

การออกแบบโครงสร้างต้านทาน แผ่นดินไหวด้วยวิธีเชิงพลศาสตร์

ผศ.ดร.ฉัตรพันธ์ จินตนาภักดี
7 มิถุนายน 2551

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1

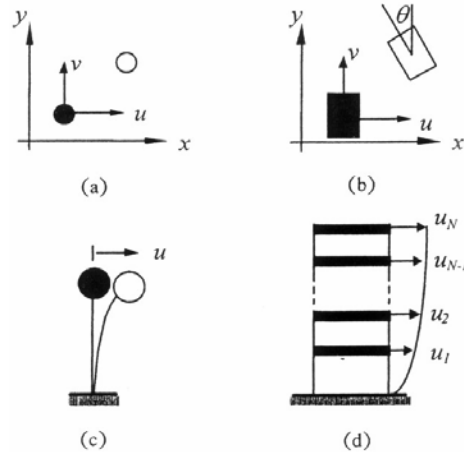
หัวข้อบรรยาย

- สเปกตรัมผลตอบสนอง
- ระบบ MDOF
- โหมด และคาบธรรมชาติ
- การวิเคราะห์ Response Spectrum Analysis (RSA)
- ขั้นตอนการคำนวณออกแบบโครงสร้างด้วยวิธีพลศาสตร์ ตาม ASCE7-05
- แบบฝึกหัด

2

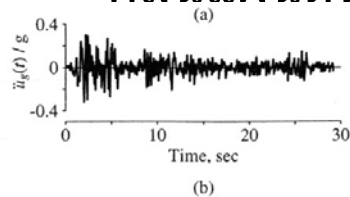
Degree of Freedom (DOF)

- คือ พิกัดที่ใช้บอกการเคลื่อนที่ (ตำแหน่ง) ของมวล



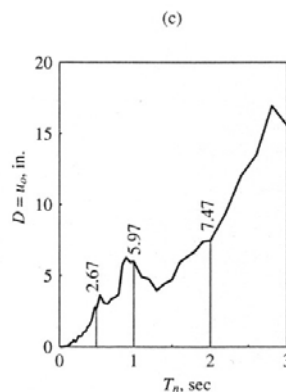
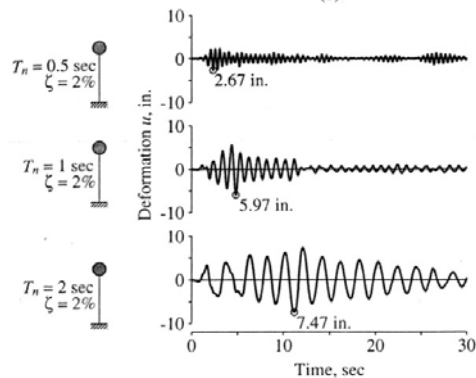
3

การสร้างสเปกตรัมผลตอบสนองจาก คลื่นแผ่นดินไหว



การกระจัดสูงสุด

$$D = \max_{\forall t} |u(t)|$$



4

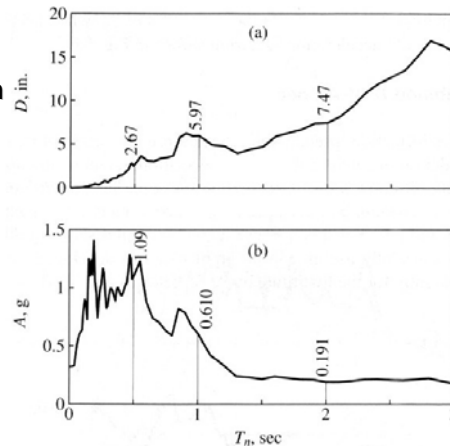
สเปกตรัมความเร่งเทียม

- สเปกตรัมเพื่อการออกแบบโครงสร้างมักอยู่ในรูปแบบความเร่งเทียม (Pseudo-acceleration)

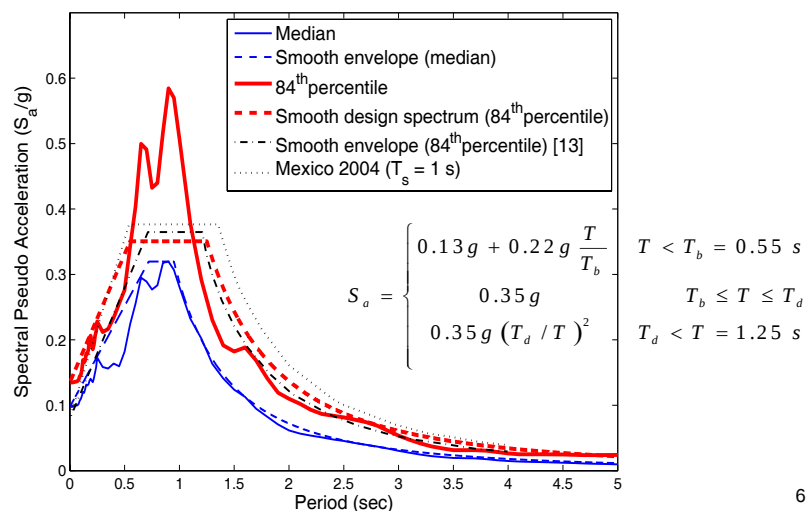
ความเร่งเทียม (Pseudo-acceleration)

- ไม่ใช่ความเร่งสูงสุดที่แท้จริง แต่ได้จากการแปลงค่าการกระจัดให้มีหน่วยเป็นความเร่ง
- ใช้คู่กับมวลเพื่อหาค่าแรงสถิตเทียบเท่า หรือ แรงภายใน

$$A = \omega_n^2 D = \left(\frac{2\pi}{T_n} \right)^2 D$$



สเปกตรัมสำหรับออกแบบโครงสร้างที่กทม. (ปณิธานและคณะ, 2551)



สเปกตรัมสำหรับออกแบบ ตาม Uniform Building Code (UBC) 1997

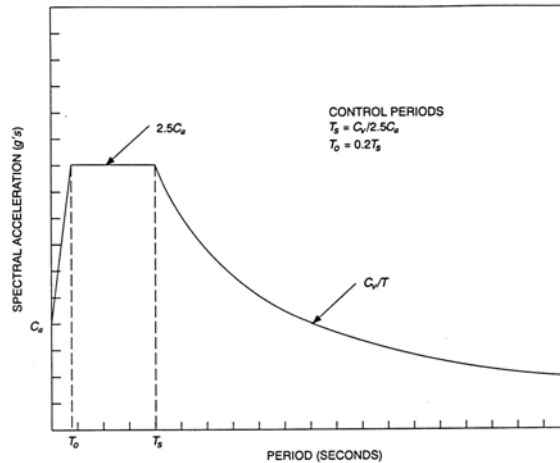


FIGURE 16-3—DESIGN RESPONSE SPECTRA

7

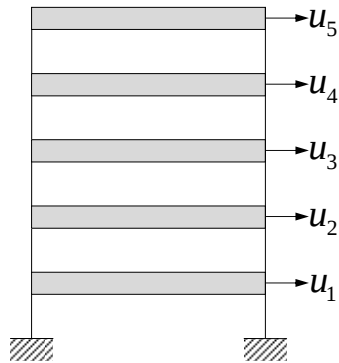
ระบบ Multi-Degree-of-Freedom

- คือ โครงสร้างที่มีมวลหลายก้อน เช่น อาคารหลายชั้น จึงต้องใช้หลายพิกัดในการบ่งบอกการเคลื่อนที่ของมวลทุกก้อน
- โดยปกติสมมติให้แผ่นพื้นแต่ละชั้นเป็นมวลหนึ่งก้อน อาคาร n ชั้นจึงมี n DOFs (ในการวิเคราะห์แบบ 2 มิติ)
- การสั่นไหวของระบบ MDOF จะมีรูปแบบเฉพาะเรียกว่า โหมด แต่ละโหมดจะมีคาบธรรมชาติประจำโหมด (modal natural period of vibration)

8

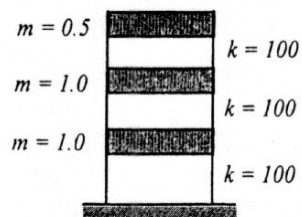
ระบบ MDOF

- $\mathbf{u}$ is a vector of displacements (relative to ground) at all DOFs.



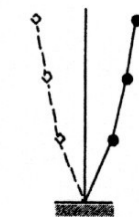
9

Example: 3-story building



3-Story Building

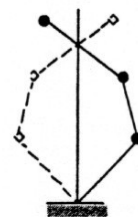
(a)



$$T_1 = 1.22 \text{ s.}$$

Mode 1

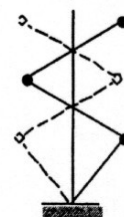
(b)



$$T_2 = 0.44 \text{ s.}$$

Mode 2

(c)



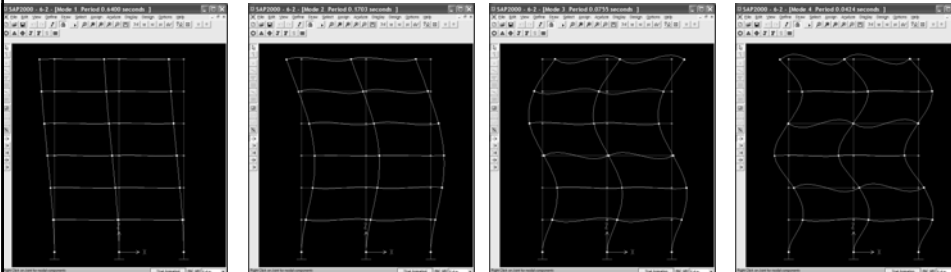
$$T_3 = 0.33 \text{ s.}$$

Mode 3

(d)

10

ตัวอย่างโหมดของอาคาร 6 ชั้น

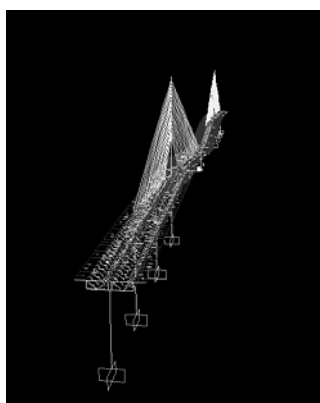


$T_1=0.64 \text{ sec}$ $T_2=0.170 \text{ sec}$ $T_3=0.0755 \text{ sec}$ $T_4=0.0424$

- แต่ละโหมดมีคาบธรรมชาติของการสั่นไหวเฉพาะตัว
- โหมดที่ 1 จะมีคาบธรรมชาติมากที่สุด เรียกว่า โหมดพื้นฐาน (Fundamental mode)

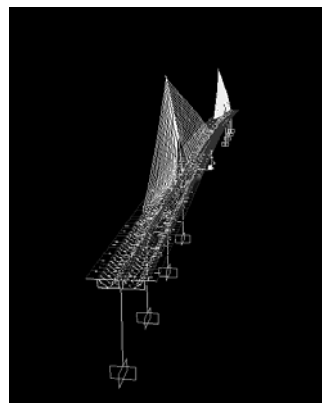
11

Mode 1



$T_1= 2.87 \text{ sec}$

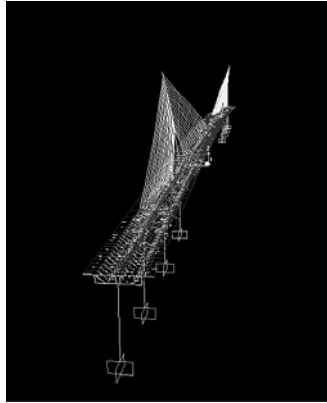
Mode 2



$T_2= 2.75 \text{ sec}$

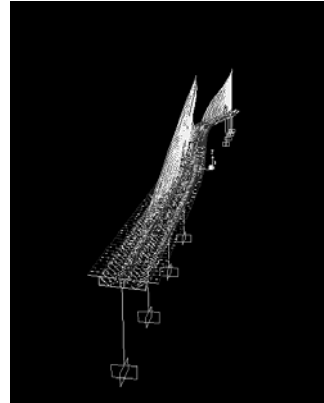
12

Mode 3



T3= 2.73 sec

Mode 4



T4= 2.41 sec

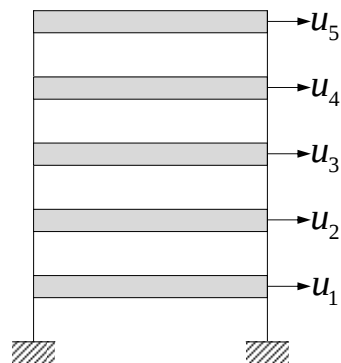
13

สมการของการเคลื่อนที่ แบบสั่นอิสระ (free vibration)

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{0}$$

m = mass matrix

k = stiffness matrix



14

Modal frequencies & Mode shapes

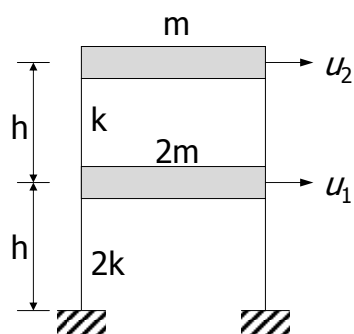
- Modal frequencies ω_n และ mode shapes ϕ_n หาได้จากการแก้ปัญหาค่า eigenvalue problem ของเมทริกซ์ $\mathbf{m}$ และ $\mathbf{k}$

$$(\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}) \phi_n = \mathbf{0}$$

$$\det(\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}) = 0$$

15

ตัวอย่างอาคาร 2 ชั้น



$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 3k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

16

ตัวอย่าง: Modal Frequencies

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \quad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} 3k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 3k - \omega_n^2 2m & -k \\ -k & k - \omega_n^2 m \end{vmatrix} = 0$$

$$(3k - \omega_n^2 2m)(k - \omega_n^2 m) - k^2 = 0$$

$$(2m^2)\omega_n^4 + (-5km)\omega_n^2 + 2k^2 = 0$$

รากของสมการ คือ $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{2m}} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$

17

ตัวอย่าง: 1st Mode Shape

- หา mode shape โดยแทนค่า ω_1 แล้วแก้สมการหา ϕ_1

$$(\mathbf{k} - \omega_1^2 \mathbf{m})\phi_1 = 0$$

Mode 1

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{2m}} \quad \left(\begin{bmatrix} 3k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} - \frac{k}{2m} \begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \right) \phi_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\left(\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \right) \phi_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

สมมติ $\phi_{21} = 1$ จะได้ $\phi_{11} = 0.5 \quad \phi_1 = \begin{Bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{Bmatrix}$

18

ตัวอย่าง: 2nd Mode Shape

- หา mode shape โดยแทนค่า ω_2 แล้วแก้สมการหา ϕ_2

$$(\mathbf{k} - \omega_2^2 \mathbf{m}) \phi_2 = 0$$

Mode 2

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad \left(\begin{bmatrix} 3k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} - \frac{2k}{m} \begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \right) \phi_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\left(\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right) \phi_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

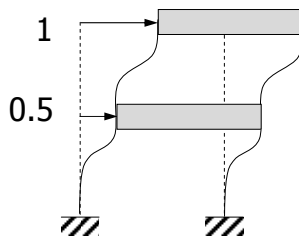
สมมติ $\phi_{22} = 1$ จะได้ $\phi_{12} = -1$ $\phi_2 = \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix}$

19

Modal Frequencies & Mode Shapes

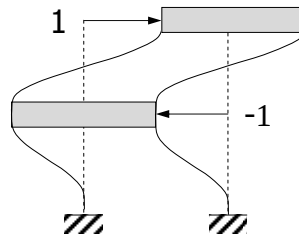
Mode 1

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{2m}} \quad \phi_1 = \begin{Bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{Bmatrix}$$



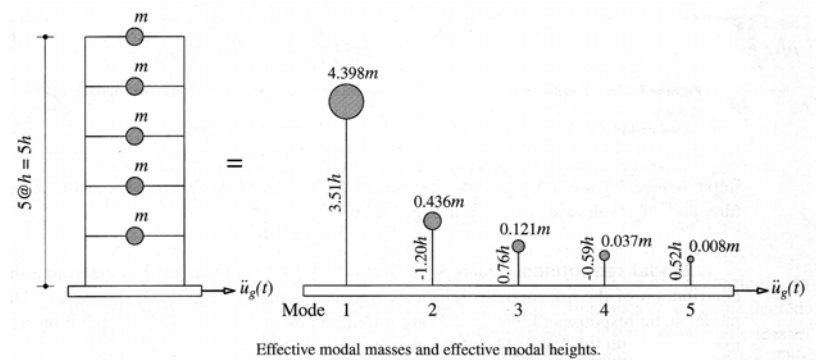
Mode 2

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad \phi_2 = \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$



20

การสั่นไหวของแต่ละโหมด เปรียบเสมือนระบบ SDOF



$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$$

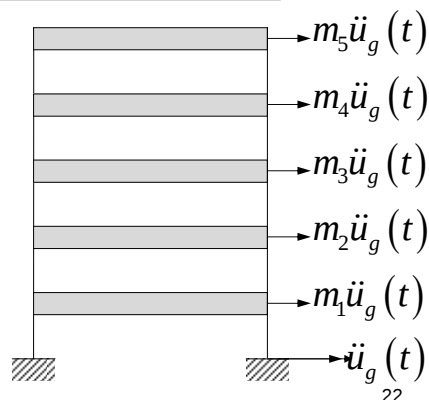
21

สมการของการเคลื่อนที่ ภายใต้แรงแผ่นดินไหว

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{p}_{eff}(t) = -\mathbf{m}\mathbf{l}\ddot{u}_g(t)$$

$\mathbf{l}$ = influence vector

$$\mathbf{l} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix}$$



22

แรงแผ่นดินไหวประสิทธิภาพ

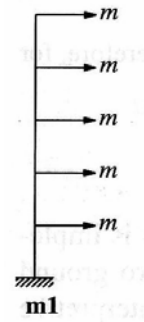
- แรงแผ่นดินไหวประสิทธิภาพ

$$\mathbf{p}_{eff}(t) = -\mathbf{m}\ddot{u}_g(t)$$

โดยที่

$\mathbf{m}$ = mass matrix

$\mathbf{l}$ = influence vector = $\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix}$



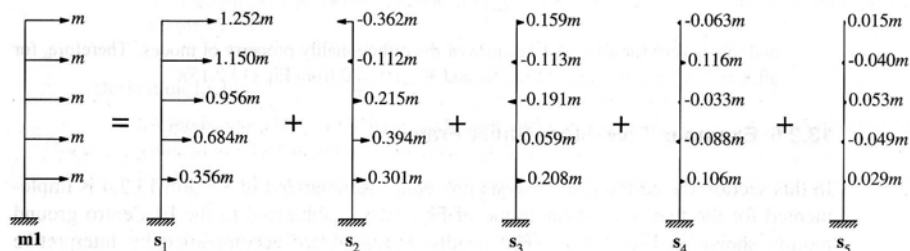
23

แรงแผ่นดินไหวประสิทธิภาพแต่ละโหมด

- แรงแผ่นดินไหวประสิทธิภาพสามารถแยกพิจารณาเป็นผลรวมจากหลายโหมด

$$\mathbf{m}\mathbf{l} = \sum_{n=1}^N \mathbf{s}_n$$

- แต่ละโหมดถูกกระตุ้นโดยแผ่นดินไหวไม่เหมือนกัน



Modal expansion of $\mathbf{m}\mathbf{l}$.

Expansion of Effective Earthquake Forces

$$\mathbf{p}_{eff}(t) = -\mathbf{m}\ddot{u}_g(t) = -\mathbf{s}\ddot{u}_g(t)$$

$$\mathbf{s} = \sum_{n=1}^N \mathbf{s}_n \quad \text{โดยที่} \quad \mathbf{s}_n = \Gamma_n \mathbf{m} \phi_n$$

$$\Gamma_n = \frac{L_n}{M_n} \quad \text{เรียกว่า "modal participation factor"}$$

$$L_n = \phi_n^T \mathbf{m} \mathbf{1} \quad M_n = \phi_n^T \mathbf{m} \phi_n$$

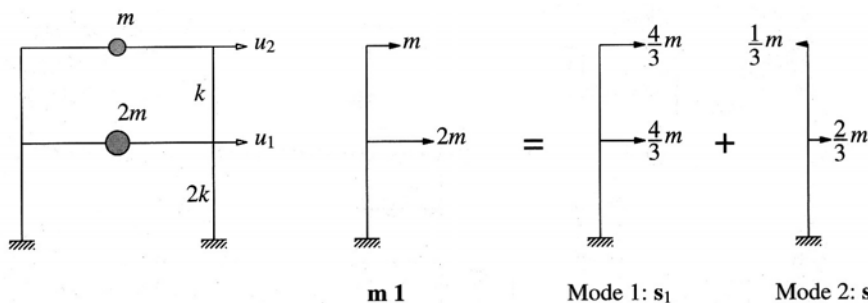
25

Example: expansion of effective earthquake forces

$$M_1 = 2m \left(\frac{1}{2}\right)^2 + m(1)^2 = 3m/2 \quad L_1 = 2m \left(\frac{1}{2}\right) + m(1) = 2m$$

$$\Gamma_1 = L_1^h / M_1 = \frac{4}{3} \quad M_2 = 3m \quad L_2 = -m \quad \Gamma_2 = -\frac{1}{3}$$

$$\mathbf{s}_1 = \frac{4}{3}m \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{Bmatrix} = \frac{4}{3}m \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{s}_2 = -\frac{1}{3}m \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} = -\frac{1}{3}m \begin{Bmatrix} -2 \\ 1 \end{Bmatrix}$$



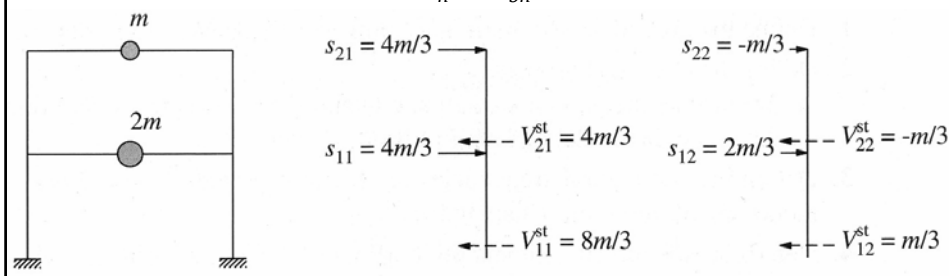
Modal Static Base Shear Force

- Modal static base shear force เป็นแรงเฉือนที่ฐานเนื่องจากแรงแผ่นดินไหวประจำโหมด s_n แบบสถิต

$$V_{bn}^{st} = \sum_{j=1}^N s_{jn} = \Gamma_n \sum_{j=1}^N m_j \phi_{jn} \quad j = \text{ชั้นที่ } 1 \text{ ถึง } N$$

- แรงเฉือนที่ฐานแบบสถิตนี้บางที่เรียกว่า “effective modal mass” หรือ “participating modal mass”

$$M_n^* = V_{bn}^{st}$$



Base Shear Force by RSA (Response Spectrum Analysis)

$$V_{bo} = \sqrt{\sum_{n=1}^N (V_{bn}^{st} A_n)^2} \quad \begin{array}{l} n \text{ เป็นโหมดที่ } 1 \text{ ถึง } N \\ N \text{ คือ จำนวนโหมดที่พิจารณา} \end{array}$$

A_n = spectral acceleration ที่ period = T_n

จากตัวอย่างอาคาร 2 ชั้น

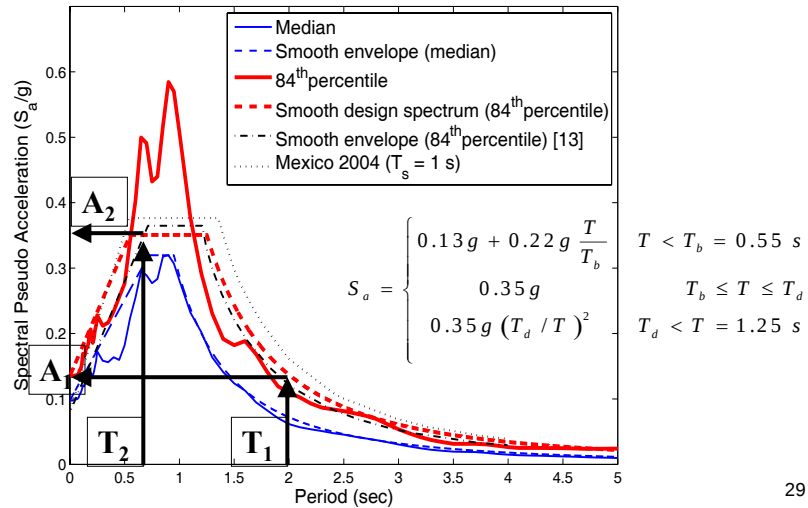
$$V_{bo} = \sqrt{\sum_{n=1}^2 (V_{bn}^{st} A_n)^2} = \sqrt{\left(\frac{8m}{3} A_1\right)^2 + \left(\frac{m}{3} A_2\right)^2}$$

ถ้าพิจารณาเฉพาะโหมดที่ 1 $V_{bo} \approx \frac{8m}{3} A_1$

วิธีแรงสถิตเทียบเท่าใช้มวลทั้งหมดคูณ A_1 จะได้ $V_{bo} = 3m A_1$

28

การอ่านค่า A_n จากสเปคตรัมสำหรับ ออกแบบโครงสร้าง



29

Effective Modal Mass

จากตัวอย่างที่แล้ว

$$M_1^* = V_{b1}^{st} = 8m / 3 \quad M_2^* = V_{b2}^{st} = m / 3$$

Modal participating mass ratio

$$\text{Mode 1} = M_1^* / \text{Total mass} = 8/9$$

$$\text{Mode 2} = M_2^* / \text{Total mass} = 1/9$$

30

Base Shear Force by RHA (Response History Analysis)

Total Base shear force คำนวณได้จาก

$$V_b(t) = \sum_{n=1}^N V_{bn}(t) = \sum_{n=1}^N V_{bn}^{st} A_n(t)$$

จากตัวอย่างอาคาร 2 ชั้น

$$V_b(t) = V_{b1}^{st} A_1(t) + V_{b2}^{st} A_2(t) = M_1^* A_1(t) + M_2^* A_2(t)$$

$$V_b(t) = \frac{8m}{3} A_1(t) + \frac{m}{3} A_2(t)$$

31

Concept of Modal Analysis

Modal static response r_n^{st}
เป็นแรงภายใน หรือการ
กระจัดเนื่องจากแรงแบบสถิต
ประจำโหมด $\mathbf{s}_n$ (modal
effective earthquake force
expansion)

Mode	Static Analysis of Structure	Dynamic Analysis of SDF System	Modal Contribution to Dynamic Response
1			$r_1(t) = r_1^{st} A_1(t)$
2			$r_2(t) = r_2^{st} A_2(t)$
•	•	•	•
•	•	•	•
•	•	•	•
N			$r_N(t) = r_N^{st} A_N(t)$
Total response			$r(t) = \sum_{n=1}^N r_n(t)$

Figure 13.1.1 Conceptual explanation of modal analysis.

Response Spectrum Analysis (RSA)

- การตอบสนองในแต่ละโหมด (peak modal response)

$$r_{no} = r_n^{st} A_n$$

โดยที่ A_n คือ spectral acceleration ซึ่งสามารถอ่านค่าได้จากกราฟ pseudo-acceleration response spectrum

- Peak total response หาได้จากการรวม peak modal response ของโหมดต่างๆ (r_{no}) ด้วย วิธี square-root-of-sum-squares (SRSS) หรือ complete quadratic combination (CQC)

$$r_o \approx \sqrt{\sum_{n=1}^N r_{no}^2} = \sqrt{\sum_{n=1}^N (r_n^{st} A_n)^2}$$

33

Complete Quadratic Combination (CQC)

Total response คำนวณได้จาก

$$r_o \approx \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^N \rho_{in} r_{io} r_{no}}$$

โดยที่ correlation coefficient ระหว่างโหมด i และ n เท่ากับ

$$\rho_{in} = \frac{8\sqrt{\zeta_i \zeta_n} (\beta_{in} \zeta_i + \zeta_n) \beta_{in}^{1.5}}{(1 - \beta_{in}^2)^2 + 4\zeta_i \zeta_n \beta_{in} (1 + \beta_{in}^2) + 4(\zeta_i^2 + \zeta_n^2) \beta_{in}^2}$$

$$\beta_{in} = \omega_i / \omega_n$$

ควรใช้ CQC แทน SRSS เมื่อมีสองโหมดที่มีคาบธรรมชาติใกล้เคียงกัน

34

ขั้นตอนการคำนวณออกแบบโครงสร้าง ด้วยวิธีพลศาสตร์ ตาม ASCE7-05

- วิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธี response spectrum analysis (section 12.9)
- รวมผลของโหมดต่างๆ ให้เพียงพอ ซึ่ง participating (effective) modal mass ต้องไม่น้อยกว่า 90%
- ใช้กฎการรวมโหมด SRSS (square root of sum of squares) หรือ CQC (complete quadratic combination) กรณีที่สอง โหมดมีคาบธรรมชาติใกล้เคียงกัน ซึ่งมักจะเกิดกับโหมดการเคลื่อนที่และการบิด
- แรงที่ใช้ออกแบบกำลังของชิ้นส่วนโครงสร้าง ได้จาก elastic response หารด้วย R/I

35

ขั้นตอนการคำนวณออกแบบโครงสร้าง ด้วยวิธีพลศาสตร์ ตาม ASCE7-05

- ในการตรวจสอบการกระจัด และ drift ให้คำนวณการโก่งตัวที่คาดว่าจะเกิดขึ้นได้จากการคูณค่าที่หารด้วย R/I แล้วด้วย C_d/I
- ดังนั้นการโก่งตัวได้จาก elastic response คูณด้วย C_d/R (ไม่ใช่ I ในการโก่ง)
- เพื่อควบคุมให้ค่ากำลังสำหรับการออกแบบจากวิธีพลศาสตร์ไม่ต่ำกว่าค่าจากวิธีแรงสถิตเทียบเท่ามากเกินไปจึงมีการปรับค่าในกรณีดังกล่าว
 - คำนวณ base shear V ด้วยวิธีแรงสถิตเทียบเท่าโดยใช้ T ไม่เกิน $C_u \cdot T_a$
 - คำนวณ base shear V_t ด้วยวิธีพลศาสตร์
 - ถ้า $V_t < 0.85V$ ให้ scale ค่าแรงจากวิธีพลศาสตร์ด้วย $0.85V/V_t$ (ไม่ scale drift)

36

หลักการเกี่ยวกับ R

ในการออกแบบด้วยวิธีแรงสถิตเทียบเท่า

- แรงที่ใช้ออกแบบกำลังของโครงสร้างได้จาก elastic spectrum หารด้วย R (yield strength reduction factor) ซึ่งยอมให้ลดได้ตามความเหนียวของโครงสร้าง
- โครงสร้างที่มีรายละเอียดการเสริมเหล็กที่ดี มีเหล็กปลอกมาก จะมีความเหนียวมาก คือโยกตัวเกินจุดครากได้มากหลายเท่าของการกระจัดที่จุดคราก ก่อนวิบัติพังทลาย

37

หลักการเกี่ยวกับ Cd

ในการออกแบบด้วยวิธีแรงสถิตเทียบเท่า

- คำนวณการโก่งตัวที่คาดว่าจะเกิดขึ้นจริงโดยคูณการโก่งตัวภายใต้แรงสถิตเทียบเท่า (Vcode) ด้วย Cd/I
- นั่นคือไม่ใช่ค่า important factor (I) ในการคำนวณการโก่งตัว (สอดคล้องกับวิธีพลศาสตร์)

38

เป้าหมายของการออกแบบ

- ได้โครงสร้างที่มีความแข็งแรงเพียงพอ มีเสถียรภาพ มีการโก่งตัวอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ (displacement controlled)

ยุทธวิธี

- มีการกระจายการครากไปทั่วโครงสร้างโดยไม่กระจุกที่บริเวณใดบริเวณหนึ่ง (uniform ductility demand)
- เสাপลอดภัย ยอมให้คานครากได้ (strong-column weak-beam)
- หลีกเลี่ยง story mechanism หรือ weak-story story

39