ตัวอย่างที่ 6.2 การออกแบบคานลึกช่วงเดี่ยว

คานลึกช่วงเดี่ยวรองรับเสาน้ำหนักบรรทุกคงที่ 120 ตัน และน้ำหนักบรรทุกจร 140 ตัน เสามีขนาด 50 ซม. × 50 ซม. แกนของเสารองรับซึ่งมีขนาดเท่ากันอยู่ที่ระยะ 2.0 ม. และ 3.0 ม. จากแกนของเสาที่กระทำดังแสดงในรูปที่ 6.45 ใช้ $f'_c = 280$ กก./ซม.^{2} และ $f_y = 4{,}000$ กก./ซม.^{2}

วิธีทำ

1. เลือกโมเดล Strut-and-Tie – คานลึกช่วงเดี่ยว

(ก) เลือกรูปร่างและการไหลของแรง: โมเดล strut-and-tie แสดงในรูปที่ 6.45 ประกอบด้วยท่องอัดเอียงสองท่อน, สามโซนโหนด และหนึ่งเส้นดึง เราจะสมมุติว่าส่วนของน้ำหนักบรรทุกเสาเท่ากับแรงปฏิกิริยาข้างซ้ายไหลลงผ่านท่อน A–B ไปยังแรงปฏิกิริยาที่ A น้ำหนักเสาส่วนที่เหลือสมมุติให้ไหลลงท่อนอัด B–C ไปที่แรงปฏิกิริยาข้างขวาของคาน

(ข) คำนวณน้ำหนักบรรทุกคูณเพิ่มและแรงปฏิกิริยา:

$$P_u = 1.4D + 1.7L = 1.4 \times 120 + 1.7 \times 140 = 406 \text{ ตัน}$$

แรงปฏิกิริยาคือ 244 ตันที่ A และ 162 ตันที่ C น้ำหนักคานจะถูกเพิ่มภายหลังจากที่กำหนดขนาดคานแล้ว

2. ประมาณขนาดคาน โดยจะทำสองวิธีคือ

(ก) ขีดจำกัด ϕV_n : $\phi \times$ (0.7 ถึง 1.0) $\times 2.65\sqrt{f'_c}\, b_w d$ ตามมาตรฐาน ACI หัวข้อ 11.7.3 ซึ่งจำกัดแรงเฉือนในคานลึกที่ $2.65\sqrt{f'_c}\, b_w d$ แต่เพื่อเผื่อน้ำหนักคานไว้จึงคิดกำลังอยู่ระหว่าง 0.7 ถึง 1.0 โดยแรงเฉือนมากที่สุดของคานคือ 244 ตัน ดังนั้น

$$b_w d = \frac{V_u}{\phi \times (0.7 \text{ to } 1.0) \times 2.65\sqrt{f'_c}} = \frac{244 \times 10^3}{0.75(0.7 \text{ to } 1.0) \times 2.65\sqrt{280}}$$

$$= 10{,}481 \text{ ถึง } 7{,}337 \text{ ซม.}^2$$

ลองใช้ $b_w = 50$ ซม. เท่ากับความกว้างเสา จะได้ d จาก 147 ถึง 210 ซม. สมมุติว่า $h \approx d/0.9$ จะได้ h จาก 163 ถึง 233 ซม. **ลองหน้าตัดคาน 50×240 ซม.**

(ข) เลือกความสูงเพื่อให้ท่อนอัดทำมุม ≈ 40° กับเส้นดึง : ขีดจำกัด 40° จะเข้มงวดกว่า 25° ในมาตรฐาน ACI เนื่องจากแรงในท่อนอัดและเส้นดึงจะเพิ่มขึ้นเร็วมากสำหรับมุมน้อยกว่า 40° สำหรับช่วงคานเฉือน 300 ซม. ความสูงน้อยที่สุดของศูนย์กลางโหนดถึงโหนดคือ $300\tan 40^\circ = 252$ ซม.

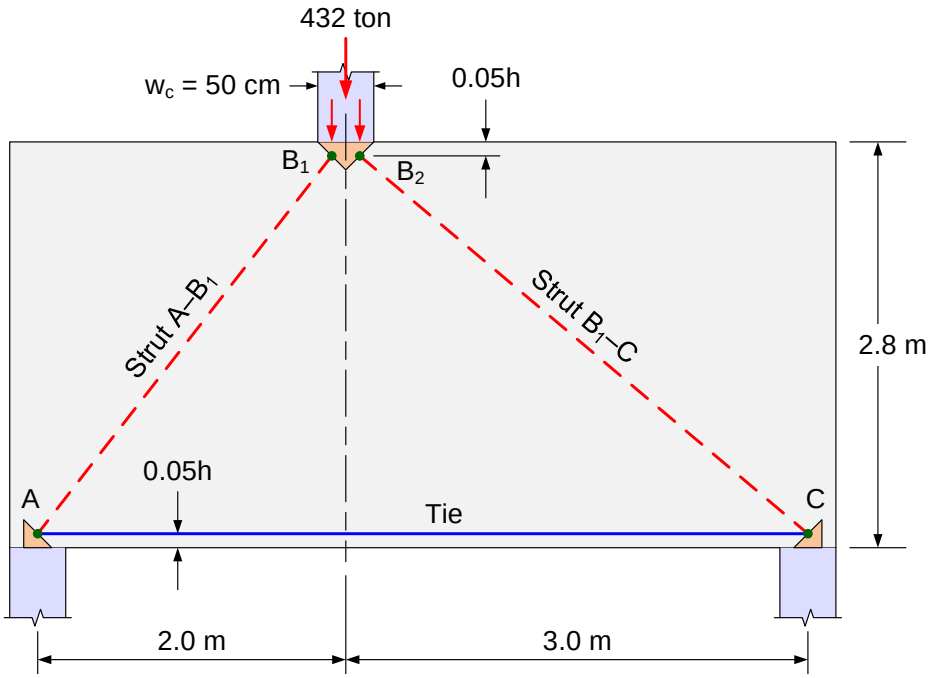
สมมุติว่าโหนดที่ด้านล่างอยู่ที่กลางความสูงของเส้นดึงโดยเส้นดึงมีความสูงประสิทธิผล 0.1h ทำให้โหนดล่างอยู่ที่ 0.05h = 13 ซม. จากผิวล่างของคาน เราจะวางโหนดบนที่ระยะห่างเดียวกัน ดังนั้นความสูงคานที่ต้องการ h ≈ 252/0.9 = 280 ซม.

สำหรับการลองครั้งแรกเราจะสมมุติ b_w = 50 ซม. และ h = 280 ซม. โดยมีโหนดล่างและบนอยู่ที่ 0.05h = 14 ซม. จากผิวล่างและบนของคาน

คำนวณน้ำหนักคาน = 0.5 × 2.8 × (5.0 + 0.5) × 2.4 = 18.5 ตัน

น้ำหนักคูณเพิ่มคือ 1.4 × 18.5 = 25.9 ตัน เพื่อความสะดวกในการคำนวณเราจะเพิ่มน้ำหนักคานนี้ลงในน้ำหนักบรรทุกจากเสาเป็นน้ำหนักบรรทุกคูณเพิ่มทั้งหมด 432 ตัน แรงปฏิกิริยาคือ 259 ตันที่ A และ 173 ตันที่ C

การลองครั้งแรกเราจะใช้ b_w = 50 ซม. และ h = 280 ซม. โดยมี P_u = 432 ตัน และ V_u เท่ากับ 259 ตันในช่วงคานเฉือน A–B และ 173 ตันในช่วงคานเฉือน B–C



รูปที่ 6.45 คานลึกในตัวอย่างที่ 6.2

3. คำนวณกำลังอัดประสิทธิผล f_{ce} สำหรับโซนโหนดและท่อนอัด

(ก) โซนโหนด (ACI หัวข้อ A.5.2 หรือตารางที่ 6.1):

โซนโหนดที่ A และ C ซึ่งเป็นโหนด C-C-T

$$f_{ce} = 0.85\beta_n f'_c = 0.85 \times 0.80 \times 280 = 190 \text{ กก./ซม.}^2$$

โซนโหนดที่ B ซึ่งเป็นโหนด C-C-C

$$f_{ce} = 0.85\beta_n f'_c = 0.85 \times 1.00 \times 280 = 238 \text{ กก./ซม.}^2$$

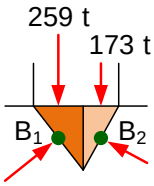
(ข) ท่อนอัด (ACI หัวข้อ A.3.2 หรือตารางที่ 6.1):

ท่อนอัด A–B และ B–C: ท่อนอัดเหล่านี้มีพื้นที่สำหรับความกว้างท่อนอัดรูปขวด โดยจะจัดเหล็กเสริมให้เป็นไปตาม ACI หัวข้อ A.3.3 คือ มีเหล็กเสริมผ่านแกนท่อนอัดมีปริมาณพอที่จะต้านทานแรงดึงทางขวางซึ่งเป็นผลจากการกระจายแรงอัดในท่อนอัด

$$f_{ce} = 0.85\beta_n f'_c = 0.85 \times 0.75 \times 280 = 179 \text{ กก./ซม.}^2$$

4. ระบุตำแหน่งโหนด

โซนโหนดที่ A และ C: ในขั้นที่ 2 เราสมมุติให้โหนดที่ A และ C อยู่ที่ 0.05h = 14 ซม. เหนือผิวล่างของคาน



โซนโหนดที่ B: ในขั้นที่ 2 เราสมมุติให้โหนดที่ B อยู่ที่ 0.05h = 14 ซม. ใต้ผิวบนของคาน โดยจะแบ่งเป็นสองโซนย่อยดังแสดงในรูปที่ 6.46 ส่วนทางซ้ายใช้ส่งผ่านน้ำหนักคูณเพิ่ม 259 ตันไปยังจุดรองรับข้างซ้าย และอีกส่วนใช้ส่งผ่าน 173 ตันไปจุดรองรับข้างขวา

แต่ละโซนโหนดย่อยจะถูกสมมุติให้รับน้ำหนักจากท่อนอัดดิ่งในเสาเหนือ B โดยทั้งคู่ยังเป็นโหนด C-C-C กำลังประสิทธิผลของโซนโหนดที่ B คือ $f_{ce} = 238$ กก./ซม.^{2} สำหรับท่อนอัด A–B_1 และ B_2–C, $f_{ce} = 179$ กก./ซม.^{2} เราจะใช้ 179 กก./ซม.^{2} สำหรับหน้าของโซนโหนดซึ่งรับท่อนอัดแบบขวด และ $f_{ce} = 238$ กก./ซม.^{2} สำหรับหน้าที่รับหน่วยแรงอัดจากเสาและท่อนอัดดิ่ง B_1 และ B_2 ในเสาเหนือจุด B

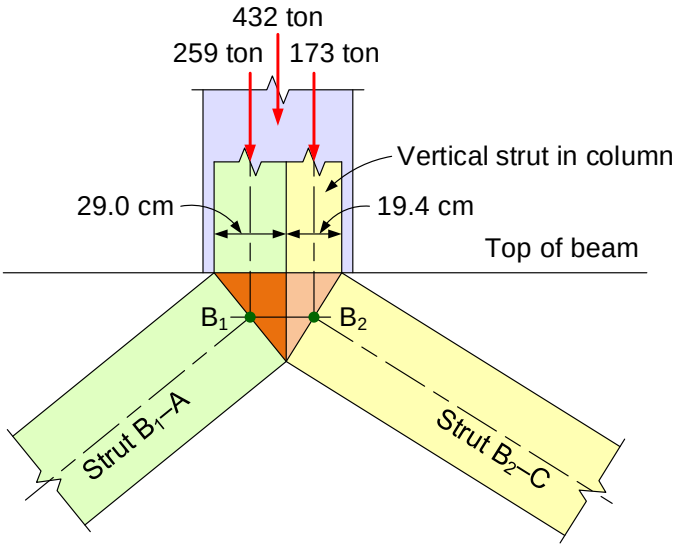
$$w_{B1} = \frac{259 \times 10^3}{0.75 \times 238 \times 50} = 29.0 \text{ ซม.}$$

$$w_{B2} = \frac{173 \times 10^3}{0.75 \times 238 \times 50} = 19.4 \text{ ซม.}$$

ความกว้างทั้งหมดของท่อนอัดแนวดิ่งที่ B คือ $\Sigma w_{BS} = 48.4$ ซม. ซึ่งอยู่ในเสาหน้า 50 ซม. ได้ ถ้าไม่ได้ ACI หัวข้อ A.3.5 ยอมให้เรารวมกำลังของเหล็กยืนในเสา $\phi A_s f_y$ ในการคำนวณกำลังของท่อนอัดแนวดิ่งในเสา

เนื่องจากน้ำหนักแนวดิ่งกระทำที่ B_1 และ B_2 แตกต่างกัน เส้นดิ่งแบ่งโซโหนด B จึงไม่อยู่ตรงกลางหน้าเสา สมมุติส่วนที่อยู่นอกท่อนอัดในเสาซึ่งไม่รับน้ำหนักมีความกว้างเท่ากันคือ (50 – 48.4)/2 = 0.8 ซม. แรงในท่อนอัดข้างซ้ายซึ่งกระทำที่จุด B_1 จะอยู่ห่างจากศูนย์เสาไปทางซ้าย 0.8+19.4+29.0/2-50/2 = 9.7 ซม. และท่อนอัดข้างขวากระทำที่จุด B_2 ที่ระยะ 14.5 ซม. จากศูนย์เสาไปทางขวา

ระยะในแนวราบจาก A ถึง B คือ 200 ซม. และจาก B ถึง C คือ 300 ซม.



รูปที่ 6.46 การแบ่งโซนโหนดย่อย B – ตัวอย่างที่ 6.2

5. คำนวณความยาวและความกว้างท่อนอัดและเส้นดึง

(ก) ขนาดและแรงในท่อนอัดและเส้นดึง:

ท่อนอัด A–B$_1$: ทำการคำนวณดังแสดงในตาราง 6.3 ดังนี้

คอลัมน์ 4: มุมระหว่างแกนท่อนอัดกับแนวราบ $= \arctan\dfrac{252.0}{190.3} = 52.9^{o}$

คอลัมน์ 5: องค์ประกอบแรงแนวดิ่งเท่ากับแรงเฉือน $=$ 259 ตัน

คอลัมน์ 6: องค์ประกอบแรงแนวราบ $=$ องค์ประกอบแรงแนวดิ่ง / tan 52.9^{o}

$= 259 / 1.322 = 196$ ตัน

คอลัมน์ 7: แรงแนวแกนในท่อนอัด A–B$_1$ $= 259 / \sin 52.9^{o} = 325$ ตัน

คอลัมน์ 8: ความกว้างท่อนอัด A–B$_1$:

$$w_s = \frac{325\times10^3}{0.75\times179\times50} = 48.4 \text{ ซม.}$$

ตารางที่ 6.3 ขนาดและแรงในท่อนอัดและเส้นดึง

ท่อนอัด เส้นดึง (1)	ระยะราบ (ซม.) (2)	ระยะดิ่ง (ซม.) (3)	มุม (องศา) (4)	องค์ประกอบ แรงแนวดิ่ง (ตัน) (5)	องค์ประกอบ แรงแนวราบ (ตัน) (6)	แรงตาม แนวแกน (ตัน) (7)	ความกว้าง ท่อนอัด (ซม.) (8)
ดิ่งที่ A	0.0	–	ดิ่ง	259	0	259	38.6
A–B$_1$	200 - 9.7 = 190.3	280 - 14 - 14 = 252.0	52.9	259	196	325	48.4
B$_2$–C	300 - 14.5 = 285.5	252.0	41.4	173	196	262	39.0

A–C	–	–	–	–	196 ที่ A 196 ที่ C	196 ที่ A 196 ที่ C	$w_t = 27.5$
ดิ่งที่ C	0.0	–	ดิ่ง	173	0	173	25.8

ท่อนอัดดิ่งที่ A: ความกว้างของท่อนอัดดิ่งใต้โหนด A คือ

$$w_{sA} = \frac{259 \times 10^3}{0.75 \times 179 \times 50} = 38.6 \text{ ซม.}$$

ตรวจสอบความกว้างท่อนอัด A–B_1 ที่ A โดยใช้สมการ (6.15) เมื่อมุม $\theta = 52.9^o$ และ L_b = 38.6 ซม. และ w_t = 27.5 ซม. (จะถูกคำนวณข้างล่าง : เส้นดึง A–C)

$$w_s = w_t \cos\theta + L_b \sin\theta = 27.5 \cos 52.9^o + 38.6 \sin 52.9^o$$

$$= 47.4 \text{ ซม.}$$

เนื่องจาก 47.4 ซม. น้อยกว่า 48.4 ซม. ที่ต้องการในคอลัมน์ 8 ในตารางที่ 6.3 เราควรเพิ่ม w_t หรือ L_b เพื่อเพิ่ม w_s ให้ถึง 48.4 ซม. โดยการเพิ่ม L_b ท่อนอัดดิ่งใต้ A จาก 38.6 ซม. เป็น 39.9 ซม. จะทำให้ได้ท่อนอัด A–B_1 กว้าง 48.4 ซม.

ท่อนอัดดิ่งที่ C: ความกว้างของท่อนอัดดิ่งใต้โหนด C คือ

$$w_{sC} = \frac{173 \times 10^3}{0.75 \times 179 \times 50} = 25.8 \text{ ซม.}$$

ท่อนอัด B_2–C: ทำการคำนวณดังแสดงในตาราง 6.3 เช่นเดียวกับท่อนอัด A–B_1 ได้ความกว้างที่ต้องการคือ 39.0 ซม.

ตรวจสอบความกว้างท่อนอัด B_2–C ที่ C โดยใช้สมการ (6.15) เมื่อมุม $\theta = 41.4^o$ และ L_b = 25.8 ซม. และ w_t = 27.5 ซม. (จะถูกคำนวณข้างล่าง : เส้นดึง A–C)

$$w_s = w_t \cos\theta + L_b \sin\theta = 27.5 \cos 41.4^o + 25.8 \sin 41.4^o$$

$$= 37.7 \text{ ซม.}$$

เนื่องจาก 37.7 ซม. น้อยกว่า 39.0 ซม. ที่ต้องการในคอลัมน์ 8 ในตารางที่ 6.3 เราควรเพิ่ม w_t หรือ L_b เพื่อเพิ่ม w_s ให้ถึง 39.0 ซม. โดยการเพิ่ม L_b ท่อนอัดดิ่งใต้ C จาก 25.8 ซม. เป็น 27.8 ซม. จะทำให้ได้ท่อนอัด B_2–C กว้าง 39.0 ซม.

เส้นดึง A–C: แรงในเส้นดึง A–C ถูกคำนวณในตารางที่ 6.3 แรงตามแนวแกน (แนวราบ) ในเส้นดึงจะเท่ากับแรงในแนวราบของท่อนอัดที่ปลายทั้งสองของเส้นดึง

แรงตามแนวแกนในเส้นดึงที่ A และ C = 196 ตัน

ความกว้างประสิทธิผลของเส้นดึง A–C คือ

$$w_t = \frac{196 \times 10^3}{0.75 \times 190 \times 50} = 27.5 \text{ ซม.}$$

ขีดจำกัดบนของความสูงของศูนย์ถ่วงเส้นดึงคือ 27.5/2 = 14 ซม.

(ข) ตรวจสอบว่าเป็นคานลึกหรือไม่: ACI หัวข้อ 11.7.1 กำหนดว่าคานลึกต้องมีอัตราส่วนช่วงคานเฉือนต่อความสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับ 2 และต้องมีท่อนอัดระหว่างน้ำหนักบรรทุกและแรงปฏิกิริยา จากขั้นที่ 5(ก) ในตารางที่ 6.3 ระยะราบของช่วงคานเฉือนข้างซ้ายคือ 190.3 ซม. ความสูงคือ 280 ซม. อัตราส่วนช่วงคานเฉือนต่อความสูงคือ 190.3/280 = 0.68 น้อยกว่า 2 ดังนั้นเป็นคานลึก

6. คำนวณแรงในเส้นดึง, เหล็กเสริม และความกว้างประสิทธิผลของเส้นดึง

(ก) เหล็กเสริมในเส้นดึง A–C: จากตาราง 6.3 แรงในเส้นดึง A–C คือ 196 ตัน

$$A_s = \frac{196}{0.75 \times 4.0} = 65.3 \text{ ซม.}^2$$

ถ้าใช้เหล็กเสริม 11-DB28 (A_s = 67.7 ซม.^{2}) ความยาวฝังยึด L_d = 127 ซม. ความกว้างน้อยที่สุดของคานถ้าวางเหล็กสองชั้น (6-5) จะได้ b_{min} = 38.2 ซม.

14-DB25 (A_s = 68.7 ซม.^{2}) ความยาวฝังยึด L_d = 114 ซม. และ b_{min} = 29.3 ซม. สำหรับสามชั้น (5-5-4) และ b_{min} = 39.3 ซม. สำหรับสองชั้น (7-7)

21-DB20 (A_s = 65.9 ซม.^{2}) ความยาวฝังยึด L_d = 74 ซม. และ b_{min} = 29.3 ซม. สำหรับสามชั้น (7-7-7)

เลือกใช้ 14-DB25 เหล็ก DB25 ฝังยึดง่ายกว่า DB28 และสามารถจัดวางเป็นสองชั้นแต่จะมีที่ว่างน้อยลงสำหรับตัวสั่นให้คอนกรีตไหลเข้าแบบ เราจะใช้สามชั้นโดยมีห้าเส้นในสองชั้นล่างและสี่เส้นในชั้นที่สามและใช้เหล็ก DB25 เป็นตัวคั่นระหว่างชั้น

(ข) เหล็กเสริมน้อยที่สุด:

$$A_{s,min} = \left(\frac{0.8\sqrt{f'_c}}{f_y}\right) b_w d \qquad \text{แต่ต้องไม่น้อยกว่า } 14 b_w d / f_y$$

$$= \frac{0.8\sqrt{280}}{4{,}000} \times 50 \times 270 = 45.2 \text{ ซม.}^2$$

แต่ต้องไม่น้อยกว่า $\frac{14 b_w d}{f_y} = \frac{14 \times 50 \times 270}{4{,}000} = 47.3$ ซม.^{2}

∴ ปริมาณเหล็กเสริมที่ใช้ 14-DB25 เพียงพอ

7. คำนวณเหล็กเสริมควบคุมการแตกร้าว

(ก) เหล็กเสริมน้อยที่สุดจาก ACI หัวข้อ 11.7.4: หรือจากหน้าที่ 110 ของหนังสือเล่มนี้ กำหนดให้เหล็กเสริมแนวดิ่งต้องไม่น้อยกว่า $0.0025 b_w s$ ที่ระยะห่างมากที่สุด d/5 = 270/5 = 54 ซม. แต่ต้องไม่มากกว่า 30 ซม.

ลองเหล็ก DB12 สองขาระยะห่าง 15 ซม. บนแต่ละด้าน $\frac{A_v}{b_w s} = \frac{2 \times 1.13}{50 \times 15} = 0.0030$

เหล็กเสริมแนวราบต้องไม่น้อยกว่า $0.0015 b_w s$ ที่ระยะห่างมากที่สุด $d/5 = 270/5 = 54$ ซม. แต่ต้องไม่มากกว่า 30 ซม.

ลองเหล็ก DB12 สองขาระยะห่าง 30 ซม. บนแต่ละด้าน $\frac{A_v}{b_w s} = \frac{2 \times 1.13}{50 \times 30} = 0.0015$

(ข) เหล็กเสริมน้อยที่สุดจาก ACI หัวข้อ A.3.3: กำหนดให้มีเหล็กตะแกรงบนแต่ละด้านถ้าใช้ $\beta_s = 0.75$ ปริมาณของเหล็กอาจคำนวณโดยใช้โมเดล strut-and-tie เฉพาะที่สำหรับที่ปลายของท่อนอัดรูปขวด หรือถ้า f'_c ไม่เกิน 420 กก./ซม.^{2} เหล็กจะมีเพียงพอถ้าเป็นไปตามเงื่อนไข:

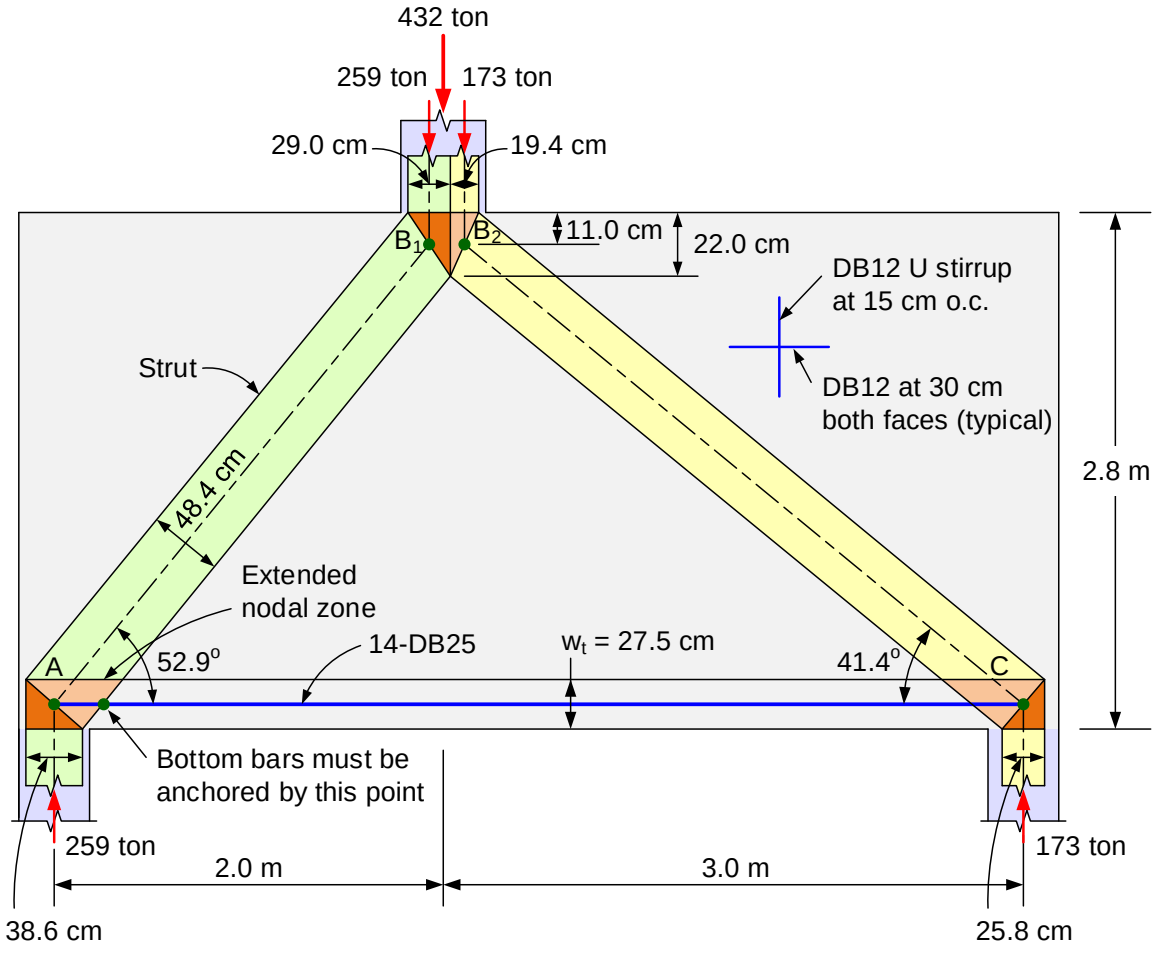
$$\Sigma \frac{A_{si}}{b s_i} \sin\alpha_i \geq 0.003 \qquad (6.10)$$

ปลายซ้าย: มุมระหว่างแกนท่อนอัดและเหล็กแนวราบคือ

$$\gamma_i = \arctan\frac{252}{190.3} = 52.9^o$$

เหล็กดิ่ง: เราเลือก DB12 @ 15 ซม. บนแต่ละด้าน มุมระหว่างเหล็กดิ่งและแกนท่อนอัดคือ $90^o - 52.9^o = 37.1^o$ ดังนั้น

$$A_s / (b_w s_i) \sin\gamma_i = 2\left(\frac{1.13}{50 \times 15}\right) \sin 37.1^o = 0.0050$$



รูปที่ 6.47 ผลการออกแบบ strut-and-tie – ตัวอย่างที่ 6.2

เหล็กนอน: มุมระหว่างเหล็กนอนและท่อนอัดคือ $\gamma_i = 52.9^o$ และเลือก DB12 @ 30 ซม. บนแต่ละด้าน

$$A_s / (b_w s_i) \sin\gamma_i = 2\left(\frac{1.13}{50 \times 30}\right) \sin 52.9^o = 0.0012$$

เหล็กรวม:

$$\Sigma A_s / (b_w s_i) \sin\gamma_i = 0.0050 + 0.0012 = 0.0062 > 0.003 \quad \textbf{OK}$$

ตรวจสอบเหล็กเสริมทางด้านขวาของคานโดยวิธีการเดียวกันพบว่าใช้ได้เช่นกัน