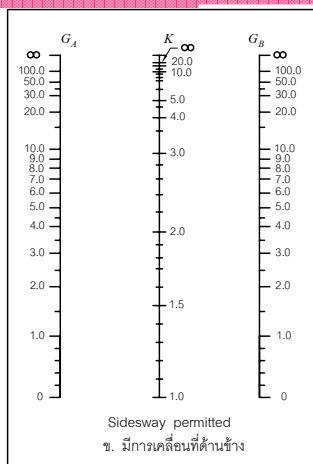
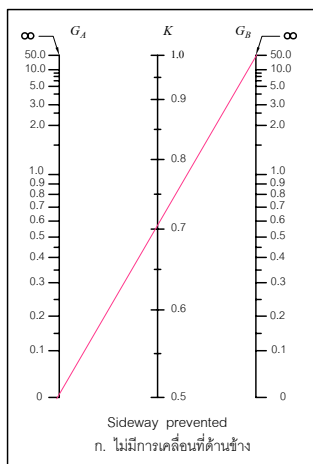
Braced v.s. unbraced frames

- A braced frame cannot sway and the buckling shape is symmetrical.
- An unbraced frame will sway and the buckling shape is anti-symmetrical.
- Two different alignment charts are given for braced and unbraced frames.



I. Braced frames
(sway prevented)

II. Unbraced frames
(sway permitted)



$$G = \frac{\sum (EI/L)_c}{\sum (EI/L)_b}$$

column

beam

G_A = value of G at top of the considered column
 G_B = value of G at bottom of the considered column

The characteristic equations of column can be written as

- Braced frame

$$\frac{G_A G_B}{4} (\pi / K)^2 + \frac{G_A G_B}{4} \left\{ 1 - \frac{\pi / K}{\tan(\pi / K)} \right\} + \frac{2 \tan(\pi / 2K)}{\pi / K} = 1 \quad \text{Eq. (3)}$$

- Unbraced frame

$$\frac{G_A G_B (\pi / K)^2 - 36}{6(G_A + G_B)} = \frac{\pi / K}{\tan(\pi / K)} \quad \text{Eq. (4)}$$

When rotations at opposite beam ends are not equal (violate assumption no. 4), the beam stiffness must be modified as follows,

- Braced frame
 - Beams with far end hinged - multiply $(EI/L)_b$ by a factor 1.5
 - Beams with far end fixed - multiply $(EI/L)_b$ by a factor 2.0
- Unbraced frame
 - Beams with far end hinged - multiply $(EI/L)_b$ by a factor 0.5
 - Beams with far end fixed - multiply $(EI/L)_b$ by a factor 2/3

In practice, when column ends are hinged or fixed, the following values of G are recommended

- Hinged end, theoretical G value = inf. \rightarrow use $G = 10$
- Fixed end, theoretical G value = 0 \rightarrow use $G = 1$

7. Inelastic effective length coefficients

- The alignment chart uses the elastic modulus in computing the column stiffness.
- Columns, however, may buckle **inelastically**, therefore, we replace $(EI)_c$ with $(E_t I)_c$ to account for the inelasticity.
- The inelastic G_{in} can be written as

$$G_{in} = \frac{\sum (E_t I / L)_c}{\sum (EI / L)_b} = \frac{\sum (\tau_a EI / L)_c}{\sum (EI / L)_b} \quad \text{Eq. (5)}$$

$\tau_a = E_t / E$ = stiffness reduction factor

$$G_{in} = \tau_a \frac{\sum (EI / L)_c}{\sum (EI / L)_b} = \tau_a G \quad \text{Eq. (6)}$$

$$\tau_a = \frac{E_t}{E} = \frac{\pi^2 E_t / (L/r)^2}{\pi^2 E / (L/r)^2} \approx \frac{f_{cr(inelastic)}}{f_{cr(elastic)}} = \frac{(0.658)^{F_y/F_e} F_y}{0.877 F_e} \quad \text{Eq. (7)}$$

Alternatively, for a faster convergence, Yura proposed

$$\tau_a = \frac{f_a}{0.877 F_e} \quad \text{Eq. (8)}$$

where $f_a = P / A$

- The K_{in} can be obtained from the alignment chart once all G_{in} have been computed.
- The calculation of K_{in} needs iterations until its value converges.
- The use of elastic K will always give conservative result in the design.

8. Torsional buckling

- The most efficient shape for resisting a torsion is a hollow circular section.
- Thin wall closed sections are stronger in torsion than open sections.

Torsional Stiffness Comparison

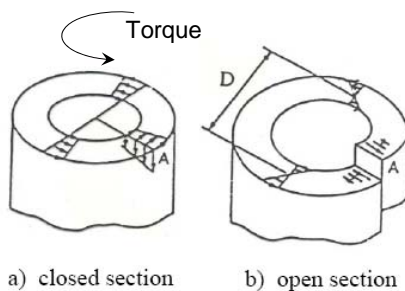
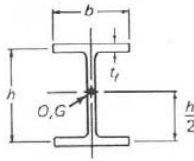


Table A2 Torsional Properties

O = shear center
 G = centroid

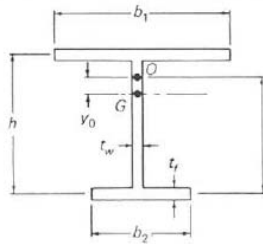
J = torsion constant, C_w = warping constant
 I_p = polar moment of inertia about shear center



$$J = \frac{1}{3}(2bt_f^3 + ht_w^3)$$

$$C_w = \frac{I_f h^2}{2} = \frac{t_f b^3 h^2}{24} = \frac{h^2 I_y}{4}$$

$$I_p = I_x + I_y$$

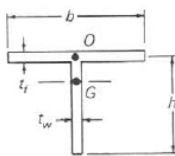


$$J = \frac{1}{3}(b_1 t_f^3 + b_2 t_f^3 + ht_w^3)$$

$$C_w = \frac{t_f h^2}{12} \left(\frac{b_1^3 b_2^3}{b_1^3 + b_2^3} \right)$$

$$e = h \frac{b_1^3}{b_1^3 + b_2^3}$$

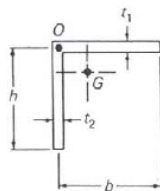
$$I_p = I_y + I_x + A y_0^2$$



$$J = \frac{1}{3}(bt_f^3 + ht_w^3)$$

$$C_w = \frac{1}{36} \left(\frac{b^3 t_f^3}{4} + h^3 t_w^3 \right)$$

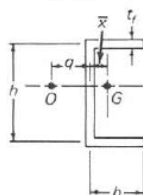
$$\approx \text{zero for small } t$$



$$J = \frac{1}{3}(bt_1^3 + ht_2^3)$$

$$C_w = \frac{1}{36} (b^3 t_1^3 + h^3 t_2^3)$$

$$\approx \text{zero for small } t$$



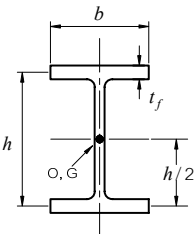
$$J = \frac{1}{3}(2bt_f^3 + ht_w^3)$$

$$C_w = \frac{t_f b^3 h^2}{12} \left(\frac{3bt_f + 2ht_w}{6bt_f + ht_w} \right) = \frac{h^2}{4} (I_y + A \bar{x}^2 - q \bar{x} A)$$

$$q = \frac{th^2 b^2}{4I_x}$$

- Torsional buckling of symmetrical shapes and flexural-torsional buckling of unsymmetrical shapes are failure modes usually not considered in the design of **hot-rolled columns**. They generally do not govern, or the critical load differs very little from the weak-axis planar buckling load.
- For **built-up columns**, however, the torsional and flexural-torsional buckling modes may control the strength.

Design recommendations (AISC 2005)



x_o , y_o = coordinates of shear center wrt. centroid.

- Doubly-symmetric sections
 - The elastic torsional buckling stress is

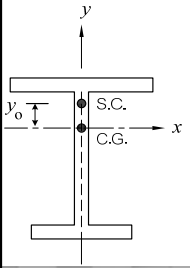
$$F_{ez} = \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L)^2} + GJ \right] \frac{1}{A \bar{r}_o^2} \quad \text{Eq. (9)}$$

where $\bar{r}_o^2 = x_o^2 + y_o^2 + (I_x + I_y) / A$

$$H = 1 - (x_o^2 + y_o^2) / \bar{r}_o^2$$

Polar radius of gyration about shear center

- The critical buckling stress in Eq. (1) or (2) is calculated from F_e which is the minimum value of F_{ex} , F_{ey} , and F_{ez} .

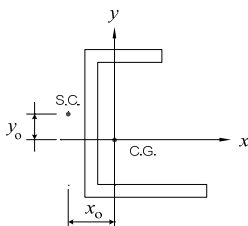


- Singly-symmetric sections

- Symmetry about y-axis, the elastic flexural-torsional buckling stress is

$$F_{eyz} = \frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ey}F_{ez}H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}} \right] \quad \text{Eq. (10)}$$

- The critical buckling stress in Eq. (1) or (2) is calculated from F_e which is the smallest of F_{ex} and F_{eyz} .
- If symmetry about x-axis, F_e will be the smallest of F_{ey} and F_{exz} .



- Unsymmetrical sections

- The elastic flexural-torsional buckling stress is the smallest root of the following equation

$$(F_e - F_{ex})(F_e - F_{ey})(F_e - F_{ez}) - F_e^2(F_e - F_{ey})(x_0/\bar{r}_o)^2 - F_e^2(F_e - F_{ex})(y_0/\bar{r}_o)^2 = 0 \quad \text{Eq. (11)}$$

where $F_{ex} = \pi^2 E / (K_x L / r_x)^2$

$$F_{ey} = \pi^2 E / (K_y L / r_y)^2$$

$$F_{ez} = \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L)^2} + GJ \right] \frac{1}{A\bar{r}_o^2}$$

- The critical buckling stress in Eq. (1) or (2) is calculated from F_e .
- Flexural buckling about both x and y axes and torsional buckling about z-axis happen simultaneously.

- Double-angle and tee sections

- Due to symmetry about y-axis, the critical flexural-torsional buckling stress is

$$F_{cryz} = \left(\frac{F_{cry} + F_{crz}}{2H} \right) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{cry}F_{crz}H}{(F_{cry} + F_{crz})^2}} \right] \quad \text{Eq. (12)}$$

where $F_{crz} = GJ / A\bar{r}_o^2$

and F_{cry} is calculated from Eq. (1) or (2) using

$$F_e = F_{ey} = \pi^2 E / (K_y L / r_y)^2$$

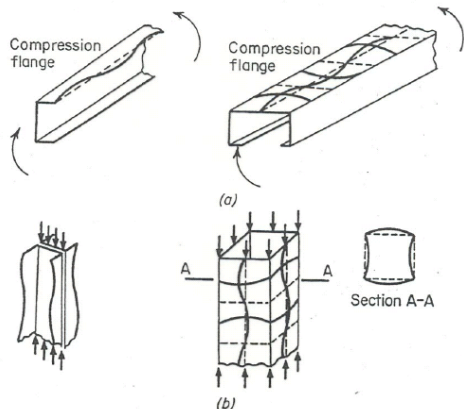
- The critical flexural buckling stress about x-axis, F_{crx} , is calculated from Eq. (1) or (2) using

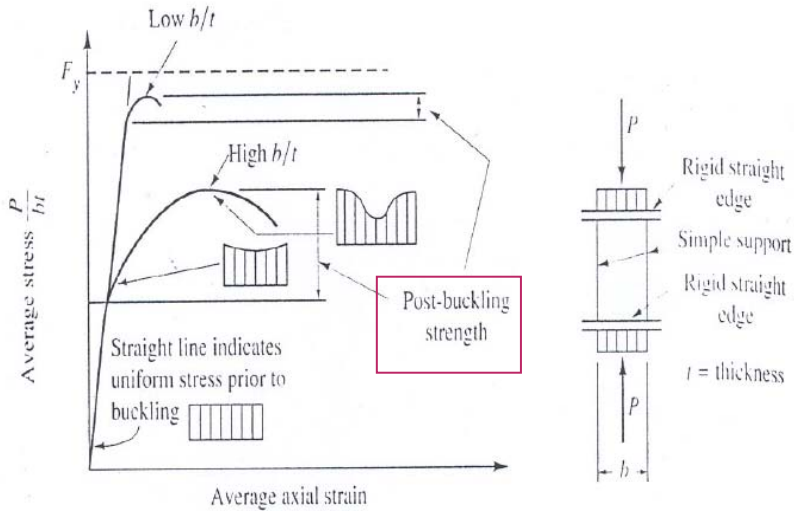
$$F_e = F_{ex} = \pi^2 E / (K_x L / r_x)^2$$

- The critical buckling stress is the smallest of F_{crx} and F_{cryz} .

10. Local buckling

- All column sections consist of **plate elements**.
- These plate elements can buckle locally before the overall buckling of the column occurs.
- Local buckling will reduce the compressive strength of the column.





- Plates with *high* b/t value will buckle under lower f_{cr} than plates with *low* b/t value.
- The plate, however, can carry more load and reaches the maximum load in the *post-buckling strength* region.
- Plate with high b/t value will have larger reserved strength than the plate with low b/t .

Classification of plate elements

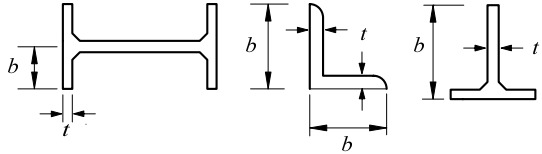
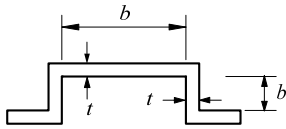
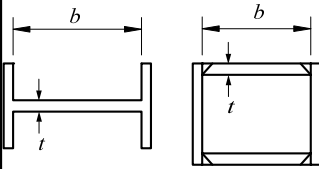
- **Unstiffened element**

The plate element that is supported along only one edge parallel to the direction of the compressive force.

- **Stiffened element**

The plate element that is supported along two edges parallel to the direction of the compressive force.

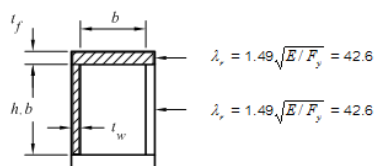
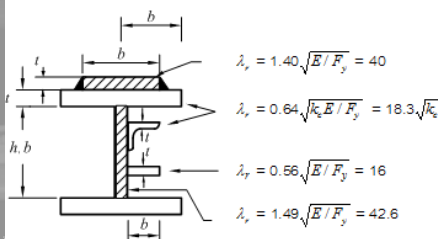
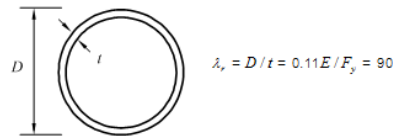
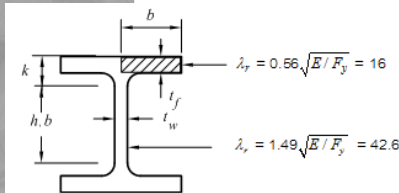
Slenderness ratio of plate (b/t)



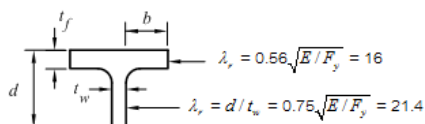
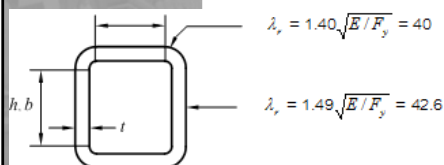
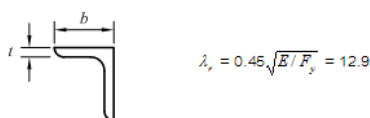
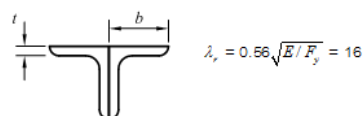
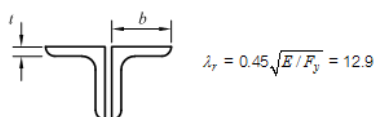
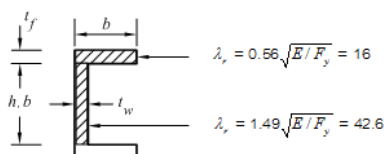
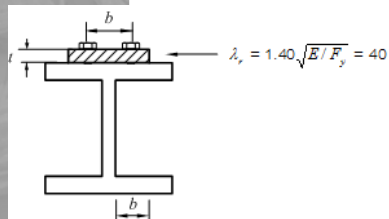
Stiffened elements

Unstiffened elements

Limiting b/t ratio to prevent local buckling

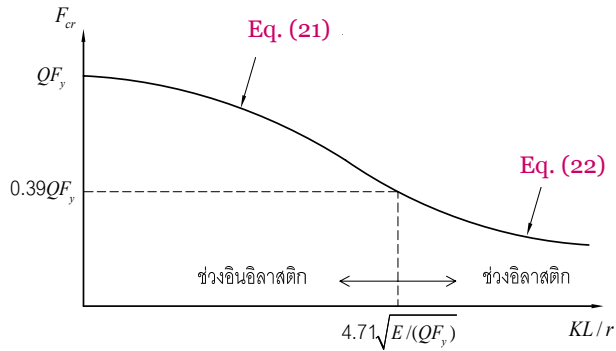


Remarks: $E = 2,000,000 \text{ ksc}$, $F_y = 2,450 \text{ ksc}$



โดยที่ b (h) = มิติความกว้าง (ความยาว) ภายนอก - $[2(t+r)$ หรือ $3t$]
เมื่อ t = ความหนา, r = รัศมีความโค้งภายใน

Design of slender element section with $b/t > \lambda_r$



- Inelastic buckling

For $KL/r \leq 4.71\sqrt{\frac{E}{QF_y}}$ or $QF_y/F_e \leq 2.25$

$$F_{cr} = (0.658^{QF_y/F_e})QF_y \quad \text{Eq. (21)}$$

- Elastic buckling

For $KL/r > 4.71\sqrt{\frac{E}{QF_y}}$ or $QF_y/F_e > 2.25$

$$F_{cr} = 0.877F_e \quad \text{Eq. (22)}$$

where $Q = Q_d Q_s \quad \text{Eq. (23)}$

Q_s for slender unstiffened elements

ตารางที่ 3.5 ค่าตัวคูณลดสำหรับชิ้นส่วนที่ปลายปราศจากการยึด (Q_s) ($E = 2 \times 10^6$ กก./ตร.ซม.)

| ชิ้นส่วน | b/t | | Q_s | |
|---|---|----------------------------|--|---|
| | F_y | $F_y = 2450$ กก./ตร.ซม. | F_y | $F_y = 2450$ กก./ตร.ซม. |
| เหล็กฉากเดี่ยว | $0.45\sqrt{\frac{E}{F_y}} < \frac{b}{t} < 0.91\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ | $12.9 < \frac{b}{t} < 26$ | $1.340 - 0.76\left(\frac{b}{t}\right)\sqrt{\frac{F_y}{E}}$ | $1.340 - 0.027\left(\frac{b}{t}\right)$ |
| | $\frac{b}{t} \geq 0.91\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ | $\frac{b}{t} \geq 26$ | $0.53E / \left[F_y \left(\frac{b}{t} \right)^2 \right]$ | $433 / \left(\frac{b}{t} \right)^2$ |
| ปีกเหล็กฉาก และแผ่นบางที่ ยื่นจากคาน หรือเสาหรือ องค์อาคารรับ แรงอัดอื่น ๆ ที่ เป็นเหล็ก รูปพรรณ | $0.56\sqrt{\frac{E}{F_y}} < \frac{b}{t} < 1.03\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ | $16 < \frac{b}{t} < 29.4$ | $1.415 - 0.74\left(\frac{b}{t}\right)\sqrt{\frac{F_y}{E}}$ | $1.415 - 0.026\left(\frac{b}{t}\right)$ |
| | $\frac{b}{t} \geq 1.03\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ | $\frac{b}{t} \geq 29.4$ | $0.69E / \left[F_y \left(\frac{b}{t} \right)^2 \right]$ | $563 / \left(\frac{b}{t} \right)^2$ |

| | | | | |
|---|--|---|--|---|
| ปีกเหล็กฉาก และแผ่นบางที่ ยื่นจากเสาหรือ องค์อาคารรับ แรงอัดอื่น ๆ ที่ เป็นองค์อาคาร ประกอบ | $* 0.64\sqrt{\frac{Ek_c}{F_y}} < \frac{b}{t} < 1.17\sqrt{\frac{Ek_c}{F_y}}$ | $18.3\sqrt{k_c} < \frac{b}{t} < 33.4\sqrt{k_c}$ | $1.415 - 0.65\left(\frac{b}{t}\right)\sqrt{\frac{F_y}{k_c E}}$ | $1.415 - 0.023\left(\frac{b}{t}\right)\sqrt{\frac{1}{k_c}}$ |
| | $\frac{b}{t} \geq 1.17\sqrt{\frac{Ek_c}{F_y}}$ | $\frac{b}{t} \geq 33.4\sqrt{k_c}$ | $0.90Ek_c / \left[F_y \left(\frac{b}{t} \right)^2 \right]$ | $735k_c / \left(\frac{b}{t} \right)^2$ |
| เอวของตัวที่ | $^{\dagger} 0.75\sqrt{\frac{E}{F_y}} < \frac{d}{t} < 1.03\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ | $21.4 < \frac{d}{t} < 29.4$ | $1.908 - 1.22\left(\frac{d}{t}\right)\sqrt{\frac{F_y}{E}}$ | $1.908 - 0.043\left(\frac{d}{t}\right)$ |
| | $\frac{d}{t} \geq 1.03\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ | $\frac{d}{t} \geq 29.4$ | $0.69E / \left[F_y \left(\frac{d}{t} \right)^2 \right]$ | $563 / \left(\frac{d}{t} \right)^2$ |

* สำหรับหน้าตัดรูปตัวไอ: $k_c = 4 / \sqrt{h/t_w}$, $0.35 \leq k_c \leq 0.763$, $h = d - 2k$

สำหรับหน้าตัดอื่น: $k_c = 0.763$

$^{\dagger} d$ = ความลึกกระบอก (nominal depth)

Q_a for slender stiffened elements

$$Q_a = A_e / A_g$$

Eq. (24)

where $A_e = A_g - \sum (b - b_e) t$

ตารางที่ 3.6 ค่าความกว้างประสิทธิภาพ (b_e)

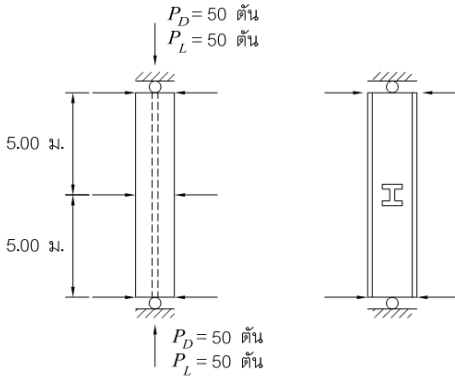
| ชิ้นส่วน | b_e |
|--|--|
| - ปีกของเสาหน้าตัดรูปกล่องสี่เหลี่ยมที่มี ความสม่ำเสมอ ($b/t \geq 1.40 \sqrt{E/f^*}$) | $1.92t \sqrt{E/f} \left[1 - \frac{0.38}{(b/t)} \sqrt{E/f} \right] \leq b$ |
| - ชิ้นส่วนรับแรงอัดทั่วไป ($b/t \geq 1.49 \sqrt{E/f^{**}}$) | $1.92t \sqrt{E/f} \left[1 - \frac{0.38}{(b/t)} \sqrt{E/f} \right] \leq b$ |
| - หน้าตัดกลมกลวง เมื่อ $0.11 E/F_y < D/t \leq 0.45 E/F_y$ | $Q = Q_a = \frac{0.038E}{F_y(D/t)} + \frac{2}{3}$ |

D = เส้นผ่าศูนย์กลางรอบนอก, ซม., t = ความหนา, ซม.

* $f = P_n / A_e$ หรือ อาจใช้ $f = F_y$

** $f = F_{cr}$ เมื่อ $Q = 1.0$

ตัวอย่างที่ 3.3 เสามีความยาว 10 เมตร รับน้ำหนักบรรทุกทุกใช้งานตามแกน เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกคงที่ 50 ตัน และน้ำหนักบรรทุกจร 50 ตัน สภาพจุดรองรับที่ปลายบนและล่างเป็นแบบธรรมดา และมีคานเชื่อมต่อที่กึ่งกลางความสูง ในทิศทางแกนรอง ดังแสดงในรูปที่ 3.29 เสาไม่เกิดการเคลื่อนที่ด้านข้าง ใช้เหล็ก $F_y = 2450$ กก./ตร.ซม. ให้ตรวจสอบความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกทุกตามแนวแกนของเสาขนาด W250×82.2 ภายใต้การโก่งเดาะ เนื่องจากการดัด ด้วยวิธี ASD และ LRFD



รูปที่ 3.29 เสาตรงภายใต้แรงอัดตามแนวแกน (ตัวอย่างที่ 3.3)

วิธีทำ

1. คำนวณกำลังแรงอัดตามแนวแกนที่ต้องการ (ดูหัวข้อที่ 1.4)

$$\text{กำลังแรงอัดตามแนวแกนใช้งาน } P_a = P_D + P_L = 50 + 50 = 100 \text{ ตัน}$$

$$\text{กำลังแรงอัดตามแนวแกนปรับค่า } P_u = 1.2 P_D + 1.6 P_L = 1.2 \times 50 + 1.6 \times 50 = 140 \text{ ตัน}$$

2. คำนวณกำลังแรงอัดตามแนวแกนที่สามารถรับได้

จากภาคผนวก ข. W250×82.2 มีคุณสมบัติ ดังนี้

$$A = 104.7 \text{ ตร.ซม.}, r_x = 10.5 \text{ ซม.}, r_y = 6.09 \text{ ซม.}$$

จากรูปที่ 3.29 ได้ $L = 10$ ม., $K_x = 1.0$, $K_y = 0.5$

$$\text{จะได้ } (K_x L / r_x) = 1 \times 10 \times 100 / 10.5 = 95.2$$

$$(K_y L / r_y) = 0.5 \times 10 \times 100 / 6.09 = 82.1 < 95.2$$

ดังนั้น เกิดการโก่งเดาะเนื่องจากการดัดรอบแกน x (สมการ 3.13)

$$F_{ex} = \pi^2 E / (K_x L / r_x)^2 = \pi^2 \times 2 \times 10^6 / (95.2)^2 = 2178 \text{ กก./ตร.ซม.}$$

เนื่องจาก $(F_y / F_{ex} = 2450 / 2178 = 1.12) < 2.25$

ดังนั้น เสาเกิดการโก่งเดาะในช่วงอินอีลาสติก และจากสมการ 3.54 ได้

$$F_{cr} = (0.658)^{F_y / F_{ex}} F_y = (0.658)^{1.12} \times 2450 = 1530 \text{ กก./ตร.ซม.}$$

และจากสมการ 3.57 ได้

$$\text{กำลังแรงอัดตามแนวแกนระบุ } P_n = F_{cr} A_g = 1530 \times 104.7 / 1000 = 160 \text{ ตัน}$$

กำลังแรงอัดตามแนวแกนที่สามารถรับได้ มีค่า

วิธี ASD : $P_n / \Omega_c = 160 / 1.67 = 95.8 \text{ ตัน}$

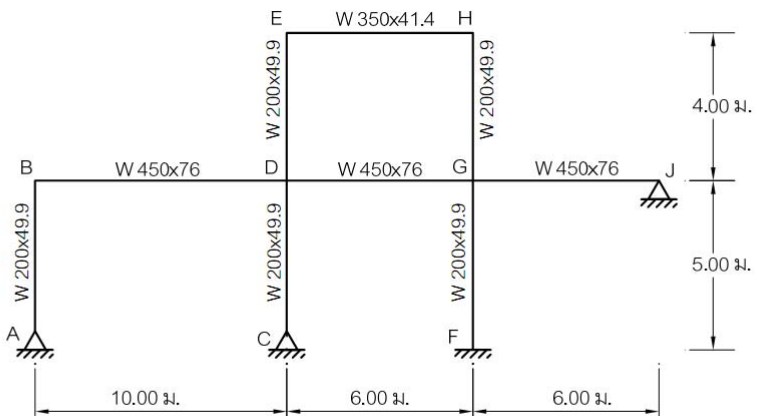
วิธี LRFD : $\phi_c P_n = 0.9 \times 160 = 144 \text{ ตัน}$

3. ตรวจสอบความสามารถในการรับแรงที่ได้อิงการ

วิธี ASD : $(P_n / \Omega_c = 95.8) < (P_u = 100) \text{ ตัน}$ ใช้ไม่ได้

วิธี LRFD : $(\phi_c P_n = 144) > (P_u = 140) \text{ ตัน}$ ใช้ได้

ตัวอย่างที่ 3.4 ให้ใช้ Alignment chart คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิภาพ K ในช่วงอินอีลาสติกของเสาต่าง ๆ ในโครงอาคารที่แสดงในรูปที่ 3.35



รูปที่ 3.35 โครงอาคารเหล็ก (ตัวอย่างที่ 3.4)

วิธีทำ ค่า I/L ของเสาต่าง ๆ มีดังนี้

$$\text{เสา } AB = CD = FG = 4720/500 = 9.44 \text{ ซม.}^3$$

$$DE = GH = 4720/400 = 11.80 \text{ ซม.}^3$$

ค่า I/L ของคานต่าง ๆ มีดังนี้

$$\text{คาน } BD = 33500/1000 = 33.5 \text{ ซม.}^3$$

$$DG = GJ = 33500/600 = 55.83 \text{ ซม.}^3$$

$$EH = 11100/600 = 18.5 \text{ ซม.}^3$$

พิจารณาโครงชั้นล่าง (ABCFGJ) พบว่า เป็นโครงที่ไม่มีการเคลื่อนที่ด้านข้าง ดังนั้น จากสมการ 3.72 และรูปที่ 3.32 ก. ค่าสัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิภาพ K สามารถหาได้ ดังนี้

$$\text{เสา } AB : G_A = 10, G_B = 9.44/33.5 = 0.282$$

$$\text{ดังนั้น } K = 0.77$$



$$\text{เสา } CD : G_C = 10, G_D = \frac{9.44 + 11.80}{33.5 + 55.83} = 0.238$$

$$\text{ดังนั้น } K = 0.76$$



$$\text{เสา } FG : G_F = 1, G_G = \frac{9.44 + 11.80}{55.83 + 55.83 \times 1.5} = 0.152$$

$$\text{ดังนั้น } K = 0.67$$



พิจารณาโครงชั้นบน (DEGH) พบว่า เป็นโครงที่มีการเคลื่อนที่ด้านข้างได้ ดังนั้น จากสมการ 3.72 และรูปที่ 3.32 ข. ค่าสัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิภาพ K คำนวณได้ ดังนี้

$$\text{เสา } DE : G_D = 0.238, G_E = 11.8/18.5 = 0.638$$

$$\text{ดังนั้น } K = 1.15$$

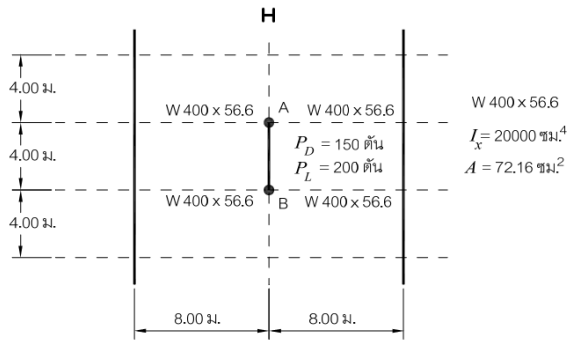


$$\text{เสา } GH : G_G = \frac{9.44 + 11.80}{55.83 + 55.83 \times 0.5} = 0.254, G_H = 11.8/18.5 = 0.638$$

$$\text{ดังนั้น } K = 1.17$$



ตัวอย่างที่ 3.5 รูปที่ 3.36 แสดงรูปตั้งของส่วนของโครงอาคารสูงที่ปราศจากการยึดด้านข้าง เสา AB รับน้ำหนักบรรทุกใช้งานตามแนวกแนเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกคงที่ 150 ตัน และน้ำหนักบรรทุกจร 200 ตัน คานที่เชื่อมต่อปลายบนและล่างมีขนาด W400×56.6 สมมุติให้เสาชั้นบนและล่างมีขนาดเท่ากับขนาดของเสา AB และคำนึงเฉพาะการโก่งเดาะเนื่องจากการดัดในระนาบของโครงอาคารเท่านั้น ใช้เหล็กชนิด $F_y = 2450$ กก./ตร.ซม. ตรวจสอบความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกตามแนวกแนของเสาขนาด W400×200 ภายใต้การโก่งเดาะเนื่องจากการดัดด้วยวิธี ASD และ LRFD



รูปที่ 3.36 โครงอาคารปราศจากการยึดด้านข้าง (ตัวอย่างที่ 3.5)

วิธีทำ การตรวจสอบความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกตามแนวกแน มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. คำนวณกำลังแรงอัดตามแนวกแนที่ต้องการ (ดูหัวข้อที่ 1.4)

กำลังแรงอัดตามแนวกแนใช้งาน $P_a = P_D + P_L = 150 + 200 = 350$ ตัน

กำลังแรงอัดตามแนวกแนปรับค่า $P_u = 1.2P_D + 1.6P_L = 1.2 \times 150 + 1.6 \times 200 = 500$ ตัน

2. คำนวณกำลังแรงอัดตามแนวกแนที่สามารถรับได้ (คิดเฉพาะรอบแกน x) และตรวจสอบการรับแรงอัด

ก. ใช้ค่า K ในช่วงอีลาสติก (จากโจทย์คำนึงเฉพาะ K_x เท่านั้น)

เสาขนาด W400×200 (ภาคผนวก ข.)

คุณสมบัติหน้าตัด $I_x = 78000$ ซม.⁴, $A = 254.9$ ตร.ซม., $r_x = 17.5$ ซม.

$$G_A = G_B = \frac{2(78000/400)}{2(20000/800)} = 7.8$$

จาก alignment chart รูปที่ 3.32 ข. ได้ $K_x = 2.68$

ดังนั้น $(K_x L / r_x) = 2.68 \times 400 / 17.5 = 61.3$

จากภาคผนวก ก. ได้ $F_{cr} = 2015$ กก./ตร.ซม.

กำลังแรงอัดตามแนวแกนระบุ $P_n = F_{cr} A_g = 2015 \times 254.9 / 1000 = 514$ ตัน

กำลังแรงอัดตามแนวแกนที่สามารถรับได้ มีค่า

วิธี ASD : $(P_n / \Omega_c = 514 / 1.67 = 308) < (P_a = 350)$ ตัน ใช้ไม่ได้ ☐

วิธี LRFD : $(\phi_c P_n = 0.9 \times 514 = 463) < (P_u = 500)$ ตัน ใช้ไม่ได้ ☐



ข. ใช้ค่า K ในช่วงอินเลาสติก (จากโจทย์ค่านึงเฉพาะ K_x เท่านั้น)

จากข้อ ก. ได้ $G_A = G_B = 7.8$, K_x อินเลาสติก = 2.68 และเสามีการโก่งเดาะในช่วงอินเลาสติก ซึ่งค่า K_x อินเลาสติก คำนวณได้ดังต่อไปนี้

ครั้งที่ 1

$$K_x L / r_x = 2.68 \times 400 / 17.5 = 61.3 < (4.71 \sqrt{E / F_y} = 134.6)$$

ดังนั้น เสาเกิดการโก่งเดาะในช่วงอินเลาสติก และจาก

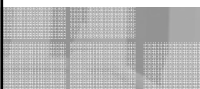
ภาคผนวก ก. ได้ $F_{cr} = 2015$ กก./ตร.ซม., $F_{ex} = 5253$ กก./ตร.ซม.

$$\text{จากสมการ 3.78 ได้ } r_a = \frac{F_{cr}}{0.877 F_{ex}} = \frac{2015}{0.877 \times 5253} = 0.437$$

จากสมการ 3.77 ได้ $G_i = 0.437 \times 7.8 = 3.41$

จาก alignment chart ได้ $K = 1.92$

เนื่องจาก K ใหม่มีค่าแตกต่างจาก K เดิมมาก ดังนั้น คำนวณหาค่า K ใหม่ ดังนี้



ครั้งที่ 2

$$K_x L / r_x = 1.92 \times 400 / 17.5 = 43.9$$

ซึ่งได้ $F_{cr} = 2217$ กก./ตร.ซม., $F_{ex} = 10242$ กก./ตร.ซม.

$$\text{ดังนั้น } \tau_a = 2217 / (0.877 \times 10242) = 0.247$$

$$\text{และ } G_i = 0.247 \times 7.8 = 1.93$$

จะได้ $K = 1.58$ ซึ่งยังมีค่าแตกต่างกับ K เดิมมาก ดังนั้น หาค่า K ใหม่

ครั้งที่ 3

$$K_x L / r_x = 1.58 \times 400 / 17.5 = 36.1$$

ดังนั้นได้ $F_{cr} = 2290$ กก./ตร.ซม., $F_{ex} = 15147$ กก./ตร.ซม.

$$\tau_a = 2290 / (0.877 \times 15147) = 0.172$$

$$G_i = 0.172 \times 7.8 = 1.34$$

$$\text{จะได้ } K = 1.40$$

ครั้งที่ 4

จาก K เดิม 1.40 คำนวณตามวิธีข้างต้น K ใหม่ 1.32 ซึ่งเป็นค่าที่ใกล้เคียงพอ ดังนั้น ได้ $F_{cr} = 2337$ กก./ตร.ซม.

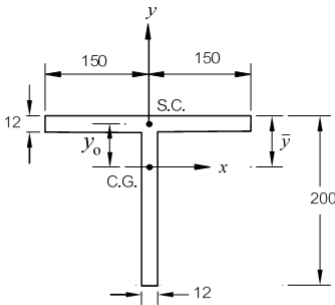
$$\text{กำลังแรงอัดตามแนวแกนระบุ } P_n = (2337 \times 254.9) / 1000 = 596 \text{ ตัน}$$

ตรวจสอบความสามารถรับแรงได้ดังนี้

$$\text{วิธี ASD : } (P_n / \Omega_c = 596 / 1.67 = 357) > (P_u = 350) \text{ ตัน} \quad \text{ใช้ได้} \quad \square$$

$$\text{วิธี LRFD : } (\phi_c P_n = 0.9 \times 596 = 536) > (P_u = 500) \text{ ตัน} \quad \text{ใช้ได้} \quad \square$$

ตัวอย่างที่ 3.7 ให้คำนวณหาค่าลึงแรงอัดตามแนวแกนที่สามารถรับได้ของเสาหน้าตัดที่ ดังแสดงในรูปที่ 3.43 เสา ยาว 3.00 ม. ปลายทั้งสองยึดแน่น ($K = 0.5$) ใช้เหล็กชนิด $F_y = 2450$ กก./ตร.ซม. ด้วยวิธี ASD และ LRFD (ไม่ คำนึงถึงการโก่งเดาะเฉพาะที่)



รูปที่ 3.43 เสาหน้าตัดที่ (ตัวอย่างที่ 3.7 มิติเป็น มม.)

วิธีทำ เสามีความสมมาตรรอบแกน y ดังนั้น การวิบัติอาจเกิดจากการโก่งเดาะเนื่องจากการดัดรอบแกน x หรือ การดัดรอบแกน y และการบิดรอบแกน z พร้อมกัน

คุณสมบัติของหน้าตัดเสา มีดังนี้

$$A_g = (30 \times 1.2) + (20 - 1.2) \times 1.2 = 58.56 \text{ ตร.ซม.}$$

$$\bar{y} = [(30 \times 1.2) \times 0.6 + (18.8 \times 1.2)(9.4 + 1.2)] / 58.56 = 4.45 \text{ ซม.}$$

$$y_o = 4.45 - 0.6 = 3.85 \text{ ซม.}$$

$$I_x = \frac{1}{12}(30)(1.2)^3 + (30 \times 1.2)(3.85)^2 + \frac{1}{12}(1.2)(1.88)^3 + (18.8 \times 1.2)(6.15)^2 = 2056 \text{ ซม.}^4$$

$$I_y = \frac{1}{12}(1.2)(30)^3 + \frac{1}{12}(18.8)(1.2)^3 = 2703 \text{ ซม.}^4$$

$$\bar{r}_o^2 = x_o^2 + y_o^2 + (I_x + I_y) / A = 3.85^2 + (2056 + 2703) / 58.56 = 96.09 \text{ ซม.}^2$$

$$H = 1 - (x_o^2 + y_o^2) / \bar{r}_o^2 = 1 - 3.85^2 / 96.09 = 0.85$$

$$G = 0.38E = 0.38 \times 2 \times 10^6 = 7.6 \times 10^5 \text{ กก./ตร.ซม.}$$

$$r_x^2 = I_x / A = 2056 / 58.56 = 35.11 \text{ ซม.}^2, r_x = 5.93 \text{ ซม.}$$

$$r_y^2 = I_y / A = 2703 / 58.56 = 46.16 \text{ ซม.}^2, r_y = 6.79 \text{ ซม.}$$

1. หน่วยแรงอัดวิกฤต F_{cr}

1.1 การโก่งเดาะเนื่องจากการดัดรอบแกน x

$$K_x L / r_x = (0.5 \times 300) / 5.93 = 25.3$$

จากภาคผนวก ก. ได้ $F_{crx} = 2370$ กก./ตร.ซม.

1.2 การโก่งเดาะเนื่องจากการดัดรอบแกน y และบิดรอบแกน z ร่วมกัน

$$K_y L / r_y = (0.5 \times 300) / 6.79 = 22.1$$

จากภาคผนวก ก. ได้ $F_{cry} = 2389$ กก./ตร.ซม.

เนื่องจากเป็นเสาหน้าตัดตัวที่ มาตรฐาน AISC กำหนดให้ (สมการ 3.128)

$$F_{crz} = \frac{GJ}{A_g \bar{r}_o^2} = \frac{7.6 \times 10^5 \times 28.1}{58.56 \times 96.09} = 3795 \text{ กก./ตร.ซม.}$$

$$\begin{aligned} \text{และ } F_{cryz} &= \left(\frac{F_{cry} + F_{crz}}{2H} \right) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{cry}F_{crz}H}{(F_{cry} + F_{crz})^2}} \right] \\ &= \left(\frac{2389 + 3795}{2 \times 0.85} \right) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times 2389 \times 3795 \times 0.85}{(2389 + 3795)^2}} \right] \end{aligned}$$

$$= 2036 \text{ กก./ตร.ซม.} < (F_{crx} = 2370 \text{ กก./ตร.ซม.})$$

ดังนั้น เสาตัวที่เกิดการโก่งเดาะเนื่องจากการดัดรอบแกน y และบิดรอบแกน z พร้อมกัน โดยมีค่าหน่วยแรงอัดวิกฤต $F_{cr} = F_{cryz} = 2036$ กก./ตร.ซม.

2. กำลังแรงอัดตามแนวแกนของเสา

$$\text{กำลังแรงอัดตามแนวแกนระบุ } P_n = F_{cr} A_g = 2036 \times 58.56 / 1000 = 119 \text{ ตัน}$$

กำลังแรงอัดตามแนวแกนที่สามารถรับได้ คำนวณได้ดังนี้

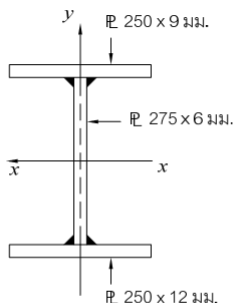
วิธี ASD : $P_n / \Omega_c = 119 / 1.67 = 71.3 \text{ ตัน}$



วิธี LRFD : $\phi_c P_n = 0.9 \times 119 = 107 \text{ ตัน}$



ตัวอย่างที่ 3.13 เสาประกอบมีหน้าตัดดังแสดงในรูปที่ 3.66 โดยใช้แผ่นเหล็กขนาด 250×9 มม. เป็นปีกทั้งสอง ส่วน
เอวใช้แผ่นเหล็กขนาด 275×6 มม. กำหนดให้ความยาวประสิทธิภาพของเสา $KL = 4.50$ ม. ใช้เหล็กที่มีหน่วยแรง
คราก $F_y = 5000$ กก./ตร.ซม. และใช้มาตรฐาน AISC และคำนึงถึงกำลังที่เพิ่มขึ้นหลังเกิดการโก่งเดาะเฉพาะที่ ให้
คำนวณค่าความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกตามแนวน ด้วยวิธี ASD และ LRFD



รูปที่ 3.66 หน้าตัดเสาประกอบ

วิธีทำ กำลังแรงอัดตามแนวนอนที่สามารถรับได้ คำนวณได้ดังต่อไปนี้

1. ตรวจสอบความชะลุดของชิ้นส่วน (ดูตารางที่ 3.4)

$$\text{เอว: } (\lambda_w = h/t_w = 275/6 = 45.8) > (\lambda_{rw} = 1.49 \sqrt{E/F_y} = 1.49 \sqrt{(2 \times 10^6)/5000} = 29.8)$$

ปีก: เนื่องจากเป็นหน้าตัดประกอบ

$$k_c = 4/(h/t_w)^{0.5} = 4/45.84^{0.5} = 0.59 < 0.763$$

$$(\lambda_f = b/t = 250/(2 \times 9) = 13.9) > (\lambda_{rf} = 0.64 \sqrt{Ek_c/F_y} = 0.64 \sqrt{2 \times 10^6 \times 0.59/5000} = 9.8)$$

ดังนั้น ทั้งปีกและเอวเกิดการโก่งเดาะเฉพาะที่ (เป็นองค์อาคารประเภทหน้าตัดชิ้นส่วนชะลุด $\lambda > \lambda_r$) และ
สามารถคำนวณค่าตัวคูณลด Q ดังนี้

2. คำนวณตัวคูณลด $Q = Q_s Q_a$

2.1 คำนวณตัวคูณลด Q_s

ปีก: เนื่องจาก $9.8 < (b/t = 13.9) < 18.0$ ดังนั้นจากตารางที่ 3.5 ได้

$$Q_s = 1.415 - 0.65 (b/t) \sqrt{F_y/k_c E} = 1.415 - 0.65 \times 13.9 \sqrt{5000/(0.59 \times 2 \times 10^6)} = 0.827$$

2.2 คำนวณตัวคูณลด Q_d

เอร์ : จากสมการ 3.155 $Q_d = A_e / A_g$

จากสมการ 3.156 $A_e = A_g - \sum (b - b_e) t$

จากตารางที่ 3.6 $b_e = 1.92t \sqrt{E/f} \left[1 - \frac{0.34}{(b/t)} \sqrt{E/f} \right] \leq b$

โดยที่ $f = F_{cr}$ เมื่อ $Q = 1.0$ และ F_{cr} หาได้จากสมการ 3.157 หรือ 3.158 อย่างไรก็ตาม การหาค่า F_{cr} นี้จำเป็นต้องรู้ค่า F_e ก่อน ซึ่งได้แก่ค่าที่น้อยที่สุดจากค่า F_{ex} , F_{ey} และ F_{cz} (เนื่องจากเสามีหน้าตัดสมมาตรทั้งสองแกน)



คำนวณหน่วยแรงอัดวิกฤต F_{cr} ได้ดังนี้

$$A_g = (2 \times 25 \times 0.9) + (27.5 \times 0.6) = 61.5 \text{ ตร.ซม.}$$

$$I_x = 2 \left(\frac{1}{12} \times 25 \times 0.9^3 + 25 \times 0.9 \times 14.2^2 \right) + \frac{1}{12} \times 0.6 \times 27.5^3 = 10117 \text{ ซม.}^4$$

$$I_y = 2 \left(\frac{1}{12} \times 0.9 \times 25^3 \right) + \frac{1}{12} \times 27.5 \times 0.6^3 = 2344 \text{ ซม.}^4$$

$$r_x = \sqrt{I_x / A_g} = 12.83 \text{ ซม.}, r_y = \sqrt{I_y / A_g} = 6.17 \text{ ซม.}$$

$$J = \frac{1}{3} \sum b t^3 = \frac{1}{3} (2 \times 25 \times 0.9^3 + 28.4 \times 0.6^3) = 14.19 \text{ ซม.}^4$$

$$C_w = I_y h^2 / 4 = (2344 \times 28.4^2) / 4 = 4.73 \times 10^5 \text{ ซม.}^6$$

$$F_{ex} = \frac{\pi^2 E}{(K_x L / r_x)^2} = \frac{3.1416^2 \times 2 \times 10^6}{(450 / 12.83)^2} = 16046 \text{ กก./ตร.ซม.}$$

$$F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{(K_y L / r_y)^2} = \frac{3.1416^2 \times 2 \times 10^6}{(450 / 6.17)^2} = 3711 \text{ กก./ตร.ซม.}$$



$$F_{ez} = \left[\pi^2 EC_w / (K_y L)^2 + GJ \right] / (I_x + I_y)$$

$$= (3.1416^2 \times 2 \times 10^6 \times 4.73 \times 10^5 / 450^2 + 7.6 \times 10^5 \times 14.19) / (10117 + 2344)$$

$$= 4566 \text{ กก./ตร.ซม.}$$

จะได้ $F_e = F_{ey} = 3711 \text{ กก./ตร.ซม.}$ เนื่องจาก $(F_y / F_{ey} = 5000 / 3711 = 1.347) < 2.25$

ดังนั้น $f = F_{cr} = (0.658)^{F_y / F_e} F_y = 2845 \text{ กก./ตร.ซม.}$

$$b_e = 1.92 \times 0.6 \sqrt{2 \times 10^6 / 2845} \left[1 - \frac{0.34}{45.8} \sqrt{2 \times 10^6 / 2845} \right] = 24.5 < 27.5 \text{ ใช้ได้}$$

$$A_e = 61.5 - (27.5 - 24.5)(0.6) = 59.7 \text{ ตร.ซม.}$$

$$Q_a = A_e / A_g = 59.7 / 61.5 = 0.971$$

จะได้ $Q = Q_s Q_a = 0.827 \times 0.971 = 0.803$

3. คำนวณกำลังแรงอัดตามแนวแกนที่สามารถรับได้

$$QF_y / F_e = (0.803 \times 5000) / 3711 = 1.08$$

จะได้ $F_{cr} = (0.658)^{QF_y / F_e} QF_y = 0.658^{1.08} \times 0.803 \times 5000 = 2555 \text{ กก./ตร.ซม.}$

กำลังแรงอัดตามแนวแกนระบุ $P_n = F_{cr} A_g = (2555 \times 61.5) / 1000 = 157 \text{ ตัน}$

กำลังแรงอัดตามแนวแกนที่สามารถรับได้ คำนวณได้ดังนี้

วิธี ASD : $P_n / \Omega_c = 157 / 1.67 = 94 \text{ ตัน}$

วิธี LRFD : $\phi_c P_n = 0.9 \times 157 = 141 \text{ ตัน}$

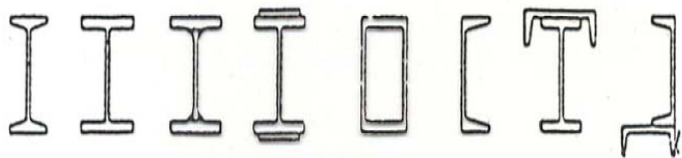


Flexural Members (Part 1)

1. Introduction
2. Simple flexure formula
3. Modes of failure
4. In-plane bending (IPB)
5. Out-of-plane bending or Lateral torsional buckling (LTB)
6. AISC 2005 provisions (Chapter F)

1. Introduction

- Beams are members that carry primarily transverse loads.
- Typical beam sections are shown below.



2. Simple Flexure Formula

$$f = \frac{M_{xx}}{S_x} + \frac{M_{yy}}{S_y}$$

S = *section modulus*, defined as the moment of inertia I divided by the distance c from the center of gravity to the extreme fiber.

The subscript x and y indicates the axis about which the moment of inertia is computed and from which the distance c is measured.

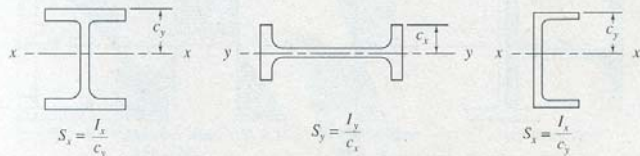


Figure 7.2.1 Elastic section modulus expressions for symmetrical shapes.

Reference: Salmon, C.G. and Johnson, J.E. (1996). Steel structures: design and behavior, fourth edition, HarperCollins Publishers Inc.

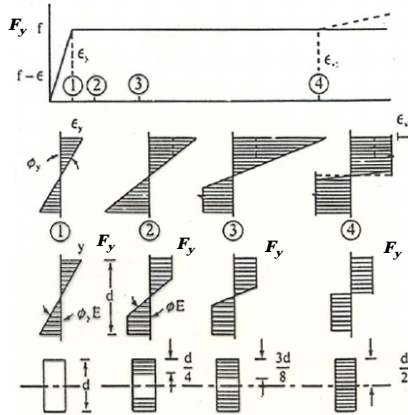
3. Modes of Failure

- In-plane bending (IPB)
 - Yielding
 - Local buckling of web and/or flange
- Out-of-plane bending or Lateral torsional buckling (LTB)
- Shear
 - Yielding
 - Web shear buckling
- Deflection

The limitation depends on the type of materials being supported, i.e., ceilings, partition, or walls.

Behavior of Laterally-Stable, Compact Section Beams (In-plane Bending)

- Beams are laterally stable when compressive flanges do not buckle laterally.
- The moment strength can be computed from the section properties.
- The strain and stress distributions through the section depth at different stages of loadings are shown below.



a) stress-strain

b) strain distribution

c) stress distribution

d) yielded zone

Up to Yield (stage 1) : both strain and stress distributions are linear.

the limiting moment is $M_y = F_y S_x$

where M_y = yielding moment
 F_y = yielding stress
 S_x = elastic section modulus

Beyond Yield (stages 2 – 4) : strain distribution is linear but stress is nonlinear.

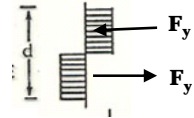
the limiting moment is $M_p = F_y Z_x$

where M_p = plastic moment
 Z_x = plastic section modulus

Shape Factor (f)

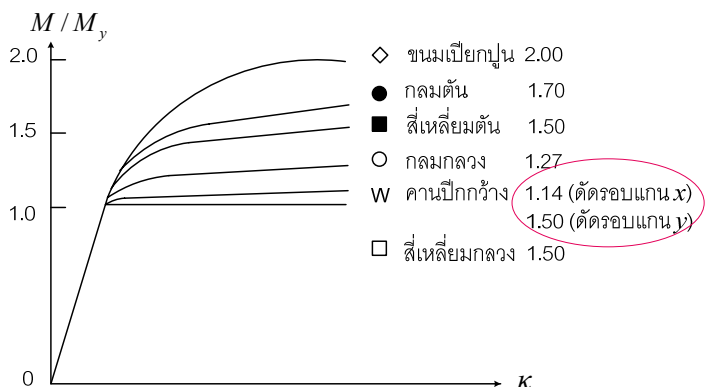
- The increase of moment from M_y to M_p is known as the reserved moment strength.
- A shape factor is defined as the ratio of M_p and M_y

$$f = \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z_x}{S_x}$$

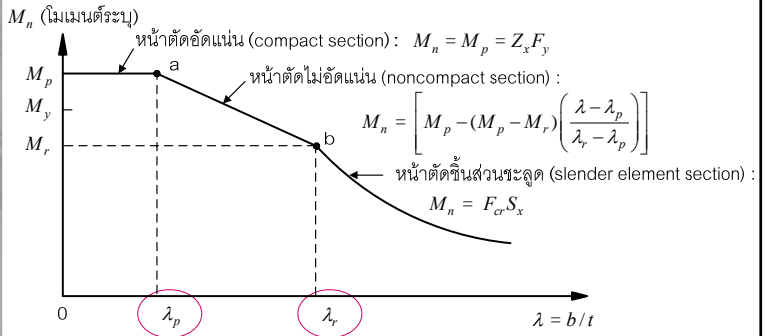


for a rectangular section $f = \frac{b^2 d / 4}{b^2 d / 6} = 1.50$

Moment-Curvature relationships



4. In-plane bending (IPB)



Limiting b/t ratio to prevent local buckling

AISC (2005) classifies the steel sections into:

1. Compact section


- A section can develop a fully plastic moment.
- A flange must be continuously connected to the web or webs.
- Element local buckling is not a problem.

2. Noncompact section

- A section cannot develop a fully plastic moment.

3. Slender element section

- Element local buckling occurs.



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Chulalongkorn University

Princess of the Kingdom

123

ตารางที่ 4.1 อัตราส่วน $\lambda = b/t$ สำหรับชิ้นส่วนบางในคาน ($E = 2 \times 10^6$ กก./ตร.ซม.)

| ชิ้นส่วน | | ขอบเขตอัตราส่วน $\lambda = b/t$ | | | |
|--|-------|---------------------------------|----------------------------|---------------------------------|----------------------------|
| | | λ_p (หน้าตัดชิดแน่น) | | λ_r (หน้าตัดไม่ชิดแน่น) | |
| | | F_y | $F_y = 2450$ กก./ตร.ซม. | F_y | $F_y = 2450$ กก./ตร.ซม. |
| 1. ปลายยื่น | | | | | |
| ก. เหล็กฉากเดี่ยว | b/t | $0.54 \sqrt{E/F_y}$ | 15.4 | $0.91 \sqrt{E/F_y}$ | 26 |
| ข. ปีก (หน้าตัดรีดร้อนรูปโอ, รูปางน้ำ) | b/t | $0.38 \sqrt{E/F_y}$ | 10.9 | $1.0 \sqrt{E/F_y}$ | 28.6 |
| ค. ปีก (หน้าตัดประกอบรูปโอ) | b/t | $0.38 \sqrt{E/F_y}$ | 10.9 | $0.95 \sqrt{E k_c / F_L}$ | k_c, F_L^* |
| ง. ปีก (หน้าตัดตัวตี) | b/t | $0.38 \sqrt{E/F_y}$ | 10.9 | $1.0 \sqrt{E/F_y}$ | 28.6 |
| จ. เหว (หน้าตัดตัวตี) | d/t | $0.84 \sqrt{E/F_y}$ | 24 | $1.03 \sqrt{E/F_y}$ | 29.4 |

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Chulalongkorn University

Princess of the Kingdom

124

2. ปลายยึด

ก. ปีกมีความหนาสม่ำเสมอ, ปีก ของเหล็กท่อนเชื่อม HSS, ปีกของแผ่นเหล็กประกบ

$$b/t^{**}$$

$$1.12 \sqrt{E/F_y}$$

32

$$1.40 \sqrt{E/F_y}$$

40

ข. เหว, เหวของเหล็กท่อนเชื่อม HSS

$$h/t^{**}$$

$$2.42 \sqrt{E/F_y}$$

69.1

$$5.70 \sqrt{E/F_y}$$

163

ค. เหวของรูปโอที่มีแกนสมมาตรสองแกนและเหวของรูปร่างน้ำ

$$h/t_w$$

$$3.76 \sqrt{E/F_y}$$

107

$$5.70 \sqrt{E/F_y}$$

163

ง. เหวของรูปโอที่มีแกนสมมาตรหนึ่งแกน

$$h_c/t_w$$

$$\frac{\frac{h_c}{h_p} \sqrt{E/F_y}}{(0.54 \frac{M_p}{M_y} - 0.09)^2} \leq \lambda_p^{\dagger}$$

$$5.70 \sqrt{E/F_y}$$

163

จ. ท่อกลมกลวง

$$D/t$$

$$0.07 E/F_y$$

57.1

$$0.31 E/F_y$$

253

* $k_c = 4/\sqrt{I_x} \leq 0.35 \leq k_c \leq 0.76$, D = เส้นผ่าศูนย์กลางภายนอกของท่อกลมกลวง

$F_y = 0.7 F_u$ สำหรับกรณีขอบเขตตรง, การตรวจสอบแกนเหล็กของหน้าตัดประกอบรูปโอที่ใช้ชิ้นส่วนเฮวเชื่อม และการตรวจสอบแกนเหล็กของหน้าตัดประกอบรูปโอรีดร้อนชิดแน่นและไม่ชิดแน่น ที่มีค่า $S_w/S_u \geq 0.7$

$F_y = F_u S_w/S_u \geq 0.5 F_u$ สำหรับการตรวจสอบแกนเหล็กของหน้าตัดประกอบรูปโอรีดร้อนชิดแน่นและไม่ชิดแน่นที่มีค่า $S_w/S_u < 0.7$

** สำหรับ HSS, $h(t) =$ ระยะสูงหรือระยะกว้าง (ปีก) $- 2r$ หรือ มิติภายนอก $- 3 \times$ ความหนา

\dagger มีค่าเท่ากับ $d - 2k$ เมื่อ $k = r_f + r$ (กรณีคานเหล็กคู่ปรตกร), ระยะระหว่างปีกบนและล่าง (กรณีคานประกอบด้วยการเชื่อม)

หรือระยะระหว่างแนวตัวยึด (กรณีคานประกอบด้วยเหล็กยึด) ตามลำดับ

$$\dagger \lambda_p = 3.76 \sqrt{E/F_y}$$

5. Lateral Torsional Buckling (LTB)

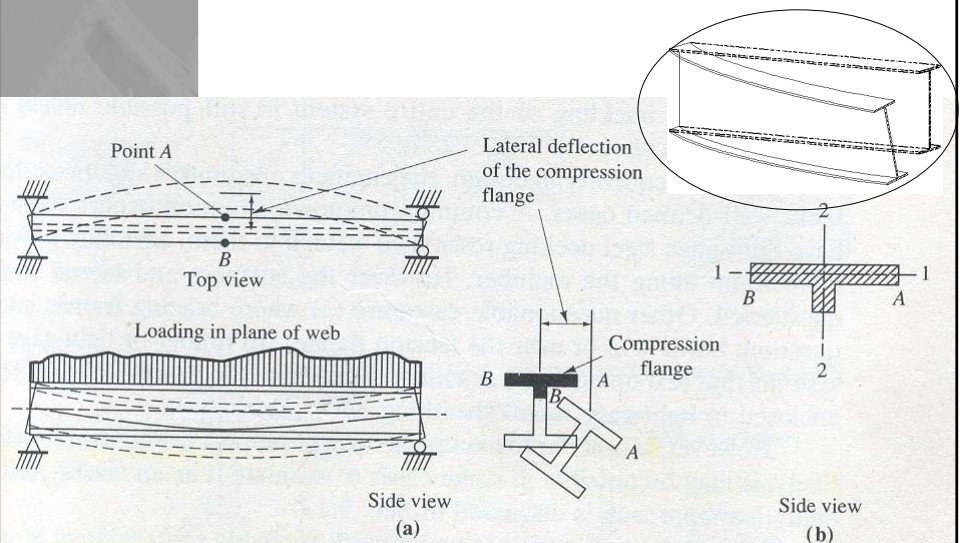
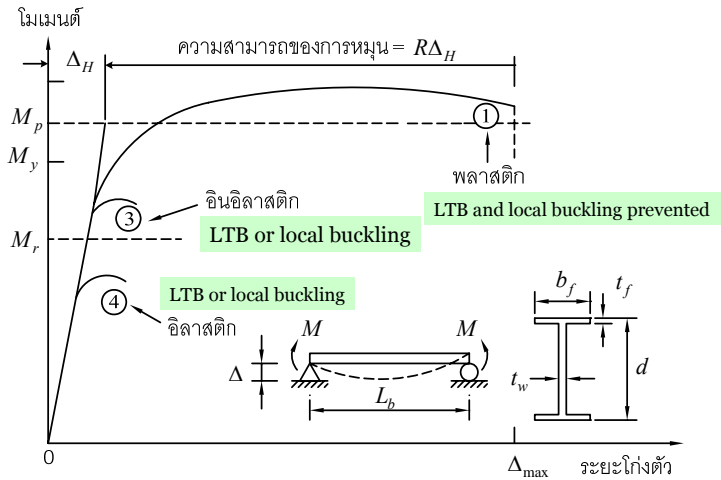


Figure 9.1.1 Beam laterally supported only at its ends.

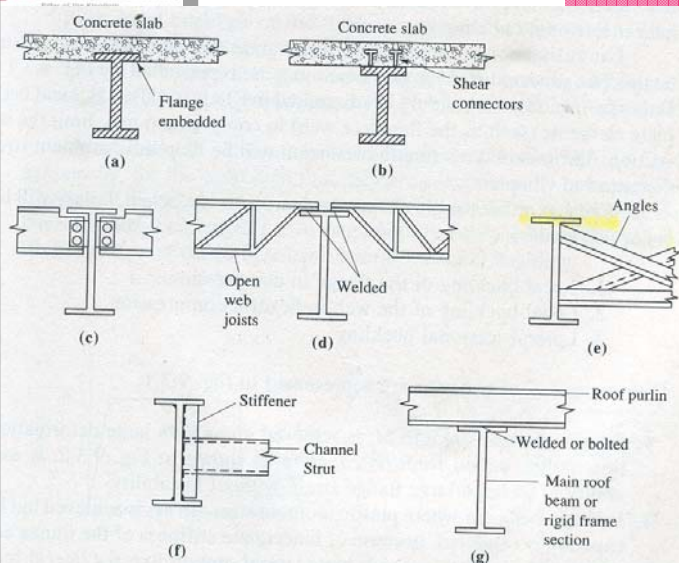
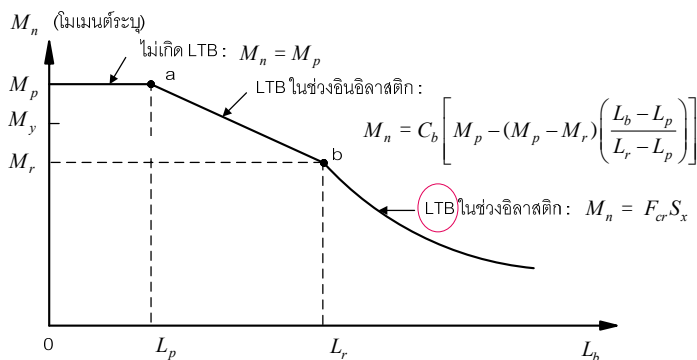


Figure 9.2.1 Types of definite lateral support.

Reference: Salmon, C.G. and Johnson, J.E. (1996). Steel structures: design and behavior, fourth edition, HarperCollins Publishers Inc.

Nominal moment strength v.s. Unbraced length



AISC uses
$$C_b = \frac{12.5M_{\max}}{2.5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} R_m \leq 3.0 \quad (3.6.10)$$

where M_{\max} = absolute max. moment between the unbraced length

M_A, M_B, M_C = absolute moment at $1/4, 1/2$ and $3/4$ of the length

R_m = cross-section monosymmetry parameter

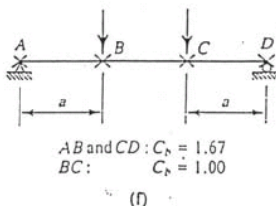
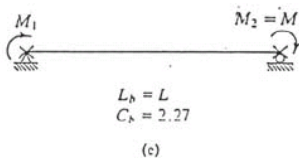
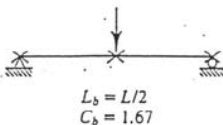
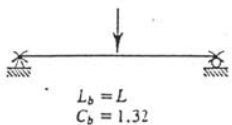
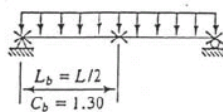
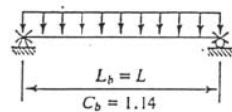
= 1.0, double sym. members

= 1.0, singly sym. members under single curvature bending

C_b is permitted to be conservatively taken as 1.0 for all cases.

$C_b = 1.0$ for cantilevers or overhangs where the free end is unbraced.

- From AISC formula, C_b (with $R_m = 1.0$) values are as follow:



AISC

$$M_r \leq M_c$$

where M_r = required flexural strength

M_c = available flexural strength

$$= M_n / \Omega_b \quad (\text{ASD}, \Omega_b = 1.67)$$



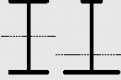

$$= \phi_b M_n \quad (\text{LRFD}, \phi_b = 0.90)$$

M_n = nominal flexural strength

6. AISC 2005 provisions (Chapter F)

Table below gives appropriate limit states for each corresponding section type.


TABLE User Note F1.1
Selection Table for the Application
of Chapter F Sections

| Section in Chapter F | Cross Section | Flange Slenderness | Web Slenderness | Limit States |
|----------------------------|---|-----------------------|--------------------|------------------|
| F2 |  | C | C | Y, LTB |
| F3 |  | NC, S | C | LTB, FLB |
| F4 |  | C, NC, S | C, NC | Y, LTB, FLB, TFY |
| F5 |  | C, NC, S | S | Y, LTB, FLB, TFY |

133

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University
Pride of the Kingdom

| | | | | |
|--|----------------------|----------|-------|------------------|
| F6 | | C, NC, S | N/A | Y, FLB |
| F7 | | C, NC, S | C, NC | Y, FLB, WLB |
| F8 | | N/A | N/A | Y, LB |
| F9 | | C, NC, S | N/A | Y, LTB, FLB |
| F10 | | N/A | N/A | Y, LTB, LLB |
| F11 | | N/A | N/A | Y, LTB |
| F12 | Unsymmetrical shapes | N/A | N/A | All limit states |
| Y = yielding, LTB = lateral-torsional buckling, FLB = flange local buckling, WLB = web local buckling, TFY = tension flange yielding, LLB = leg local buckling, LB = local buckling, C = compact, NC = noncompact, S = slender | | | | |


จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
 Chulalongkorn University
 King of the Kingdom

134

F2. DOUBLY SYMMETRIC COMPACT I-SHAPED MEMBERS AND CHANNELS BENT ABOUT THEIR MAJOR AXIS

The *nominal flexural strength*, M_n , shall be the lower value obtained according to the *limit states of yielding (plastic moment)* and *lateral-torsional buckling*.

1. Yielding

$$M_n = M_p = F_y Z_x \quad (\text{F2-1})$$

where

F_y = *specified minimum yield stress* of the type of steel being used, ksi (MPa)

Z_x = plastic section modulus about the x-axis, in.³ (mm³)

note: if $L_b \leq L_{pd} = [0.12 + 0.076(M_1 / M_2)](E / F_y)r_y$, then plastic analysis can be used.

2. Lateral-Torsional Buckling

(a) When $L_b \leq L_p$, the limit state of lateral-torsional buckling does not apply.

(b) When $L_p < L_b \leq L_r$

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (\text{F2-2})$$

(c) When $L_b > L_r$

$$M_n = F_{cr} S_x \leq M_p \quad (\text{F2-3})$$

where

L_b = length between points that are either braced against lateral displacement of compression flange or braced against twist of the cross section, in. (mm)

$$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ts}} \right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{Jc}{S_x h_o} \left(\frac{L_b}{r_{ts}} \right)^2} \quad (\text{F2-4})$$

May be conservatively taken as 1.0

and where

E = modulus of elasticity of steel = 29,000 ksi (200 000 MPa)

J = torsional constant, in.⁴ (mm⁴)

S_x = elastic section modulus taken about the x-axis, in.³ (mm³)

The limiting lengths L_p and L_r are determined as follows:

$$L_p = 1.76r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (\text{F2-5})$$

$$L_r = 1.95r_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_o}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6.76 \left(\frac{0.7F_y}{E} \frac{S_x h_o}{Jc} \right)^2}} \quad (\text{F2-6})$$

where

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x} \quad (\text{F2-7})$$

and

$$\text{For a doubly symmetric I-shape: } c = 1 \quad (\text{F2-8a})$$

$$\text{For a channel: } c = \frac{h_o}{2} \sqrt{\frac{I_y}{C_w}} \quad (\text{F2-8b})$$

where

h_o = distance between the flange centroids, in. (mm)

For doubly symmetric I-shapes with rectangular flanges, $C_w = \frac{I_y h_o^2}{4}$ and thus Equation F2-7 becomes

$$r_{ts}^2 = \frac{I_y h_o}{2S_x}$$

r_{ts} may be approximated accurately and conservatively as the radius of gyration of the compression flange plus one-sixth of the web:

$$r_{ts} = \frac{b_f}{\sqrt{12 \left(1 + \frac{1}{6} \frac{h t_w}{b_f t_f} \right)}}$$

F3. DOUBLY SYMMETRIC I-SHAPED MEMBERS WITH COMPACT WEBS AND NONCOMPACT OR SLENDER FLANGES BENT ABOUT THEIR MAJOR AXIS

The nominal flexural strength, M_n , shall be the lower value obtained according to the *limit states of lateral-torsional buckling* and *compression flange local buckling*.

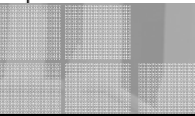
1. **Lateral-Torsional Buckling** : Same as previous section F2
2. **Compression Flange Local Buckling**

(a) For sections with noncompact flanges

$$M_n = \left[M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left(\frac{\lambda - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}} \right) \right] \quad (F3-1)$$

(b) For sections with slender flanges

$$M_n = \frac{0.9Ek_c S_x}{\lambda^2} \quad (F3-2)$$



where

$$\lambda = \frac{b_f}{2t_f}$$

$\lambda_{pf} = \lambda_p$ is the limiting slenderness for a compact flange, Table B4.1

$\lambda_{rf} = \lambda_r$ is the limiting slenderness for a noncompact flange, Table B4.1

$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}$ and shall not be taken less than 0.35 nor greater than 0.76 for calculation purposes



Flexural Member (Part 2)

1. Simple shear formula
2. Web shear failure
3. AISC 2010 provisions (Chapter G)
4. Deflection criterion
5. Biaxial bending

1. Simple shear formula

Theoretically, the beam shear stress is given by

$$\tau_v = \frac{VQ}{It} \quad (1)$$

Where V = shear force

I = moment of inertia of the entire cross section about the neutral axis

Q = moment about the neutral axis of the area that is beyond the fiber at which the shear stress is calculated

t = thickness of the portion at which the shear stress is calculated

For a typical I-section, the shear stress distribution in the elastic range is shown below. It is clear that the web carries a significant portion of shear force. Also, the shear stress is nearly uniform over the web area.

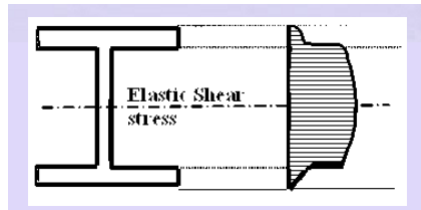


Fig 1. Shear stress distribution on I-sections

Therefore, for the purpose of design, we can assume without much error that the average shear stress is

$$\tau_v = \frac{V}{A_w} = \frac{V}{t_w d} \quad (2)$$

Where t_w = web thickness, d = overall depth

2. Web shear failure

Depending on the slenderness of the web, the possible failure modes are

- Web shear yielding
- Inelastic web shear buckling
- Elastic web shear buckling

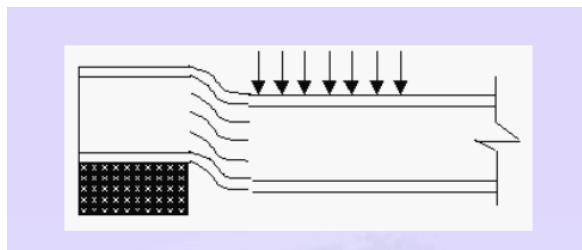


Fig 2. Shear yielding near the support.

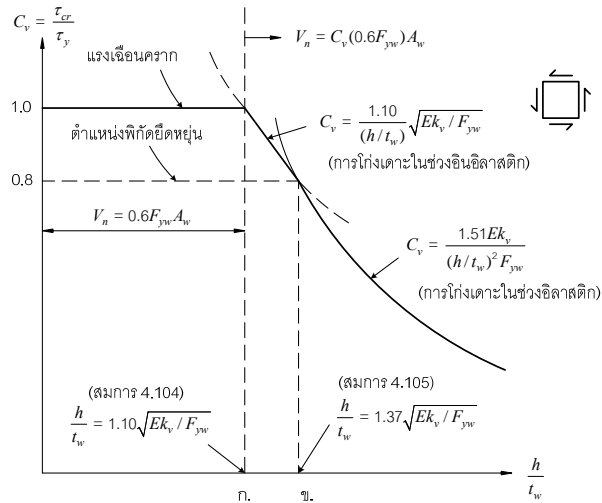


Fig 3. Web shear coefficient, C_v

Refer to Fig. 3, we can summarize as follows,

1. Web shear yielding : $h/t_w \leq 1.10\sqrt{E k_v / F_{yw}}$

$$C_v = 1$$

2. Inelastic web shear buckling : $1.10 \sqrt{\frac{Ek_v}{F_{yw}}} < \frac{h}{t_w} \leq 1.37 \sqrt{\frac{Ek_v}{F_{yw}}}$

$$C_v = \frac{1.10}{(h/t_w)} \sqrt{\frac{Ek_v}{F_{yw}}}$$

3. Elastic web shear buckling : $\frac{h}{t_w} > 1.37 \sqrt{\frac{Ek_v}{F_{vw}}}$

$$C_v = \frac{1.51Ek_v}{(h/t_w)^2 F_{vw}}$$

3. AISC 2010 provisions (Chapter G)

Chapter G addresses webs of singly or doubly symmetric members subject to shear in the plane of web, single angles and HSS sections, and shear in the weak direction of singly or doubly symmetric shapes.

The *design shear strength*, $\phi_v V_n$, and the *allowable shear strength*, V_n/Ω_v , shall be determined as follows:

For all provisions in this chapter except Section G2.1(a):

$$\phi_v = 0.90 \text{ (LRFD)} \quad \Omega_v = 1.67 \text{ (ASD)}$$

G2.1 Members with unstiffened or stiffened webs

For webs of *singly* or *doubly* symmetric members and *channels* subject to shear in the plane of the web. The nominal shear strength (V_n) of unstiffened or stiffened webs according to the limit states of *shear yielding* and *shear buckling* is

$$V_n = 0.6F_y A_w C_v \quad (G2-1)$$

“shear yield force”

(a) For webs of rolled I-shaped members with $h/t_w \leq 2.24\sqrt{E/F_y}$:

$$\phi_v = 1.00 \text{ (LRFD)} \quad \Omega_v = 1.50 \text{ (ASD)}$$

and

$$C_v = 1.0 \quad \text{Section G2.1 (a)} \quad (\text{G2-2})$$

(b) For webs of all other doubly symmetric shapes and singly symmetric shapes and channels, except round *HSS*, the web shear coefficient, C_v , is determined as follows:

(i) When $h/t_w \leq 1.10\sqrt{k_v E / F_y}$

$$C_v = 1.0 \quad (\text{G2-3})$$

(ii) When $1.10\sqrt{k_v E / F_y} < h/t_w \leq 1.37\sqrt{k_v E / F_y}$

$$C_v = \frac{1.10\sqrt{k_v E / F_y}}{h/t_w} \quad (\text{G2-4})$$

(iii) When $h/t_w > 1.37\sqrt{k_v E / F_y}$

$$C_v = \frac{1.51k_v E}{(h/t_w)^2 F_y} \quad (\text{G2-5})$$

where

A_w = area of web, the overall depth times the web thickness, dt_w , in.² (mm²)

h = for rolled shapes, the clear distance between flanges less the fillet or corner radii, in. (mm)

= for built-up welded sections, the clear distance between flanges, in. (mm)

= for built-up bolted sections, the distance between *fastener* lines, in. (mm)

= for tees, the overall depth, in. (mm)

t_w = thickness of web, in. (mm)

The web plate *shear buckling* coefficient, k_v , is determined as follows:

(i) For webs without *transverse stiffeners* and with $h/t_w < 260$:

“flanges on both edges of web”

$$k_v = 5$$

except for the stem of tee shapes where $k_v = 1.2$.

(ii) For webs with transverse stiffeners:

“flanges on both edges of web”

$$k_v = 5 + \frac{5}{(a/h)^2} \quad (G2-6)$$

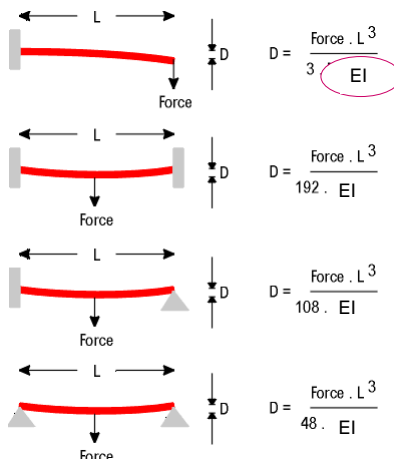
$$= 5 \text{ when } a/h > 3.0 \text{ or } a/h > \left[\frac{260}{(h/t_w)} \right]^2$$

where

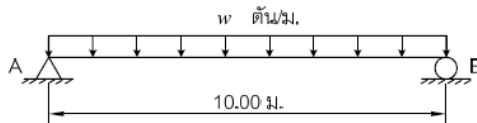
a = clear distance between transverse stiffeners, in. (mm)

4. Deflection criterion

Deflections in structural members and structural systems under appropriate *service load conditions* shall not impair the *serviceability* of the structure. Usually the allowable deflection is $L/360$.



ตัวอย่างที่ 4.1 คานมีความยาว 10 เมตร ปลายทั้งสองมีการรองรับแบบธรรมดา น้ำหนักบรรทุกคงที่ (ไม่รวมน้ำหนักคาน) กระจายสม่ำเสมอตลอดความยาวมีค่าเท่ากับ 0.5 ตัน/ม. และน้ำหนักบรรทุกจร 1.5 ตัน/ม. คานมีการค้ำยันด้านข้างตลอดความยาวโดยพื้นคอนกรีต กำหนดค่าการโก่งภายใต้น้ำหนักบรรทุกจรใช้งานไม่เกิน $L/360$ ใช้เหล็กชนิด $F_y = 2450$ กก./ตร.ซม. ให้เลือกขนาดคาน ด้วยวิธี ASD และ LRFD



รูปที่ 4.23 คานยาว 10 ม. ภายใต้ น้ำหนักบรรทุกสม่ำเสมอ

วิธีทำ การออกแบบคาน มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. คำนวณกำลังแรงดัดที่ต้องการในการออกแบบ

วิธี ASD :

น้ำหนักบรรทุกใช้งาน (ไม่รวมน้ำหนักคาน) $= 0.5 + 1.5 = 2.0$ ตัน/ม.

โมเมนต์สูงสุดที่กึ่งกลางคาน $M_r = 2 \times 10^2 / 8 = 25$ ตัน-ม.

จากสมการ 4.54 $M_n = \Omega_b M_r = 1.67 \times 25 = 41.75$ ตัน-ม.

วิธี LRFD :

น้ำหนักบรรทุกปรับค่าแล้ว (ไม่รวมน้ำหนักคาน) $= 1.2 \times 0.5 + 1.6 \times 1.5 = 3.0$ ตัน/ม.

โมเมนต์สูงสุดที่กึ่งกลางคาน $M_r = 3 \times 10^2 / 8 = 37.5$ ตัน-ม.

จากสมการ 4.55 $M_n = M_r / \phi_b = 37.5 / 0.9 = 41.67$ ตัน-ม.

2. เลือกขนาดคาน

เนื่องจากคานมีการค้ำยันด้านข้างตลอดความยาว และสมมุติให้เป็นคานหน้าตัดอัดแน่น จากหัวข้อ

4.4.1 และสมการ 4.5 ได้ $M_n = M_p = F_y Z_x$

$$\text{ดังนั้น ต้องการ } Z_x = \frac{M_n}{F_y} = \frac{41.75 \times 1000 \times 100}{2450} = 1704 \text{ ซม.}^3$$

จากภาคผนวก ข. ลองใช้ W500×89.6 ซึ่งมีคุณสมบัติ ดังนี้

$$Z_x = 2096 \text{ ซม.}^3, I_x = 47800 \text{ ซม.}^4, d_f = 200 \text{ มม.}, t_f = 16 \text{ มม.}, r = 20 \text{ มม.}, d = 500 \text{ มม.},$$

$$t_w = 10 \text{ มม.}, h = d - 2(t_f + r) = 428 \text{ มม.}$$

3. กำลังแรงค้ำที่สามารถรับได้

ตรวจสอบหน้าตัดอัดแน่น (ดูตารางที่ 4.1)

$$\text{ปีก : } (\lambda_f = b_f / 2t_f = 200 / (2 \times 16) = 6.25) \leq (\lambda_{pf} = 0.38 \sqrt{E/F_y} = 10.9) \quad \text{จริง}$$

$$\text{เอว : } (\lambda_w = h / t_w = 428 / 10 = 42.8) \leq (\lambda_{pw} = 3.76 \sqrt{E/F_y} = 107) \quad \text{จริง}$$

จากตารางที่ 4.3 และหัวข้อ 4.4.1 เมื่อคานมีคุณสมบัติเป็นหน้าตัดอัดแน่น และการวิบัติลักษณะ LTB ไม่เกิด เพราะ $L_b = 0$ (เนื่องจากคานมีการค้ำยันด้านข้างตลอดความยาว) ดังนั้น M_n คัดจากการครากอย่างเดียวก จากสมการ 4.5 ได้

$$M_n = M_p = F_y Z_x = 2450 \times 2096 / (1000 \times 100) = 51.3 \text{ ตัน-ม.}$$

$$\text{วิธี ASD : } (M_c = M_n / \Omega_b = 51.3 / 1.67 = 30.7) > (M_r = 25) \text{ ตัน-ม.} \quad \text{ใช้ได้}$$

$$\text{วิธี LRFD : } (M_c = \phi_b M_n = 0.9 \times 51.3 = 46.2) > (M_r = 37.5) \text{ ตัน-ม.} \quad \text{ใช้ได้}$$

อนึ่ง เนื่องจากน้ำหนักคานมีค่าน้อยมาก จึงไม่ได้นำมาใช้ในการคำนวณโมเมนต์

4. ตรวจสอบกำลังแรงเฉือน

4.1 กำลังแรงเฉือนที่ต้องการ (ไม่รวมน้ำหนักคาน)

วิธี ASD : $V_a = 2 \times 10 / 2 = 10$ ตัน

วิธี LRFD : $V_u = 3 \times 10 / 2 = 15$ ตัน

4.2 กำลังแรงเฉือนที่สามารถรับได้

จากหัวข้อ 4.5.3.1 เพราะว่า $(h/t_w = 42.8) < (2.24\sqrt{E/F_y} = 64)$ จะได้

$C_v = 1.0$, $\Omega_v = 1.50$ และ $\phi_v = 1.00$ และจากสมการ 4.110 ได้

$V_n = 0.6F_yA_wC_v = 0.6 \times 2450 \times 50 \times 1 / 1000 = 73.5$ ตัน

วิธี ASD : $(V_n / \Omega_v = 73.5 / 1.5 = 49) > (V_a = 10)$ ตัน ใช้ได้

วิธี LRFD : $(\phi_v V_n = 1 \times 73.5 = 73.5) > (V_u = 15)$ ตัน ใช้ได้

5. ตรวจสอบค่าการโก่ง (เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจรใช้งาน)

จากสมการ 4.118 และตารางที่ 4.4 ได้

ค่าการโก่งสูงสุด $\Delta = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI} = \frac{5 \times 1.5 \times 10 (1000)^4}{384 \times 2 \times 10^6 \times 47800} = 2.04$ ซม.

ค่าการโก่งที่ยอมให้ $L/360 = 10 \times 100 / 360 = 2.70$ ซม. > 2.04 ซม. ใช้ได้

สรุป ใช้คานขนาด W500×89.6

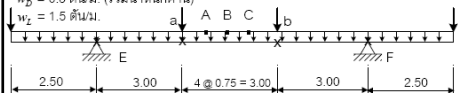
ตัวอย่างที่ 4.2 คานขนาด $W450 \times 76$ มีความยาวและน้ำหนักภายนอกกระทำดังแสดงในรูปที่ 4.24 ก. กำหนดให้การยึดด้านข้างมีเฉพาะตรงตำแหน่งที่น้ำหนักกระทำเป็นจุด ใช้เหล็ก $F_y = 2450$ กก./ตร.ซม. ($K = 1.0$, $P_D =$ น้ำหนักบรรทุกคงที่ที่กระทำเป็นจุด, $P_L =$ น้ำหนักบรรทุกจรกระทำเป็นจุด, $w_D =$ น้ำหนักบรรทุกคงที่กระจายสม่ำเสมอ และ $w_L =$ น้ำหนักบรรทุกจรกระจายสม่ำเสมอ) ให้ตรวจสอบความสามารถต้านกำลัง และการโก่งตัวของคานด้วยวิธี ASD และ LRFD

$$P_D = 0.2 \text{ ตัน} \quad P_D = 0.5 \text{ ตัน} \quad P_D = 0.5 \text{ ตัน} \quad P_D = 0.2 \text{ ตัน}$$

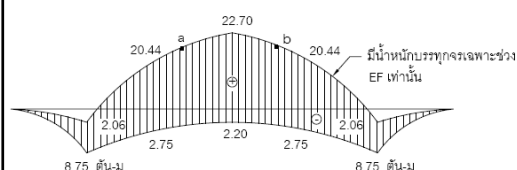
$$P_L = 0.8 \text{ ตัน} \quad P_L = 1.0 \text{ ตัน} \quad P_L = 1.0 \text{ ตัน} \quad P_L = 0.8 \text{ ตัน}$$

$w_D = 0.5$ ตัน/ม. (รวมน้ำหนักคาน)

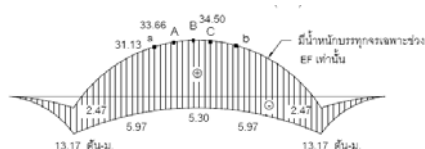
$w_L = 1.5$ ตัน/ม.



ก. $x =$ ตำแหน่งที่มีการยึดด้านข้าง



ข. กรอบของโมเมนต์รวมในเมมเบร์ (ASD)



ค. กรอบของโมเมนต์รวมในเมมเบร์ (LRFD)

รูปที่ 4.24 คานมัลติสเปนนี

จากภาคผนวก ข. $W450 \times 76$ มีคุณสมบัติ ดังนี้

$$S_x = 1490 \text{ ซม.}^3, Z_x = 1621 \text{ ซม.}^3, I_x = 33500 \text{ ซม.}^4, I_y = 1870 \text{ ซม.}^4, A = 96.76 \text{ ซม.}^2$$

$$b_f = 200 \text{ มม.}, t_f = 14 \text{ มม.}, d = 450 \text{ มม.}, t_w = 9 \text{ มม.}$$

$$r_y = 4.4 \text{ ซม.}, r = 18 \text{ มม.}, h = d - 2(t_f + r) = 386 \text{ มม.}$$

$$J = 46.8 \text{ ซม.}^4, C_w = 0.89 \times 10^6 \text{ ซม.}^6, L_p = 221 \text{ ซม.}, L_r = 659 \text{ ซม.}$$

1. กำลังแรงดัดที่ต้องการในการออกแบบ

จากรูปที่ 4.24 จะได้

วิธี ASD : $M_a = 22.70$ ตัน-ม.

วิธี LRFD : $M_u = 34.50$ ตัน-ม.

2. ตรวจสอบหน้าตัดอัดแน่น (ดูตารางที่ 4.1)

ปีก : $(\lambda_f = b_f / 2t_f = 200 / (2 \times 14) = 7.14) < (\lambda_{pf} = 0.38 \sqrt{E / F_y} = 10.9)$ จริง

เอว : $(\lambda_w = h / t_w = 386 / 9 = 42.9) < (\lambda_{pw} = 3.76 \sqrt{E / F_y} = 107)$ จริง

3. กำลังแรงดัดที่สามารถรับได้

จากตารางที่ 4.3 คาน W450 × 76 มีคุณสมบัติตามหัวข้อ 4.4.1 ดังนั้น โมเมนต์ระบุ M_n คิดจากลักษณะการบิด Y และ LTB ดังนี้

3.1 การคราก, Y

จากสมการ 4.5 $M_n = M_p = F_y Z_x$

จะได้ $M_n = 2450 \times 1621 / (1000 \times 100) = 39.7$ ตัน-ม.

3.2 การโก่งเคาะด้านข้างจากการบิด, LTB

เนื่องจาก $(L_p = 221 \text{ ซม.}) < (L_b = 300 \text{ ซม.}) < (L_r = 659 \text{ ซม.})$

(ค่า L_p และ L_r ได้จากภาคผนวก ข. แต่สามารถคำนวณได้จากสมการ 4.47 และ 4.50

ตามลำดับ) กำลังแรงดัดระบุคำนวณได้จากสมการ 4.43 ดังนี้

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.70 F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p$$

โดยที่ (สมการ 4.39) $C_b = \frac{12.5 M_{\max}}{2.5 M_{\max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C} R_m$

จากรูปที่ 4.24 ค. พิจารณาคานช่วง ab ซึ่งมีค่าโมเมนต์สูงสุดที่จุด B ค่า $R_m = 1$ (เนื่องจากหน้าตัดสมมาตรสองแกน) เมื่อใช้ค่าโมเมนต์สัมพัทธ์ระหว่างโมเมนต์ที่จุด A, B และ C จะได้

$$C_b = \frac{12.5 \times 1}{(2.5 \times 1) + (3 \times 0.98) + (4 \times 1) + (3 \times 0.98)} \times 1 = 1.01$$

แทนค่าในสมการ 4.43 ได้

$$M_n = 1.01 \times \left[39.7 - (39.7 - 0.7 \times 36.5) \left(\frac{3 - 2.21}{6.58 - 2.21} \right) \right] = 37.5 < 39.7 \text{ ตัน-ม.}$$

จากสมการ 4.54 และ 4.55 ได้

วิธี ASD : $(M_c = M_n / \Omega_b = 37.5 / 1.67 = 22.5) \approx (M_a = 22.7) \text{ ตัน-ม.}$ ใช้ได้

วิธี LRFD : $(M_c = \phi_b M_n = 0.9 \times 37.5 = 33.7) \approx (M_u = 34.5) \text{ ตัน-ม.}$ ใช้ได้

4. แรงเฉือนที่ต้องการในการออกแบบ

จากรูปที่ 4.24 จะได้

วิธี ASD : $V_a = (0.5 + 1.5) \times 4.5 + (0.5 + 1.0) = 10.5$ ตัน

วิธี LRFD : $V_u = (1.2 \times 0.5 + 1.6 \times 1.5) \times 4.5 + (1.2 \times 0.5 + 1.6 \times 1.0) = 15.7$ ตัน

5. กำลังแรงเฉือนที่สามารถรับได้

จากหัวข้อ 4.5.3.1 เพราะว่า $(h/t_w = 386/9 = 42.9) < (2.24\sqrt{E/F_y} = 64)$ จะได้

$C_v = 1.00$, $\Omega_v = 1.50$ และ $\phi_v = 1.00$ และจากสมการ 4.110 ได้

$V_n = 0.6F_yA_wC_v = 0.6 \times 2450 \times 45 \times 0.9 \times 1/1000 = 59.5$ ตัน

วิธี ASD : $(V_n / \Omega_v = 59.5 / 1.5 = 39.7) > (V_a = 10.5)$ ตัน ใช้ได้

วิธี LRFD : $(\phi_v V_n = 1 \times 59.5 = 59.5) > (V_u = 15.7)$ ตัน ใช้ได้

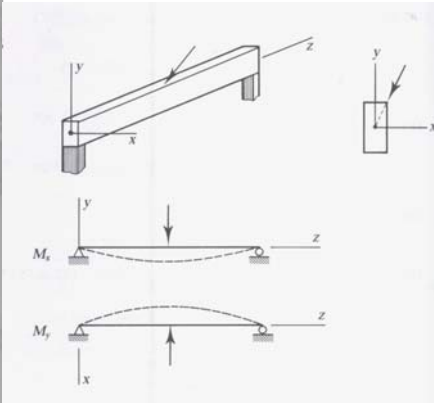
6. ตรวจสอบค่าการโก่ง (เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกจรงใช้งาน)

$$\begin{aligned} \text{ค่าการโก่งสูงสุด } \Delta &= \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI} + \frac{23PL^3}{648EI} \quad (\text{กรณีไม่มีน้ำหนักบรรทุกทุกจรงในช่วงคานยื่น}) \\ &= \frac{5 \times 1.5 \times 10 \times (900)^4}{384 \times 2 \times 10^6 \times 33500} + \frac{23 \times 1 \times 1000 \times (900)^3}{648 \times 2 \times 10^6 \times 33500} = 2.30 \text{ ซม.} \end{aligned}$$

ค่าการโก่งที่ยอมให้ $L/360 = 900/360 = 2.50$ ซม. > 2.30 ซม. ใช้ได้

สรุป คานขนาด W450×76 สามารถรับน้ำหนักบรรทุกที่ต้องการได้

5. Biaxial bending



x = strong axis
 y = weak axis

A loading condition that produces bending about both major (strong) axis and minor (weak) axis

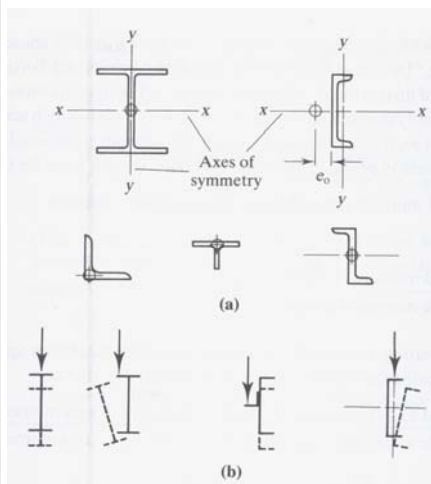


Fig.. Location of shear center for several common cross section

A shear center is a point through which the loads must act if there is to be no twisting, or torsion, of the beam. The shear center is always located on an axis of symmetry; thus the shear center will be at the centroid of a cross section with two axes of symmetry.

Case I: Loads Applied Through the Shear Center

One-axis bending:

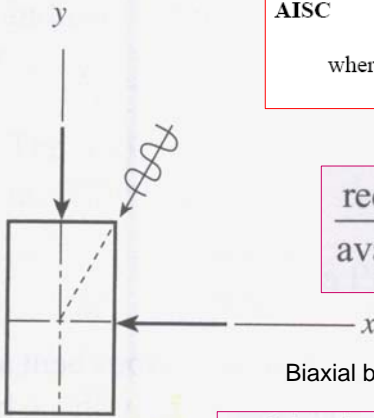
AISC

$$M_r \leq M_c$$

where M_r = required flexural strength
 M_c = available flexural strength

or

$$\frac{\text{required moment strength}}{\text{available moment strength}} \leq 1.0$$



Biaxial bending:

$$\frac{\text{required } x\text{-axis moment strength}}{\text{available } x\text{-axis moment strength}} + \frac{\text{required } y\text{-axis moment strength}}{\text{available } y\text{-axis moment strength}} \leq 1.0$$

LRFD :

$$\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \leq 1.0$$

where

M_{ux} = factored-load moment about the x axis
 M_{nx} = nominal moment strength for x -axis bending
 M_{uy} = factored-load moment about the y axis
 M_{ny} = nominal moment strength for the y axis

ASD :

$$\frac{M_{ax}}{M_{nx}/\Omega_b} + \frac{M_{ay}}{M_{ny}/\Omega_b} \leq 1.0$$

where

M_{ax} = service load moment about the x axis
 M_{ay} = service load moment about the y axis

Minor axis bending (M_{ny}):

Any shape bent about its weak axis cannot buckle in the other direction, so lateral torsional buckling is not a limit state.

Compact section:

$$M_{ny} = M_{py} = F_y Z_y \leq 1.6 F_y S_y$$

where

M_{ny} = nominal moment strength about the y axis

M_{py} = plastic moment strength about the y axis

$F_y S_y$ = yield moment for the y axis

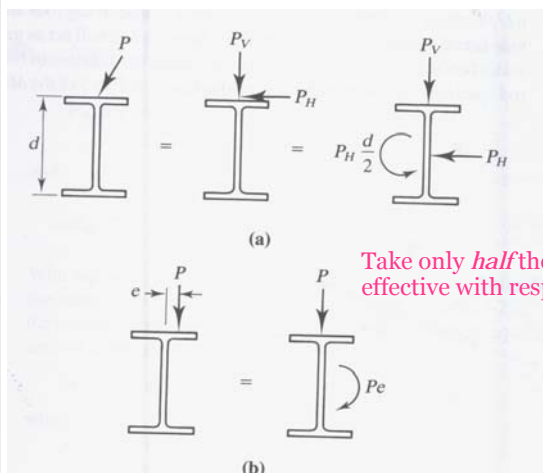
Noncompact section (flange-to-width ratio exceed the limit):

$$M_{ny} = M_{py} - (M_{py} - 0.7 F_y S_y) \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right)$$

Same equation as major axis bending

Case II: Loads Not Applied Through the Shear Center

When loads are not applied through the shear center of a cross section, the result is flexure **plus torsion**.

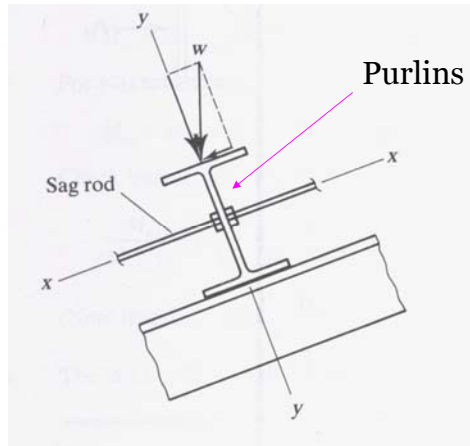


Purlins

Take only *half* the cross section to be effective with respect to y-axis.

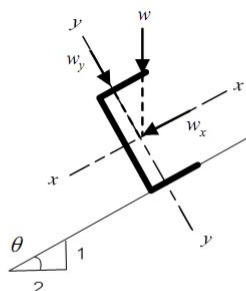
Beams

Design of Roof Purlins



The **sag rods** provide lateral support with respect to x-axis bending and will act as transverse supports for y-axis bending, requiring that the purlin be treated as a continuous beam.

ตัวอย่างที่ 4.6 โครงหลังคาประกอบด้วยโครงข้อหมุนวางห่างกัน 5 เมตร แปรวางห่างกัน 1.00 เมตร และมีเหล็กท่อนยึดแป (sag rod) ยึดอยู่กึ่งกลางความยาวของแปแต่ละช่วง แปรปรับน้ำหนักบรรทุกคงที่จากวัสดุหลังคา 15 กก./ตร.ม. น้ำหนักบรรทุกจร 30 กก./ตร.ม. และน้ำหนักจากแรงลม 8 กก./ม. กระทำในทิศตั้งฉากกับหลังคาซึ่งมีความชัน 1:2 ใช้เหล็กชนิด $F_y = 2450$ กก./ตร.ซม. ให้ออกแบบขนาดแป โดยใช้เหล็กรูปพรรณหน้าตัดรูปร่างน้ำด้วยวิธี ASD



รูปที่ 4.28 แปหลังคา

วิธีทำ ลองใช้แป้นขนาด C100×50×9.36 กก./ม.

1. แรงกระทำใช้งานในแนวตั้งบนแป มีค่าดังนี้

$$\text{น้ำหนักหลังคา } 15 \times 1 = 15 \text{ กก./ม.}$$

$$\text{น้ำหนักแป} = 9.36 \text{ กก./ม.}$$

$$\text{รวมน้ำหนักบรรทุกคงที่} = 24.36 \text{ กก./ม.}$$

$$\text{น้ำหนักบรรทุกจร} = 30 \text{ กก./ม.}$$

2. แรงกระทำในแนวแกน x และ y มีค่า ดังนี้

$$\text{น้ำหนักบรรทุกคงที่ D : } w_y = 24.36 \cos \theta = 24.36 \times 2/\sqrt{5} = 21.8 \text{ กก./ม.}$$

$$w_x = 24.36 \sin \theta = 24.36 \times 1/\sqrt{5} = 10.9 \text{ กก./ม.}$$

$$\text{น้ำหนักบรรทุกจร L : } w_y = 30 \cos \theta = 26.8 \text{ กก./ม.}$$

$$w_x = 30 \sin \theta = 13.4 \text{ กก./ม.}$$

$$\text{แรงลม W : } w_y = 8 \text{ กก./ม.}$$

3. แรงรวมกระทำในแนวแกน x และ y (ดูหัวข้อที่ 1.4) มีค่า ดังนี้

$$D + L : w_y = 21.8 + 26.8 = 48.6 \text{ กก./ม.}$$

$$w_x = 10.9 + 13.4 = 24.3 \text{ กก./ม.}$$

$$D + 0.75(L + W) : w_y = 21.8 + 0.75(26.8 + 8) = 47.9 \text{ กก./ม.}$$

$$w_x = 10.9 + 0.75(13.4 + 0) = 20.9 \text{ กก./ม.}$$

ดังนั้น ใช้ $w_y = 48.6$ กก./ม. และ $w_x = 24.3$ กก./ม.

4. กำลังแรงดัดที่ต้องการในการออกแบบ

สมมติให้แปมีความต่อเนื่องตลอดความยาว และ $L_x = 5$ ม., $L_y = 2.5$ ม. (เนื่องจากมีตัวยึดแปที่กึ่งกลาง) จะได้

$$M_{rx} = w_y L_x^2 / 10 = 48.6 \times 5^2 / 10 = 122 \text{ กก.ม.}$$

$$M_{ry} = w_x L_y^2 / 10 = 24.3 \times 2.5^2 / 10 = 15.2 \text{ กก.ม.}$$

5. กำลังแรงดัดที่หน้าตัดสามารถรับได้

จากภาคผนวก จ. เหล็ก C100×50×9.36 มีคุณสมบัติ ดังนี้

$$b = 50 \text{ มม.}, d = 50 \text{ มม.}, t_f = 7.5 \text{ มม.}, t_w = 5 \text{ มม.}$$

$$I_x = 188 \text{ ซม.}^4, I_y = 26 \text{ ซม.}^4, S_x = 37.6 \text{ ซม.}^3, S_y = 7.52 \text{ ซม.}^3, Z_x = 43.7 \text{ ซม.}^3, Z_y = 9.7 \text{ ซม.}^3$$

$$r = 8 \text{ มม.}, h = d - 2(t_f + r) = 69 \text{ มม.}, r_y = 1.50 \text{ ซม.}$$

จากตารางที่ 4.3 หัวข้อ 4.4.1

5.1 ตรวจสอบความชะลุดของชิ้นส่วน (ดูตารางที่ 4.1)

$$\text{ปีก} : (\lambda_f = b/t_f = 50/7.5 = 6.67) < (\lambda_{pf} = 0.38\sqrt{E/F_y} = 10.7)$$

$$\text{เอว} : (\lambda_w = h/t_w = 69/5 = 13.8) < (\lambda_{pw} = 3.76\sqrt{E/F_y} = 106)$$

ดังนั้น เป็นคานชนิดหน้าตัดอัดแน่น

5.2 กำลังแรงดัดระบุ

5.2.1 การคราก Y

$$\text{จากสมการ 4.5 } M_{nx} = M_p = F_y Z_x = 2450 \times 43.7 / (1000 \times 100) = 1.07 \text{ ตัน-ม.}$$

จากสมการ 4.65

$$M_{ny} = M_p = F_y Z_y \leq 1.6 F_y S_y$$

$$= (2450 \times 9.7) / (1000 \times 100) = 0.24 \leq \{ (1.6 \times 2450 \times 7.52) / (1000 \times 100) = 0.29 \} \text{ ตัน-ม.}$$

5.2.2 การโก่งเดาะด้านข้างจากการบิด LTB

$$\text{จากภาคผนวก จ. ได้ } L_p = 74.4 \text{ ซม.}, L_r = 412 \text{ ซม.}$$

$$\text{เนื่องจาก } (L_p = 74.4 \text{ ซม.}) < (L_b = 250 \text{ ซม.}) < (L_r = 412 \text{ ซม.})$$

$$\text{จากสมการ 4.43 ได้ } M_{nx} = C_b \left[M_p - (M_p - 0.70 F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p$$

จากรูปที่ 4.16 ข. ใช้ $C_b = 1.30$ จะได้

$$M_{nx} = 1.3 \left[1.07 - (1.07 - 0.64) \left(\frac{2.50 - 0.74}{4.12 - 0.74} \right) \right] = 1.10 > 1.07 \text{ ตัน-ม.}$$

ดังนั้น ใช้ $M_{nx} = 1.07$ ตัน-ม. และ $M_{ny} = 0.24$ ตัน-ม.

จากสมการ 4.54 ได้กำลังแรงดัดที่สามารถรับได้

$$M_{cx} = M_{nx} / \Omega_b = 1.07 / 1.67 = 0.64 \text{ ตัน-ม.}$$

$$M_{cy} = M_{ny} / \Omega_b = 0.24 / 1.67 = 0.14 \text{ ตัน-ม.}$$

6. ตรวจสอบกำลังโมเมนต์สองแกน

จากสมการ 4.120 ได้

$$\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}/2} = \frac{0.122}{0.64} + \frac{0.015}{0.14/2} = 0.40 < 1.0 \text{ ใช้ได้}$$

7. ตรวจสอบกำลังแรงเฉือน

7.1 กำลังแรงเฉือนที่ต้องการ

$$V_{ry} = 1.15 w_y L_x / 2 = 1.15 \times 48.6 \times 5 / 2 = 140 \text{ nn.}$$

$$V_{rx} = 1.15 w_x L_y / 2 = 24.3 \times 2.5 / 2 = 34.9 \text{ nn.}$$

7.2 กำลังแรงเฉือนที่สามารถรับได้

เนื่องจาก $(h/t_w = 13.8) < (1.10\sqrt{E k_v / F_y} = 1.10\sqrt{2 \times 10^6 \times 5 / 2450} = 70.3)$ ดังนั้น $C_v = 1.0$

$$V_{ny} = 0.6 F_y A_w C_v = 0.6 \times 2450 \times 10 \times 0.5 / 1000 = 7.4 \text{ ตัน}$$

$$V_{nx} = 0.6 F_y A_f C_v = 0.6 \times 2450 \times 2 \times 5 \times 0.75 / 1000 = 11 \text{ ตัน}$$

จากสมการ 4.108 ได้

$$V_{cy} = 7.4 / 1.67 = 4.4 \text{ ตัน}, V_{cx} = 11 / 1.67 = 6.6 \text{ ตัน}$$

7.3 ตรวจสอบความสามารถกำลังแรงเฉือนสองแกน

$$V_{rx} / V_{cx} + V_{ry} / V_{cy} = 0.035 / 6.6 + 0.14 / 4.4 = 0.04 < 1.0 \text{ ใช้ได้}$$



8. ตรวจสอบระยะโก่ง เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจร

พิจารณาเป็นคานช่วงเดียวมีจุดรองรับแบบธรรมดา (เป็นกรณีที่คานมีระยะโก่งมากที่สุด) คำนวณระยะโก่งในทิศ y

$$\Delta_y = \frac{5}{384} \frac{w_y L_x^4}{EI_x} = \frac{5 \times 26.8 \times 500^4}{384 \times 100 \times 2 \times 10^6 \times 188} = 0.58 \text{ ซม.}$$

คำนวณระยะโก่งในทิศ x มีค่าเป็นศูนย์ เนื่องจากเป็นตำแหน่งถูกยึดด้วยเหล็กท่อนยึดแป

$$\Delta_u = L/360 = 500/360 = 1.39 \text{ ซม.} > 0.58 \text{ ซม.} \quad \text{ใช้ได้}$$

สรุป เลือกแปขนาด C100×50×9.36 กก./ม.

