

Structural Analysis

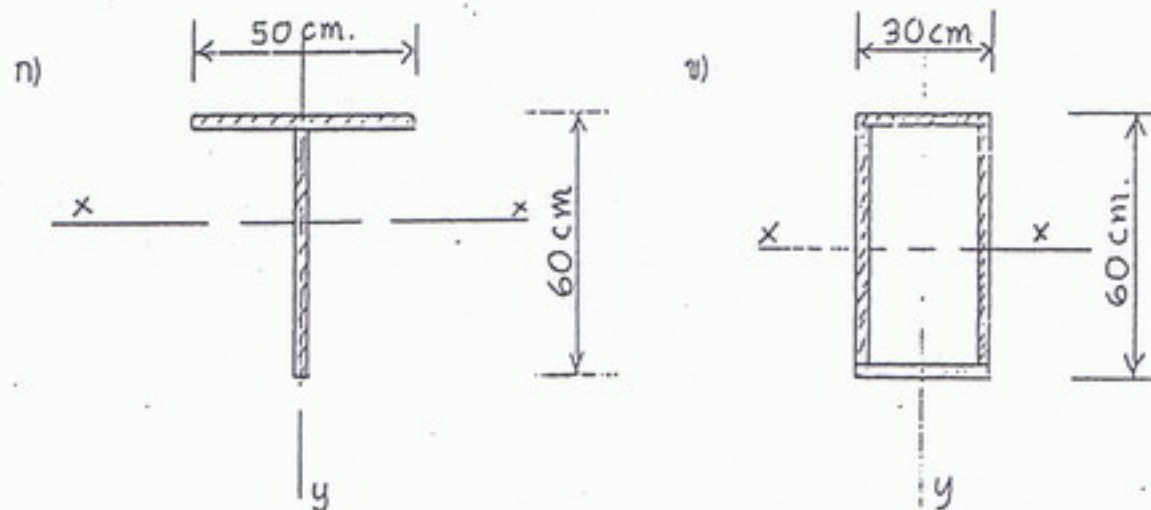
ครั้งที่ 2/2544

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

หมวดวิชาบังคับ Structural Analysis ข้อสอบมีทั้งหมด 6 ข้อ ให้เลือกทำ 4 ข้อ ข้อละ 25 คะแนน มีจำนวนหน้าทั้งหมด 12 หน้า ให้ทำในกระดาษคำตอบเท่านั้น (คะแนนเต็ม 100 คะแนน)

คะแนนข้อ 1

1. คานช่วงเดียว (Simple beam) มีความยาวช่วง 5.0 เมตร รับน้ำหนักบรรทุกทุก 2000 กิโลกรัม/เมตร ประกอบขึ้นจากเหล็กแผ่นมีความหนา 2 ซม. (built-up) ซึ่งมีหน้าตัดดังต่อไปนี้

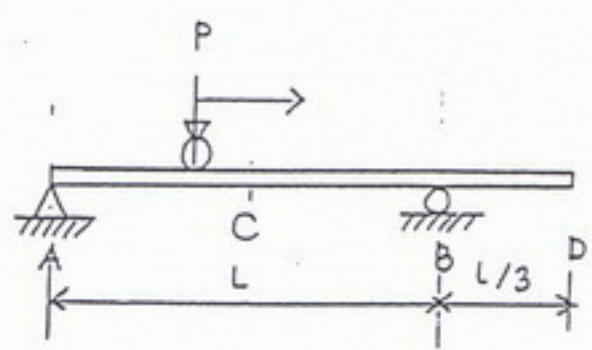


จงเปรียบเทียบการแอ่นตัว (deflection) ที่กึ่งกลางช่วงความยาวคานของคานทั้งสองลักษณะหน้าตัด

คะแนนข้อ 2

2. กำหนดให้คานารับน้ำหนักบรรทุกทุกแบบเคลื่อนที่ได้ (Moving Load) ดังแสดง จงเขียน Influence Lines สำหรับ

- ก. แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ
- ข. โมเมนต์ลบที่จุดรองรับ B
- ค. ระยะเคลื่อนที่จุดกึ่งกลางช่วงคาน C

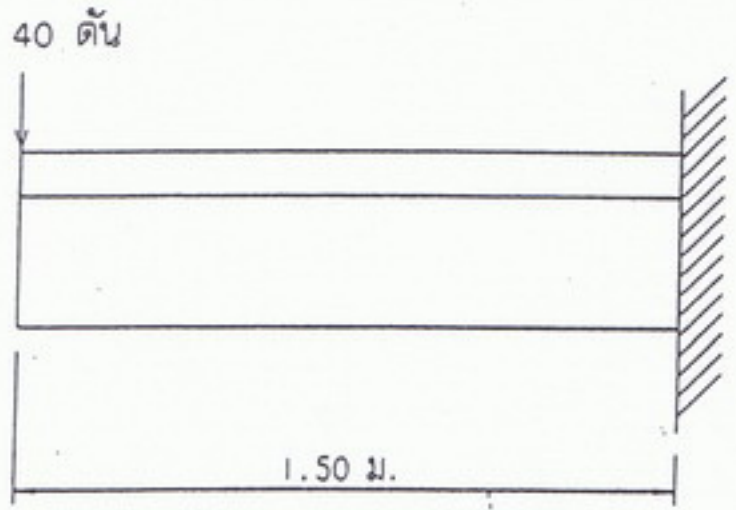
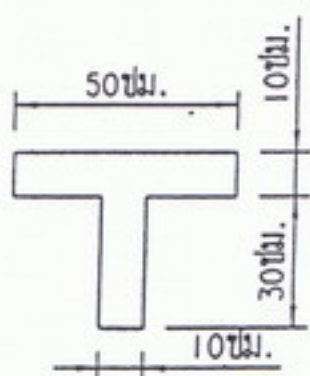


$EI = \text{คงที่}$

คะแนนข้อ 3

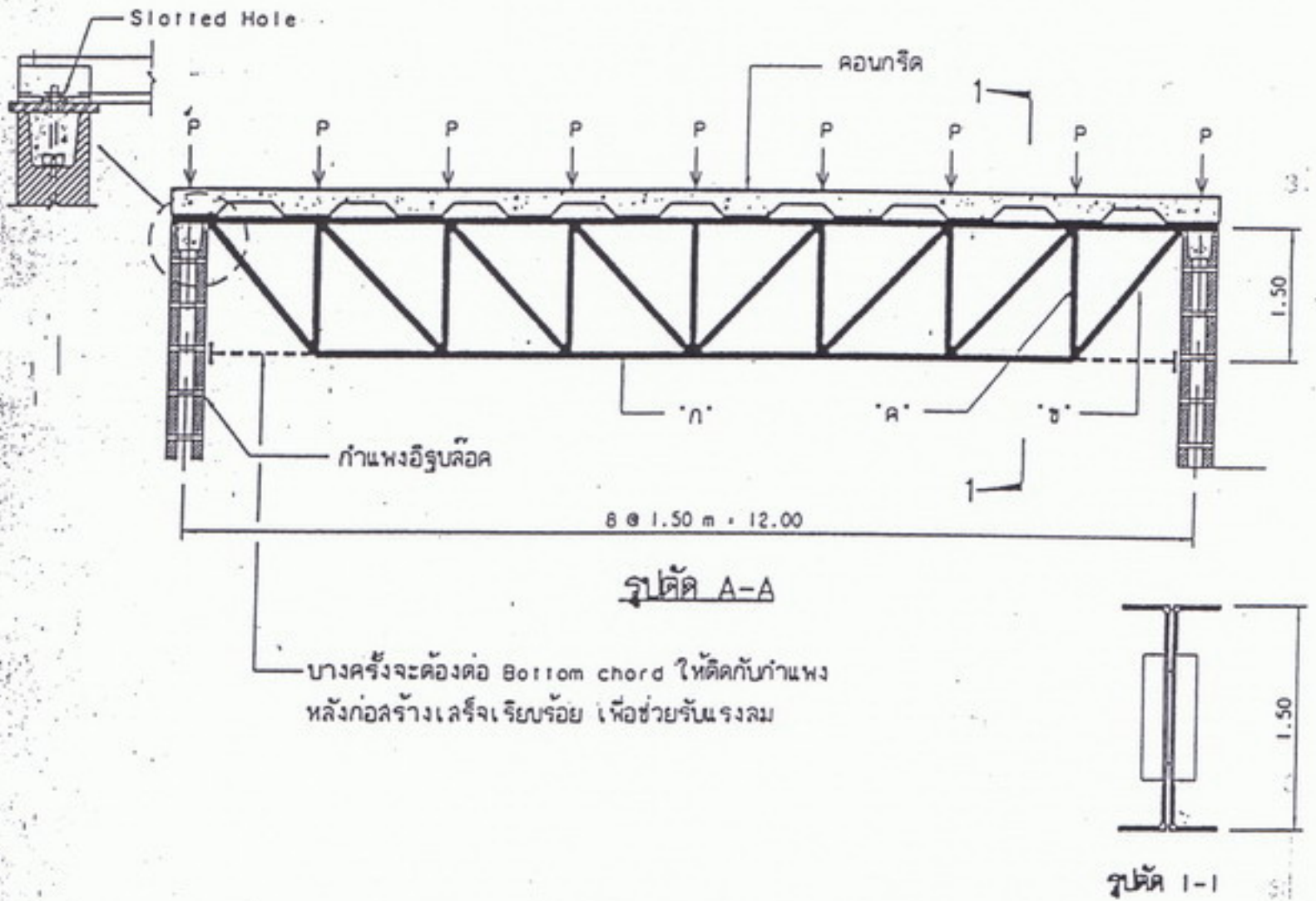
3. คานยื่นโครงสร้างเหล็กรูปพรรณดังในรูป รับน้ำหนักบรรทุก 40 ตัน ที่ปลายคาน วัสดุมีค่า $E = 2.10 \times 10^6$ กก./ตร.ซม. ให้หา

- ก. หน่วยแรงดึงและแรงอัดสูงสุด
- ข. รัศมีความโค้ง (Radius of curvature)



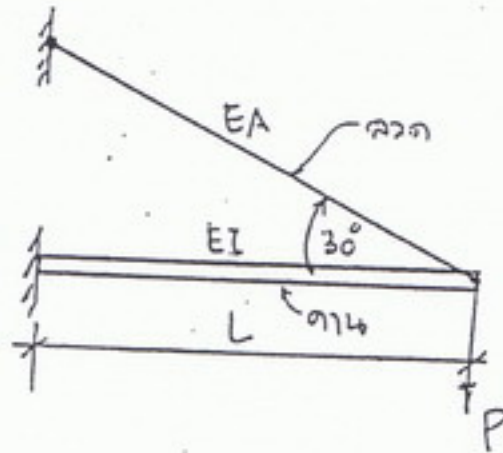
คะแนนข้อ 4

4. โครงเหล็กถัก (Truss) รองรับหลังคา ซึ่งประกอบด้วย (Metal Deck) และเททับด้วยคอนกรีต ดังแสดงในรูป น้ำหนักทั้งหมดที่กระทำที่ข้อต่อของโครงเหล็กถัก (น้ำหนัก P) = 4.5 ตัน จงคำนวณหาแรงในองค์อาคาร "ก" "ข" และ "ค"



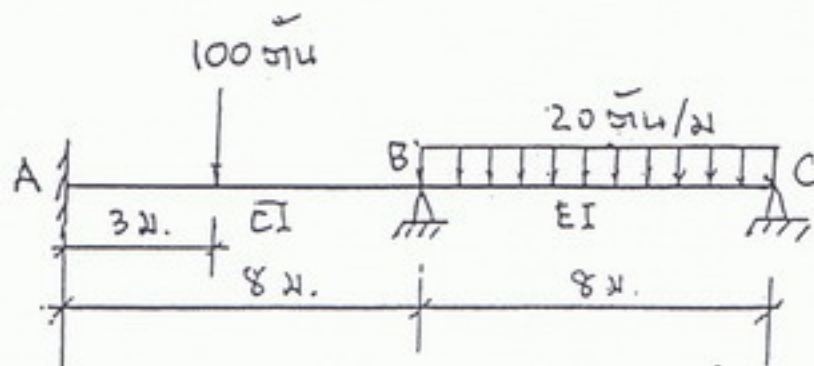
คะแนนข้อ 5

5. จงคำนวณแรงดึงในลวดและโมเมนต์ตัดสูงสุดในคานของโครงสร้างดังแสดงในรูป โดยให้แสดงอยู่ในพจน์ของ P, L, EA และ EI



คะแนนข้อ 6

6. จงคำนวณหาโมเมนต์ตัด ณ จุดรองรับ A, B และ C ของคานต่อเนื่องดังแสดงในรูป นอกจากน้ำหนักบรรทุกที่กระทำบนคานแล้ว จุดรองรับ B เกิดการทรุดตัววัดได้เท่ากับ 0.02 ม.

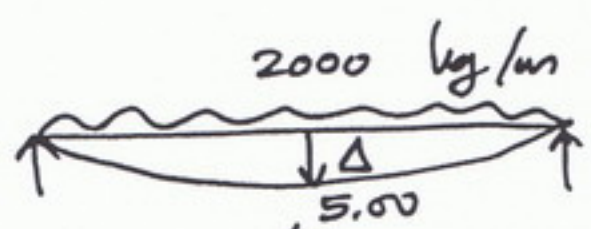


$$EI = \text{คงที่}$$

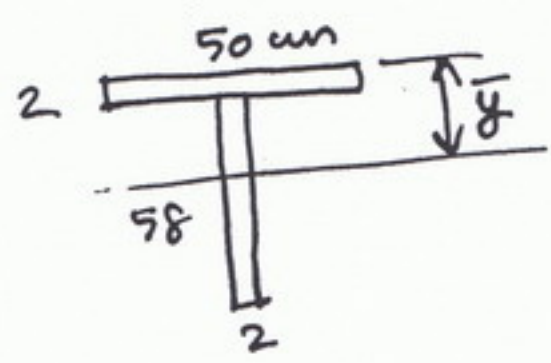
Structural Analysis အခန်း 2/2544

(1)

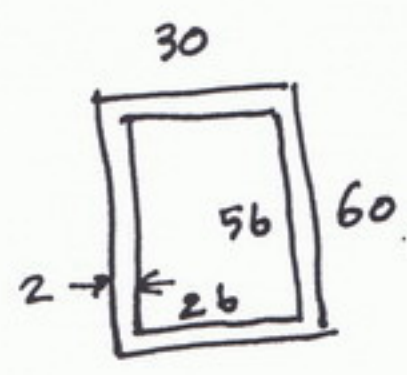
1



$$\Delta = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI} = \frac{5}{384} \times \frac{2000 \times 5.00^4}{EI} = \frac{6250000}{384EI}$$



(n)



(r)

သို့မဟုတ်
ကန့်သတ် T

၎ (n), $\bar{y} = \frac{50 \times 2 \times \frac{2}{2} + 58 \times 2 \times (2 + \frac{58}{2})}{50 \times 2 + 58 \times 2} = \frac{3696}{216}$

$\bar{y} = 17.111 \text{ cm.}$

$$I = \frac{50}{3} [17.111^3 + (60 - 17.111)^3] - \frac{48}{3} [(17.111 - 2)^3 + (60 - 17.111)^3]$$

$I_n = 80885.33333 \text{ cm}^4$

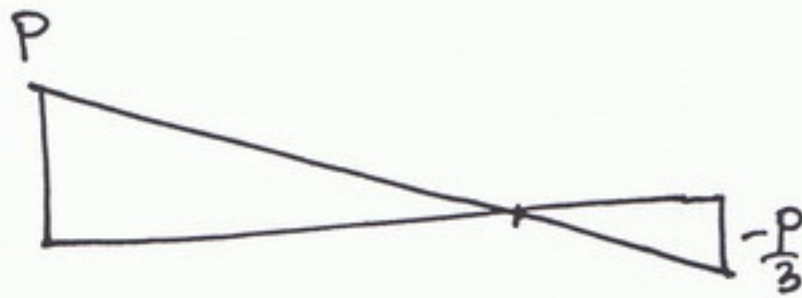
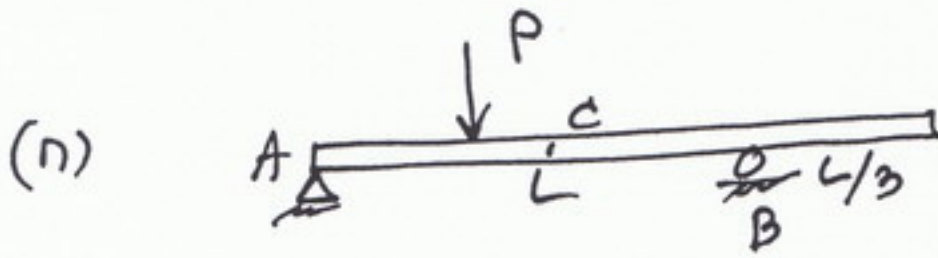
၎ (r) $I_r = \frac{30 \times 60^3}{12} - \frac{26 \times 56^3}{12} = 159,498.6667 \text{ cm}^4$

$\Delta_n = \frac{6250000}{384EI_n}$, $\Delta_r = \frac{6250000}{384EI_r}$

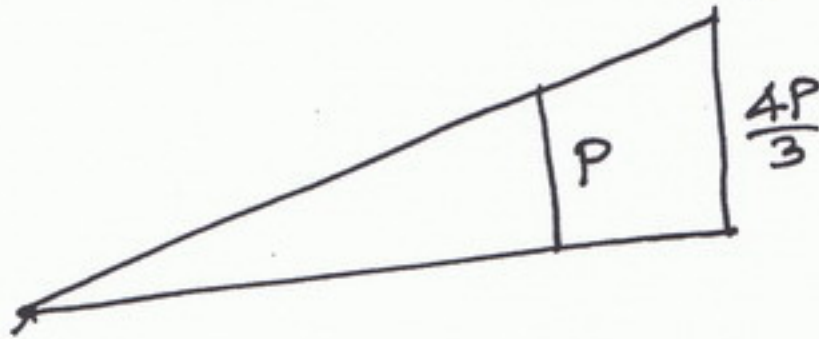
$\frac{\Delta_n}{\Delta_r} = \frac{I_r}{I_n} = \frac{159,498.6667}{80885.33333} = 1.972$

Ane

[2] Influence line



I.L. for R_A



I.L. for R_B

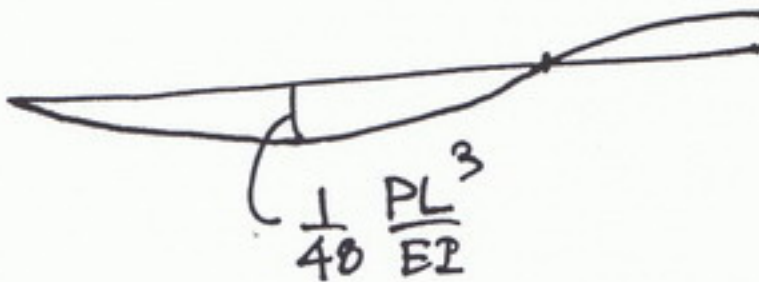
(r) M_B^-



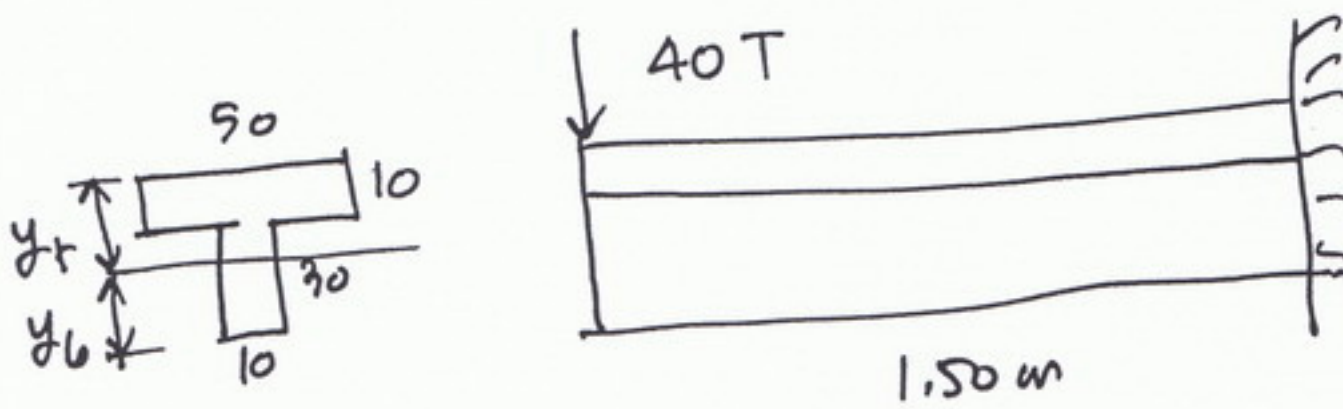
I.L. for M_B^-

(s) Δ_c

$\uparrow +$



3 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ ksc.}$



$$M = 40 \times 1000 \times 1.50 = 60000 \text{ kg.m}$$

$$= 6,000,000 \text{ kg.cm.}$$

$$y_b = \frac{50 \times 40 \times \frac{40}{2} - 40 \times 30 \times \frac{30}{2}}{50 \times 40 - 40 \times 30} = \frac{22000}{100}$$

$$y_b = 27.5 \text{ cm, } b_t = 40 - 27.5 = 12.5 \text{ cm}$$

$$I = \frac{50}{3} \times [12.5^3 + 27.5^3] - \frac{40}{3} [2.5^3 + 27.5^3]$$

$$I = 101666.6667 \text{ cm}^4$$

$$\sigma = \frac{Mc}{I}$$

כוחות מתחת $\sigma = \frac{6,000,000 \times 12.5}{101666.6667} = 737.7 \text{ ksc.}$

כוחות מעל $\sigma = \frac{6,000,000 \times 27.5}{101666.6667} = 1622.95 \text{ ksc.}$

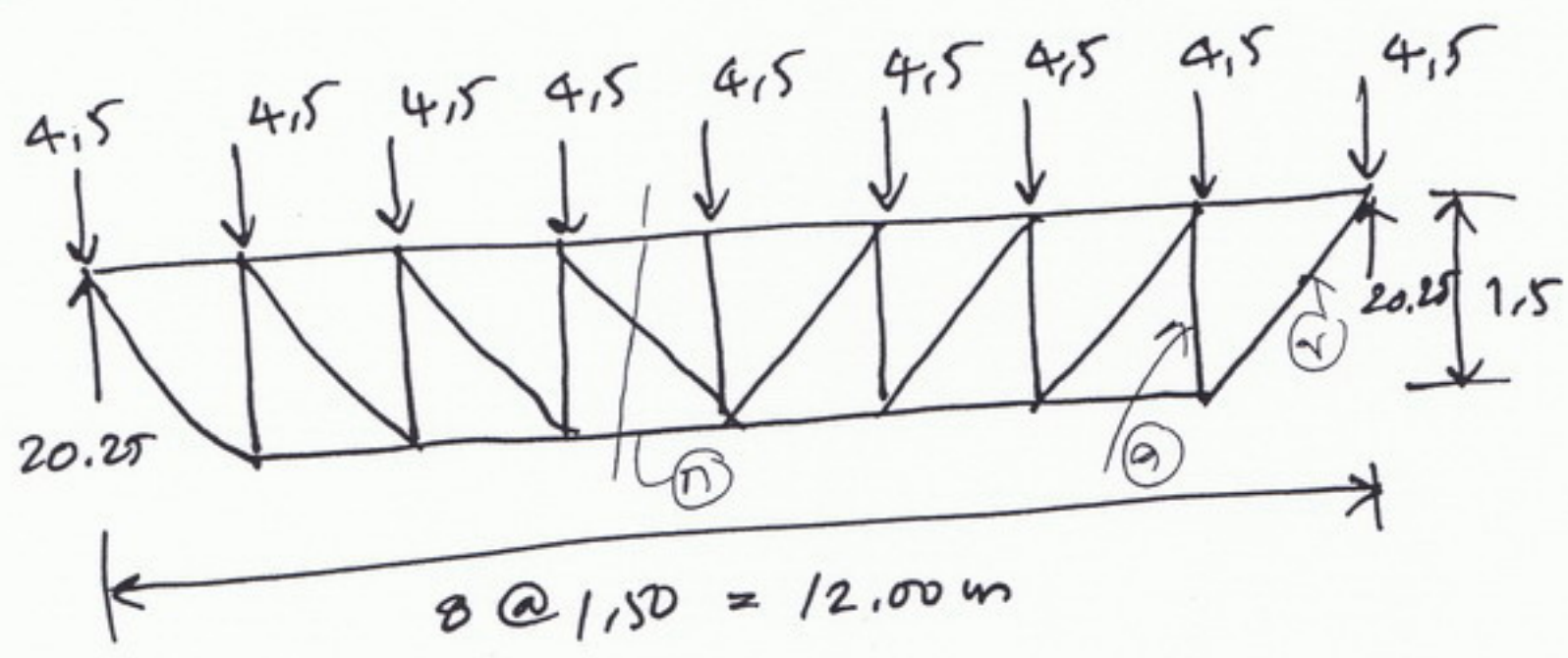
$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

$$\rho = \frac{EI}{M}$$

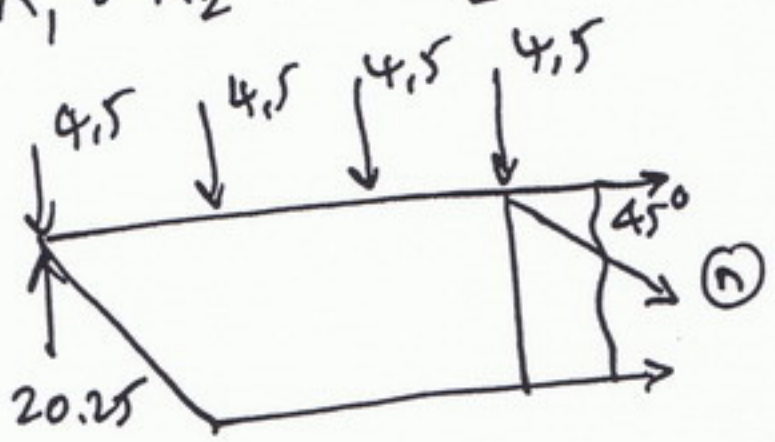
$$= \frac{2.1 \times 10^6 \times 101666.6667}{6,000,000} = 35583 \text{ cm}$$

$$= 355.83 \text{ m.}$$

4



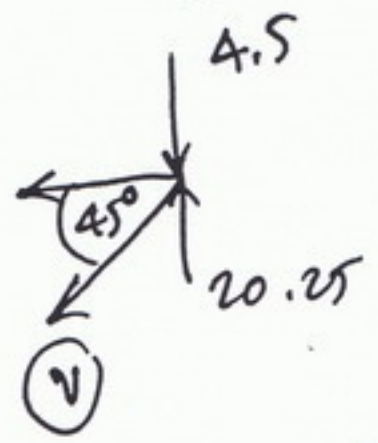
$$R_1 = R_2 = \frac{4.5 \times 9}{2} = 20.25$$



$$[\sum F_y = 0] - 20.25 + 4.5 \times 4 + \textcircled{7} \sin 45^\circ = 0$$

$$\textcircled{7} = 3.182 \text{ T}$$

Ans

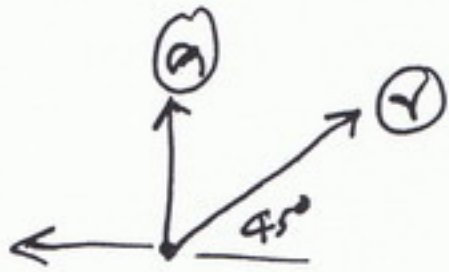


$$[\sum F_y = 0] \textcircled{7} \sin 45^\circ + 4.5 - 20.25 = 0$$

$$\textcircled{7} = 22.274 \text{ T}$$

Ans

④ ๓๖... -

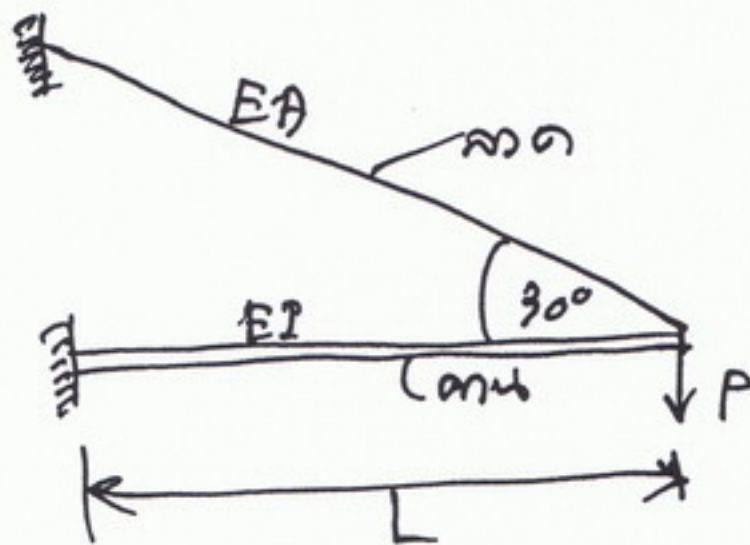


$$[\sum F_y = 0] \quad X + Y \sin 45^\circ = 0$$

$$X = -20.25 + 4.5 = -15.75 \text{ T} \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

11.75 T

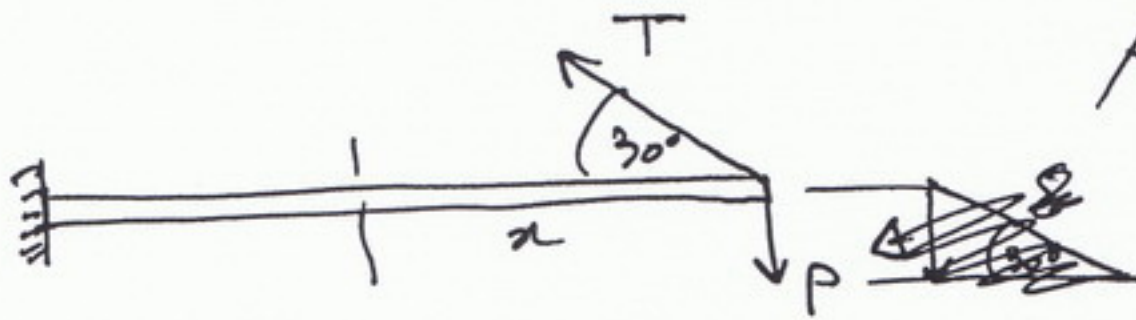
⑤ หา แกนดัด ในหลอด และ แกนดัดที่จุดขั้วกลางของหลอด.
 แกนดัดในรูป P, L, EA และ EI



หลอดคือหลอด: แกนดัดตามแนวหลอด และ แกนดัดตามแนว
 ขอบหลอด

สมมติมีขั้วกลางที่จุด Δ แกนดัด δ

5) mo. -



$$\sin 30^\circ = \frac{\delta}{\Delta} = 0.5$$

$$\delta = 0.5\Delta$$

$$\text{Again } \delta = \frac{T \frac{L}{\cos 30^\circ}}{AE} = \frac{TL}{AE \cos 30^\circ}$$

$$0.5\Delta = \frac{TL}{AE \times \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\Delta = \frac{4TL}{\sqrt{3}AE}$$

$$M = (P - T \sin 30^\circ)x$$

~~#~~

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI} = \frac{(P - T \sin 30^\circ)x}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(P - T \sin 30^\circ)}{EI} \cdot \frac{x^2}{2} + C_1$$

$$y = \frac{(P - T \sin 30^\circ)}{EI} \cdot \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_2$$

⑤ no. —

$$x = L, y = 0, \frac{dy}{dx} = 0$$

$$C_1 = - \frac{(P - T \sin 30^\circ)}{EI} \frac{L^2}{2}$$

$$0 = \frac{(P - T \sin 30^\circ)}{EI} \cdot \frac{L^3}{6} - \frac{(P - T \sin 30^\circ)}{EI} \cdot \frac{L^2}{2} \cdot L + C_2$$

$$C_2 = \frac{(P - T \sin 30^\circ) L^3}{EI} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) = \frac{(P - T \sin 30^\circ) L^3}{3EI}$$

$$y = \frac{(P - T \sin 30^\circ)}{EI} \cdot \frac{x^3}{6} - \frac{(P - T \sin 30^\circ)}{EI} \cdot \frac{L^2}{2} x + \frac{(P - T \sin 30^\circ) L^3}{3EI}$$

$$x = 0, y = \Delta$$

$$\Delta = \frac{(P - T \sin 30^\circ) L^3}{3EI} = \frac{4TL}{\sqrt{3}AE}$$

$$\frac{(P - \frac{T}{2}) L^2}{3I} = \frac{4T}{\sqrt{3}A}$$

$$\frac{(2P - T) L^2}{6I} = \frac{4T}{\sqrt{3}A}$$

$$2P - T = \frac{24I}{\sqrt{3}AL^2} \cdot T$$

$$2P = \left(\frac{24I}{\sqrt{3}AL^2} + 1 \right) T$$

⑤ mo. —

$$T = \frac{2\sqrt{3}AL^2P}{24I + \sqrt{3}AL^2}$$

Ans

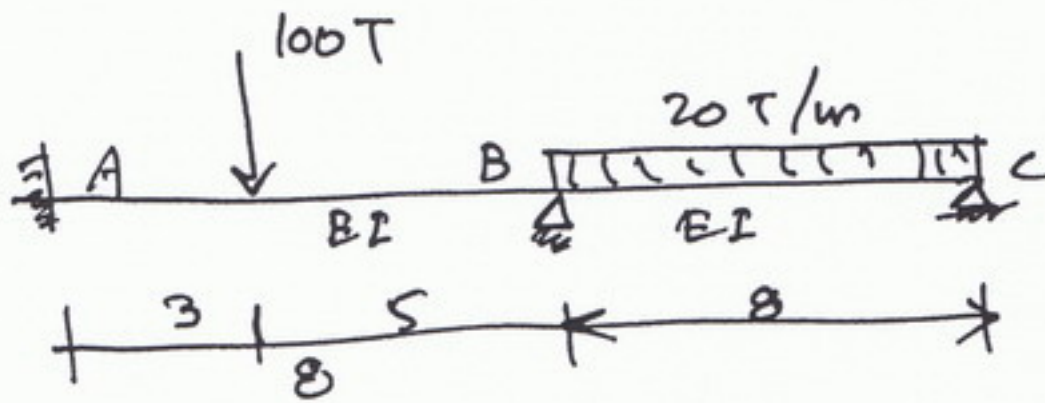
$$M_{\max} = (P - T \sin 30^\circ)L$$

$$\begin{aligned} M_{\max} &= \left(P - \frac{\sqrt{3}AL^2P}{24I + \sqrt{3}AL^2} \right) L \\ &= \frac{24I + \sqrt{3}AL^2 - \sqrt{3}AL^2}{24I + \sqrt{3}AL^2} \cdot PL \end{aligned}$$

$$M_{\max} = \frac{24I}{24I + \sqrt{3}AL^2} \cdot PL$$

Ans

6) Find M_A, M_B, M_C & $\Delta_B = 0.02 \text{ m} \downarrow$



$$\phi_{AB} = \frac{0.02}{8} = 0.0025$$

$$\phi_{BC} = -\frac{0.02}{8} = -0.0025$$

$$FEM_{AB} = -\frac{100 \times 3 \times 5^2}{8^2} = -117.1875 \text{ T}\cdot\text{m}$$

$$FEM_{BA} = +\frac{100 \times 5 \times 3^2}{8^2} = 70.3125 \text{ T}\cdot\text{m}$$

$$FEM_{BC} = -\frac{20 \times 8^2}{12} = -\frac{320}{3} \text{ T}\cdot\text{m}$$

$$FEM_{CB} = +\frac{320}{3} \text{ T}\cdot\text{m}$$

$$\theta_A = 0, \quad M_A = 0 \quad \text{Given}$$

$$M_{NF} = \frac{2EI}{L} (2\theta_N + \theta_F - 3\phi_{NF}) + FEM_{NF}$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{8} (2 \times 0 + \theta_B - 3 \times 0.0025) + (-117.1875)$$

$$M_{AB} = \frac{EI\theta_B}{4} - 0.001875 EI - 117.1875 \quad \text{Ans}$$

6) တို့ဝ, -

$$M_{BA} = \frac{2EI}{8} (\theta_B + 2 \times 0 - 3 \times 0.0025) + 70.3125$$

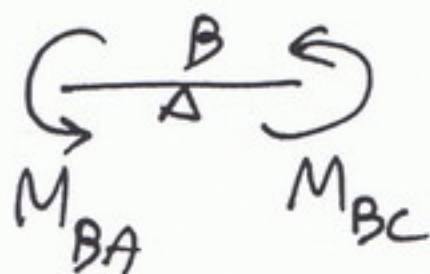
$$M_{BA} = \frac{EI\theta_B}{4} - 0.001875 EI + 70.3125 \quad *$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{8} (2\theta_B + \theta_C - 3(-0.0025)) - \frac{320}{3}$$

$$M_{BC} = \frac{EI\theta_B}{2} + \frac{EI\theta_C}{4} + 0.001875 EI - \frac{320}{3} \quad *$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{8} (2\theta_C + \theta_B - 3(-0.0025)) + \frac{320}{3}$$

$$M_{CB} = \frac{EI\theta_B}{4} + \frac{EI\theta_C}{2} + 0.001875 EI + \frac{320}{3} \quad *$$



$$M_{BA} + M_{BC} = 0$$

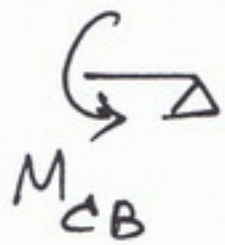
$$\frac{EI\theta_B}{4} - 0.001875 EI + 70.3125 + \frac{EI\theta_B}{2} + \frac{EI\theta_C}{4} + 0.001875 EI - \frac{320}{3} = 0$$

၅၂၀၀၀၀၀၀၀၀၀၀ ၁၂

$$3EI\theta_B + 843.75 + 6EI\theta_B + 3EI\theta_C - 1260 = 0$$

$$9EI\theta_B + 3EI\theta_C = +416.25 \quad \text{--- (1)}$$

⑥ мд.---



$$M_{CB} = 0$$

$$\frac{EI\theta_B}{4} + \frac{EI\theta_C}{2} + 0,001675EI + \frac{320}{3} = 0$$

умножим на 12

$$3EI\theta_B + 6EI\theta_C = -0,0225EI - 1280 \quad \text{--- (2)}$$

~~① x 2 - ②~~

$$\text{①} \times 2 - \text{②}$$

$$15EI\theta_B = 872,5 + 0,0225EI + 1280$$

$$EI\theta_B = \frac{2152,5 + 0,0225EI}{15}$$

$$EI\theta_B = 143,5 + 0,0015EI$$

вставим (2)

$$430,5 + 0,0045EI + 6EI\theta_C = -0,0225EI - 1280$$

$$6EI\theta_C = -0,027EI - 1710,5$$

$$EI\theta_C = -\frac{1710,5}{6} - 0,0045EI$$

6) mo. -

$$M_{AB} = \frac{143.5 + 0.0015 EI}{4} - 0.001875 EI - 117.1875$$

$$M_{AB} = -81.3125 - 0.0015 EI \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$M_{BA} = \frac{143.5 + 0.0015 EI}{4} - 0.001875 EI + 70.3125$$

$$M_{BA} = 106.1875 - 0.0015 EI \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$M_{BC} = \frac{143.5 + 0.0015 EI}{2} + \frac{-\frac{1710.5}{6} - 0.0045 EI}{4} + 0.001875 EI - \frac{320}{3}$$

$$M_{BC} = +0.0015 EI - 106.1875 \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$M_{CB} = \frac{143.5 + 0.0015 EI}{4} + \frac{-\frac{1710.5}{6} - 0.0045 EI}{2} + 0.001875 EI + \frac{320}{3}$$

$$= 0 \quad \text{Q.E.D.} \quad \underline{\text{Ans}}$$

M_A, M_B, M_C တစ်ခုလုံး EI

တူတူတူတူတူတူတူတူ EI