

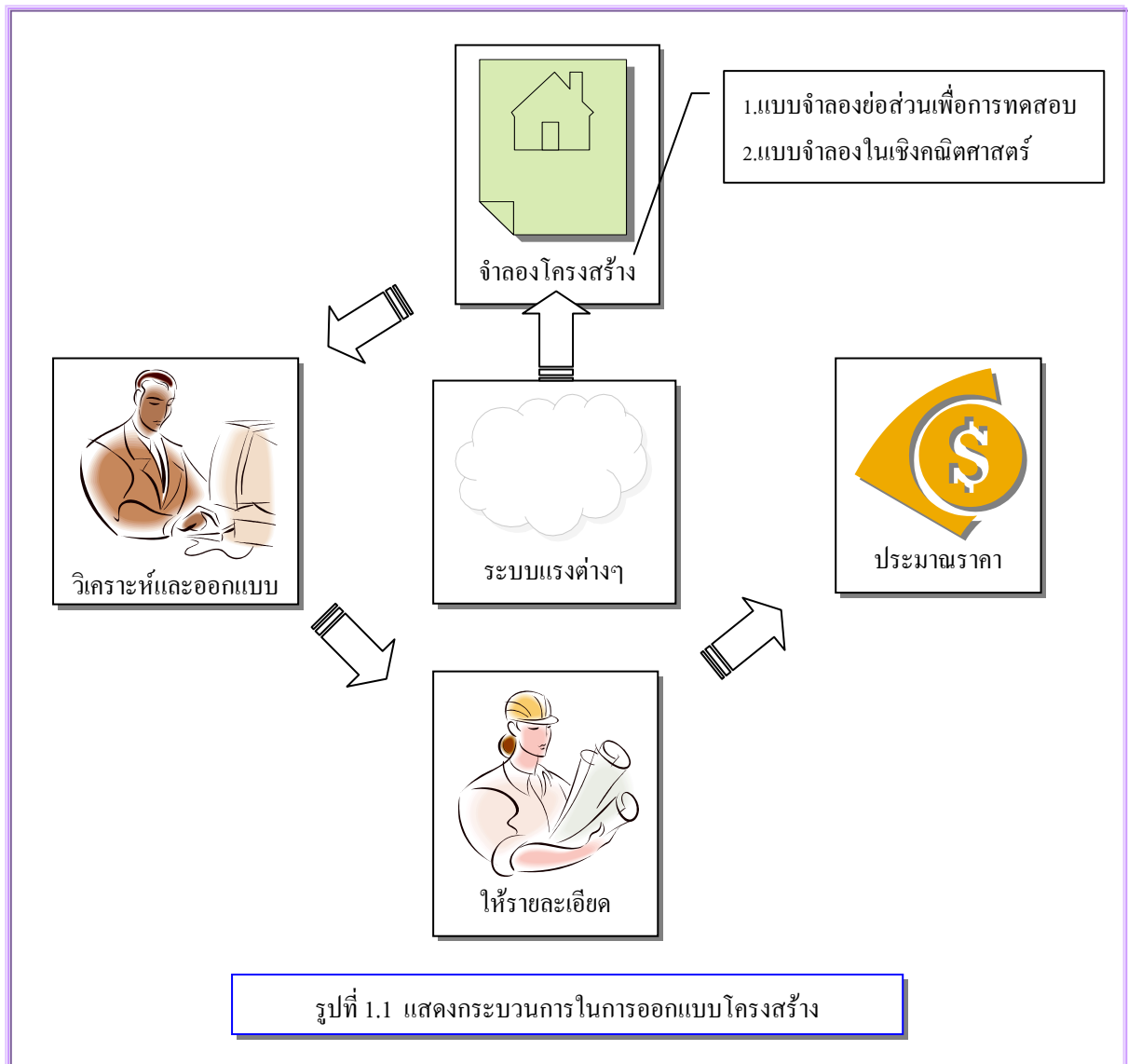
การใช้และประยุกต์ใช้แบบจำลองโครงสร้างเพื่อการวิเคราะห์และออกแบบ

คำถามที่มักจะเกิดขึ้นเสมอเมื่อกล่าวถึงเรื่องการจำลองโครงสร้างคือ

- 1...ทำไมต้องมีการจำลองโครงสร้าง..?
- 2...แล้วเราจำลองโครงสร้างเพื่อหาอะไร..?
- 3...การจำลองโครงสร้างตกลงแล้วเป็นการจำลองโครงสร้างจริงที่มีอยู่แล้วหรือโครงสร้างที่กำลังวาดฝันว่าจะเป็น..?
- 4...การจำลองโครงสร้างอยู่ในขั้นตอนใดของกระบวนการออกแบบโครงสร้าง..?
- 5...การจำลองโครงสร้างทางวิศวกรรมมีในลักษณะ อะไรบ้าง..?
- 6...เมื่อมีการจำลองโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Analytical model) แล้ว ทำไมต้องมีการจำลองโครงสร้างแบบย่อส่วน (direct and indirect model) อีก..?

โดยทั่วไปแล้วในการวิเคราะห์และออกแบบโครงสร้างนั้น ก่อนที่เราจะสามารถออกแบบในส่วนของความแข็งแรง(strength) ของโครงสร้างได้นั้น จะต้องมีการวิเคราะห์โครงสร้างมาก่อนหน้านั้นแล้ว (ดูรูปที่ 1.1 ประกอบ) ซึ่งในขั้นตอนของการวิเคราะห์ดังกล่าว จะพิจารณาตั้งแต่ในส่วนของความมีเสถียรภาพและความสมดุลของโครงสร้าง ลักษณะหรือรูปแบบของการแสดงออกของโครงสร้างที่มีต่อปัจจัยรบกวนหรือสิ่งกระตุ้นทั้งจากภายในและภายนอก(ทั้งปัจจัยที่มีผลในระยะสั้น และระยะยาวอันนำมาซึ่งระบบแรงรองคือ secondary forces) รวมไปถึงรูปแบบของการวิบัติของโครงสร้าง

ซึ่งจากที่กล่าวมาข้างต้น หากสังเกตให้ดีจะเห็นว่าในขั้นตอนของการวิเคราะห์โครงสร้างนั้น เป็นไปไม่ได้เลยที่เราจะทำการวิเคราะห์โครงสร้างเพื่อหาค่าที่ต้องการทราบต่างๆ จากโครงสร้างของจริงได้(โดยเฉพาะในโครงสร้างขนาดใหญ่ๆ...แต่ในขณะเดียวกันเราสามารถที่จะทำการ load test ในโครงสร้างจริงได้) ดีที่สุดที่ทำได้ก็เพียงแต่วิเคราะห์จากแบบจำลองย่อส่วนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโครงสร้างจริงเท่านั้นเท่านั้น นั้นย่อหมายความว่า การโมเดลหรือการจำลองโครงสร้างเพื่อการวิเคราะห์โครงสร้างมีความสำคัญและจำเป็นเป็นอย่างยิ่ง ที่จะต้องศึกษาและทำความเข้าใจในกระบวนการของการจำลองโครงสร้างเพื่อการวิเคราะห์ให้ละเอียดและรอบครอบ ทั้งนี้เพื่อให้ได้มาซึ่งการแสดงผลพฤติกรรมที่แท้จริงของโครงสร้าง(หรือใกล้เคียง) ซึ่งผลจากการแสดงผลพฤติกรรมดังกล่าวจะส่งผลกระทบโดยตรงต่อกระบวนการหรือขั้นตอนของการออกแบบโครงสร้าง ท้ายที่สุดแล้วต้องนำมาซึ่งความแข็งแรงและปลอดภัยต่อชีวิตและทรัพย์สินของผู้ใช้อาคารนั้นๆ



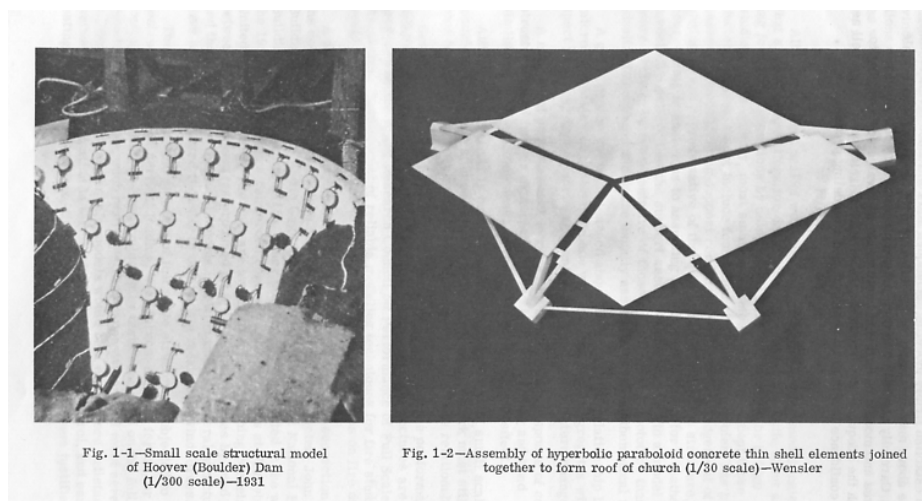
1.นิยามของ “แบบจำลองโครงสร้าง”

คือชิ้นส่วนของโครงสร้างหรือกลุ่มของชิ้นส่วนของโครงสร้าง ที่ถูกสร้างขึ้นมาโดยการย่อส่วน(เมื่อเปรียบเทียบกับขนาดของโครงสร้างจริง)แล้วประกอบเข้าด้วยกัน ทั้งนี้ใช้เพื่อนำไปทำการทดสอบเพื่อการวิเคราะห์และตรวจสอบ ผลที่ได้จากการวิเคราะห์โดยวิธีการทางคณิตศาสตร์ (analytical model) โดยผลที่ได้จากการทดสอบแบบจำลองโครงสร้างดังกล่าว สามารถแปลความหมายหรือทำนายผลย้อนกลับไปยังโครงสร้างจริงได้ โดยใช้กฎหรือหลักการของการเหมือนกันของโครงสร้าง(The laws of structural similitude)ได้ โดยการแปลงผลดังกล่าวผ่านทางค่าคงที่ค่าหนึ่งคือมาตราย่อส่วน(scale factor)

2.ประวัติความเป็นมาของการจำลองโครงสร้าง

วิศวกรและสถาปนิกได้รู้จักใช้หรือสร้างแบบจำลองในการการจำลองโครงสร้างจริง เพื่อช่วยในการวางแผน พิจารณาและตัดสินใจ ในการก่อสร้างสิ่งปลูกสร้างขนาดใหญ่มาช้านานแล้ว เป็นพันๆปี นับย้อนกลับไปได้ตั้งแต่สมัยของชาวอียิปต์โบราณ ชาวกรีกโบราณ ชาวเปอร์เซีย รวมไปถึงชาวโรมัน และเมื่อไม่กี่ร้อยปีมานี้จนถึงปัจจุบัน(ดูรูปที่ 1.2 ประกอบ)ไม่ว่าจะเป็น Michelangelo , Leonardo Da Vinci และ Galileo ก็ได้รู้จักใช้แบบจำลองในการช่วยแก้ปัญหาต่างๆ ให้กระจ่างอย่างกว้างขวาง ซึ่งทั้งหมดนั้นเป็นการจำลองโครงสร้างเพื่อช่วยในการแก้ปัญหา โดยยังไม่มีองค์ความรู้หรือความเข้าใจในเรื่องของพฤติกรรมของโครงสร้าง คุณสมบัติของวัสดุ และหลักการทางคณิตศาสตร์เพื่อการวิเคราะห์โครงสร้าง รวมไปถึงในเรื่องของระบบการตรวจวัดต่างๆเหมือนในทุกวันนี้ จะมีเพียงก็แต่ใช้วิธีการเฝ้าสังเกตดูผลที่เกิดจากแบบจำลองที่สร้างขึ้น เพียงเท่านั้น

จะเห็นว่าในอดีตที่ผ่านมา การศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างจริงด้วยการจำลองโครงสร้าง เริ่มด้วยการศึกษาจากแบบจำลองย่อส่วน(direct and indirect model) หลังจากนั้นเมื่อมีความเข้าใจในการแสดงออกพฤติกรรมของโครงสร้าง คุณสมบัติของวัสดุและระบบการตรวจวัดที่มากขึ้น จึงได้มีการศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์(analytical model)



(a)

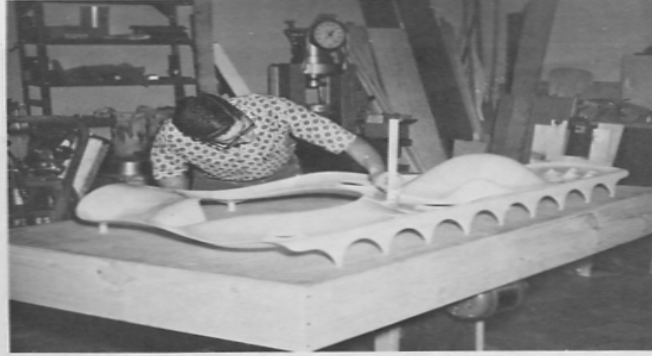


Fig. 1-3—Eastman Kodak Pavilion, New York World's Fair (1/40 scale)—Zetlin

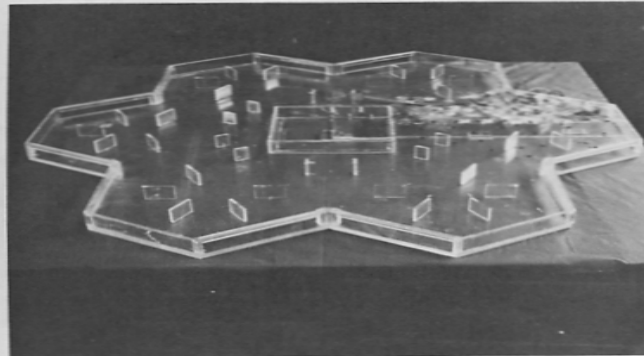


Fig. 1-4—Reinforced concrete flat plate floors of high-rise apartment supported by an array of shear wall columns (1/30 scale)—Fling

(b)

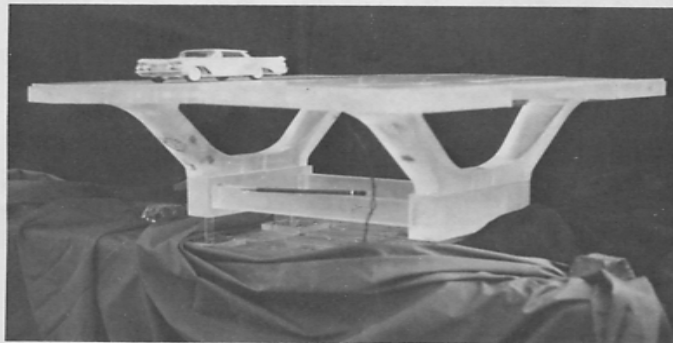
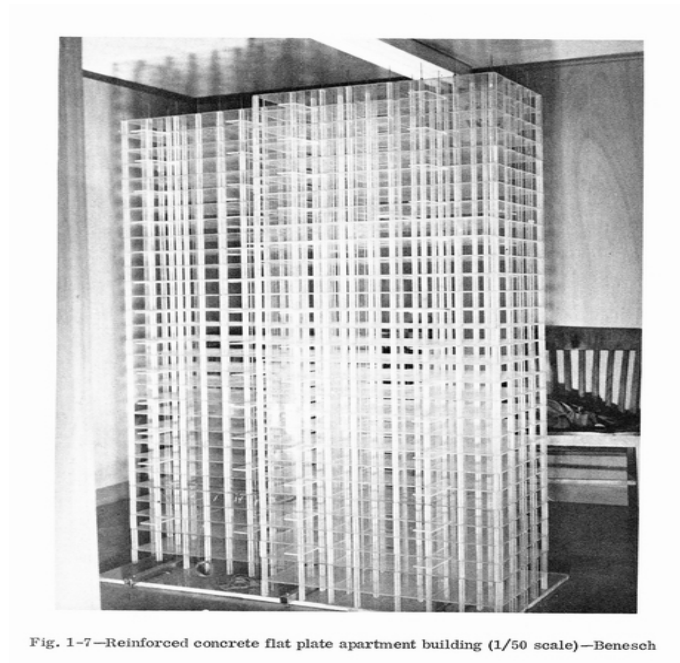


Fig. 1-5—Model and prototype of cast-in-place reinforced concrete support structure for O'Hare Airport access roadway (1/20 scale)—Benesch

(c)



(d)



(e)

รูปที่ 1.2 แสดงรูปแบบของแบบจำลองโครงสร้างประเภทต่างๆที่เคยมีการศึกษาวิจัย

3.ประเภทหรือรูปแบบของแบบจำลองโครงสร้าง

ได้เคยมีการจำแนกประเภทหรือแบ่งหมวดหมู่วิธีการของการจำลองโครงสร้างไว้ในหลายลักษณะดังนี้คือ

1. elastic versus ultimate strength models
2. true versus distorted models
3. complete versus partial structural models
4. direct versus indirect models

4.จุดประสงค์หลักของการศึกษาแบบจำลองโครงสร้าง

4.1.แบบจำลองเพื่อศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้าง

แบบจำลองแบบนี้มักใช้เพื่อการสาธิตง่าย ๆ ในการเรียนการสอน ซึ่งสามารถประดิษฐ์ขึ้นจากวัสดุในหลายๆชนิด เช่น พลาสติก , ยาง , กระดาษแข็ง หรือกระดาษทั่วไปก็ได้ ซึ่งพฤติกรรมที่เราต้องการเห็นอาจจะเกิดจากการใส่น้ำหนักให้ หรือใช้มือเรากดโดยตรงก็ได้

4.2.แบบจำลองเพื่อการตรวจสอบผลที่ได้จากการวิเคราะห์โดยวิธีทาง Analytical

แบบจำลองแบบนี้ประดิษฐ์ขึ้นเพื่อการตรวจสอบ ความผิดพลาดทั้งหมดหรือความผิดพลาดของข้อสมมุติฐาน ของผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยวิธี(แบบจำลอง)ทางคณิตศาสตร์หรือวิธี(แบบจำลอง)ทางเชิงตัวเลข ไม่ว่าจะเป็นผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์โครงสร้างระบบกริด(grillage) โครงสร้างระบบแผ่นระนาบ(plate) หรือโครงสร้างระบบแผ่นเปลือกบาง(shell) ทั้งนี้เพราะแบบจำลองประเภทนี้ ก็ประดิษฐ์ขึ้นภายใต้เงื่อนไขและข้อสมมุติฐานเดียวกันกับแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ แต่จะผลและความน่าเชื่อถือที่ดีกว่า ซึ่งวัสดุที่เหมาะสมสำหรับการประดิษฐ์แบบจำลองประเภทนี้คือ พลาสติก

4.3.แบบจำลองเพื่อการทำนายพฤติกรรมเฉพาะของโครงสร้าง

ในโครงสร้างจริงบางประเภท การจำลองเพื่อการศึกษาพฤติกรรมโครงสร้าง ไม่สามารถที่จำศึกษาได้ด้วยการจำลองด้วยวิธีทางคณิตศาสตร์ได้ จึงจำเป็นต้องทำการศึกษาผ่านทางแบบจำลองในกลุ่มนี้ แบบจำลองประเภทนี้ต้องปฏิบัติตามกฎของโครงสร้างเสมือนหรือเทียบเท่า (The laws of similitude)อย่างเคร่งครัด นั้นย่อมาหมายความว่าในขั้นตอนของการเลือกใช้วัสดุเพื่อทำแบบจำลอง ขั้นตอนการให้น้ำหนักหรือแรงกับแบบจำลอง จะต้องมีการควบคุมและดูแลอย่างใกล้ชิดและระมัดระวังเป็นพิเศษด้วย

4.4.แบบจำลองเพื่อช่วยในการออกแบบโดยตรง

ในบางประเทศมาตรฐานที่จะใช้ในการออกแบบของโครงสร้างในบางประเภท อาจจะยังไม่ได้มีการกำหนดขึ้นใช้ หรือมีแต่ล้าสมัยไปนานแล้ว ขาดการปรับปรุงให้ทันกับเหตุการณ์ปัจจุบันเหล่านี้เป็นต้น ดังนั้นในการวิเคราะห์และออกแบบของอาคารบางประเภท ดังกล่าวที่มีขนาดไม่ปกติ เป็นต้นว่า สูงมาก ขาวหรือกว้างมาก มีอยู่สิ่งหนึ่งที่จะทำให้วิศวกร

ผู้ออกแบบมีความมั่นใจได้ก็คือ ทำการศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างเพิ่มเติมจากแบบจำลอง นอกเหนือจากทฤษฎีที่มีอยู่ก่อนแล้ว แบบจำลองประเภทนี้มีการใช้อย่างกว้างขวางกับโครงสร้างประเภทเขื่อนขนาดใหญ่ ดังนั้นในการประดิษฐ์แบบจำลองประเภทนี้ต้องทำด้วยความละเอียดและรอบครอบ และต้องมีความเหมาะสมใกล้เคียงกับโครงสร้างจริงทั้งในส่วนของมาตราส่วน (scale factor) คุณสมบัติของวัสดุที่จะใช้ในการประดิษฐ์แบบจำลอง ลักษณะและรูปแบบของระบบน้ำหนักระกระทำต่อแบบจำลอง

4.5.แบบจำลองเพื่อตรวจสอบการออกแบบโครงสร้างที่สำคัญและมีมูลค่าสูง

ในโครงสร้างบางประเภทที่สำคัญมากและมีมูลค่าของการก่อสร้างสูงๆ ซึ่งในอนาคตหากเกิดการวิบัติแล้วส่งผลกระทบอย่างร้ายแรงต่อชีวิตและทรัพย์สิน ซึ่งผลกระทบดังกล่าวอาจกินวงกว้าง ดังนั้นถึงแม้ว่าการวิเคราะห์พฤติกรรมโครงสร้างโดยวิธีทางคณิตศาสตร์จะดีและมีความเหมาะสมแล้วก็ตาม เพื่อความรอบครอบและต้องการความมั่นใจสูง ก็สามารถที่จะทำการศึกษาพฤติกรรมเพิ่มเติมจากแบบจำลองอีกขั้นตอนหนึ่ง ซึ่งผลที่ได้ทำให้เราสามารถกลับไปปรับแก้ในการออกแบบที่ผ่านมาได้เป็นอย่างดี เช่น การทดสอบผลของรูปทรงอาคารที่มีต่อแรงลมในอุโมงค์ลม ดังนั้นในการประดิษฐ์แบบจำลองประเภทนี้ต้องทำด้วยความละเอียดและรอบครอบ และต้องมีความเหมาะสมใกล้เคียงกับโครงสร้างจริงทั้งในส่วนของมาตราส่วน (scale factor) คุณสมบัติของวัสดุที่จะใช้ในการประดิษฐ์แบบจำลอง ลักษณะและรูปแบบของระบบน้ำหนักระกระทำต่อแบบจำลอง

5.อะไรคือ Direct and Indirect models

5.1. Direct models

การศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างจริงผ่านทางแบบจำลองย่อส่วนนี้ รูปแบบและลักษณะของระบบน้ำหนักระกระทำต่อแบบจำลองย่อส่วน ต้องถูกจัดและควบคุมให้เหมือนกับระบบของน้ำหนักระกระทำต่อโครงสร้างจริง(หรือเรียกอีกอย่างว่า “โครงสร้างต้นแบบ” ก็ได้)ทุกประการ(เพียงแต่ย่อส่วนลงเท่านั้นเอง) ซึ่งการศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างจริงผ่านทางแบบจำลองย่อส่วนในลักษณะนี้นั้น สามารถใช้ศึกษาได้กับทั้งโครงสร้างในทางสถิตยศาสตร์ (static) และโครงสร้างในทางพลศาสตร์(dynamic) และพฤติกรรมที่ได้รวมไปถึงรูปแบบของการวิบัติของแบบจำลองย่อส่วน จะให้ผลที่มีความใกล้เคียงความเป็นจริงมากที่สุด ดังนั้นหากเราต้องการที่จะให้พฤติกรรมโครงสร้างที่แสดงออกของแบบจำลองย่อส่วน มีความละเอียดถูกต้องและใกล้เคียงกับสภาพความเป็นจริงให้มากที่สุดในทุกพฤติกรรมที่ควรจะเป็นนั้น แบบจำลองย่อส่วนดังกล่าวจะต้องถูกประดิษฐ์ขึ้นด้วยสภาพเงื่อนไขต่างๆให้ใกล้เคียงกับโครงสร้างจริงให้มากที่สุด กล่าวคือเลือกใช้วัสดุให้เหมาะสมโดยมีคุณสมบัติที่ใกล้เคียงกับคุณสมบัติของวัสดุของโครงสร้างจริง มีการย่อส่วนองค์ประกอบต่างๆลงด้วยมาตราส่วน(scale factor)ที่เหมาะสม

เช่น มาตรการย่อส่วน(scale factor)ที่หามาไม่ได้จากวิธีของ dimensional analysis รวมไปถึงทักษะและความชำนาญของผู้ที่จะทำการทดสอบและแปลผลหรือประมวลผลที่ได้จากการทดสอบจะต้องมีสูงตามไปด้วย

5.2. Indirect models

การศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างจริงผ่านทางแบบจำลองประเภทนี้ ที่จริงแล้วมีวัตถุประสงค์หลักเพื่อต้องการหาค่าของแรงภายในหรือหน่วยแรงภายในของโครงสร้าง ในรูปแบบของ influence line and influence surfaces เฉพาะในส่วนของการสร้างในทางสถิตยศาสตร์(static) และต้องเป็นโครงสร้างเชิงเส้น(linear structure) ที่แสดงออกซึ่งพฤติกรรมเชิงเส้นเท่านั้น โดยระบบของน้ำหนักที่จะใส่ให้กับแบบจำลองรูปแบบนี้นั้นจะไม่มีแรงเสียดทานหรือข้อต่อลงหรือพุดง่ายๆคือไม่จำเป็นต้องเหมือนกับโครงสร้างจริง ส่วนอุปกรณ์หรือเครื่องมือเครื่องมือที่ใช้ก็มีราคาไม่สูง หรือมีความสลับซับซ้อนไม่มากนัก

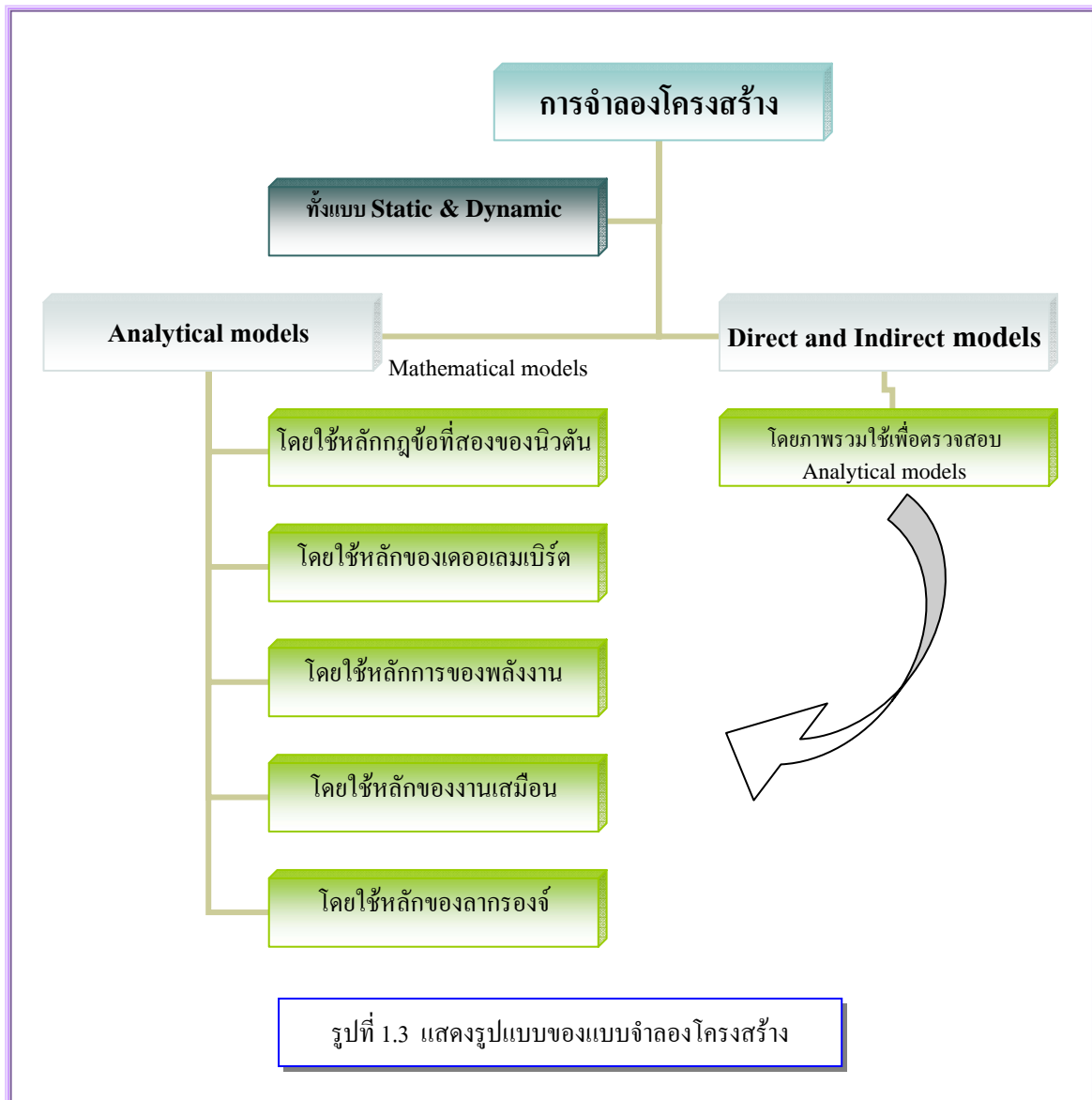
จะเห็นว่าไม่ว่าจะเป็นการศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างจริง ผ่านทางการจำลองโครงสร้างแบบใดก็แล้วแต่ โดยเนื้อแท้แล้ว...ล้วนแล้วแต่เป็นการศึกษาโดยทางอ้อมทั้งสิ้น ทั้งนี้เพราะเป็นการศึกษาพฤติกรรมโดยผ่านตัวกลาง ไม่ว่าจะเป็นแบบจำลองย่อส่วน(direct and indirect model)หรือแบบจำลองในรูปแบบวิธีการทางคณิตศาสตร์(analytical model)

6.การศึกษาโครงสร้างจริงด้วยแบบจำลองย่อส่วน

การศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างโดยการจำลองทางทางคณิตศาสตร์(analytical model) โดยทั่วไปแล้วมักเป็นการศึกษาพฤติกรรมอันเนื่องมาจากแรงที่มีผลต่อโครงสร้างในระยะแรกๆ(first order)เท่านั้น แต่ถ้าหากต้องการศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้าง อันเนื่องมาจากผลกระทบของระบบแรงในระยะที่สอง(second order) ซึ่งมักไม่คิดหรือตัดทิ้งในการศึกษาโดยการจำลองโดยวิธีการทางคณิตศาสตร์นั้น หากต้องการนำผลดังกล่าวมาคิดด้วยก็จำเป็นที่จะต้องศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างจากแบบจำลองย่อส่วน(direct and indirect model)เป็นหลัก

และในขณะเดียวกันการศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างจากแบบจำลองย่อส่วน(direct and indirect model) ก็มักนิยมใช้กับโครงสร้างที่มีรูปทรงที่ไม่ปกติ หรือระบบของโครงสร้างที่ประกอบด้วยคุณสมบัติของวัสดุ ที่มีความยุ่งยากมากในการสร้างหรือจำลองให้อยู่ในรูปแบบของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ รวมถึงโครงสร้างที่ไม่เคยทำมาก่อน โครงสร้างที่มีช่วงยาวหรือสูงมากๆ แต่การศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างโดยวิธีนี้ ก็มีข้อเสียหรือข้อจำกัดในหลายๆด้าน ทั้งในเรื่องของค่าใช้จ่าย ไม่ว่าจะเป็นค่าใช้จ่ายในการประดิษฐ์แบบจำลองและค่าใช้จ่ายสำหรับอุปกรณ์ทดสอบที่มีราคาค่อนข้างสูง เรื่องของระยะเวลา เรื่องของขนาดของห้องทดสอบที่จะใช้

ทดสอบ รวมถึงเรื่องของความรู้ความสามารถของผู้ที่ต้องการศึกษาในการที่จะแปลหรือตีความหมายจากผลที่ได้จากแบบจำลองเพื่อขยายผลไปยังโครงสร้างจริง



7. กฎของความเหมือนกันของโครงสร้าง (The Laws of Structural Similitude)

ขอเรียกว่า โครงสร้างเสมือนหรือโครงสร้างเทียบเท่า กฎดังกล่าวมีความเกี่ยวเนื่องและส่งผลโดยตรงต่อเรื่องของมาตราส่วน(scale factor ; s) ซึ่งเรื่องดังกล่าวถือได้ว่าเป็นความสำคัญและเป็นหัวใจของการศึกษาพฤติกรรมโครงสร้างจากแบบจำลองย่อส่วน โดยเฉพาะในส่วนของ direct model ซึ่งในการขยายหรือทำนายผลของพฤติกรรมโครงสร้างในด้านต่างๆ ที่เรารู้ค่าได้จากการศึกษาแบบจำลองย่อส่วนไปสู่โครงสร้างจริงนั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องใช้กฎของความเหมือนกันของโครงสร้างดังกล่าวเข้ามาช่วย นั้นย่อหมายความว่ามาตราส่วน(scale

factor ; s)จะต้องถูกนำมาใช้ขยายผลดังกล่าว ก็โดยการสร้างสมการความสัมพันธ์ที่เหมาะสมระหว่างปริมาณที่ต้องการทราบค่าใดๆของแบบจำลองย่อยส่วนกับโครงสร้างจริงดังสมการข้างล่างนี้

$$(\text{Prototype Quantity})_p = s \times (\text{Model Quantity})_m$$

ปริมาณที่ต้องการทราบของโครงสร้างจริง = มาตรการส่วนย่อ x ปริมาณนั้นๆที่วัดได้จากแบบจำลองย่อยส่วน

ทั้งนี้มาตรการส่วนย่อ(scale factor ; s)ดังกล่าว สามารถหาได้โดยตรงจากกฎของความเหมือนกันของโครงสร้าง ซึ่งมีที่มาได้ในสองวิธีหลักๆคือ

1. โดยวิธีการใช้กฎด้านกลศาสตร์ของโครงสร้าง เช่น หลักของสมดุลสถิตย์, หลักของความเหมือนหรือเข้ากันได้ของการเสียรูปของโครงสร้าง และหลักของความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด เป็นต้น แต่ที่มาของมาตรการส่วนย่อ(scale factor)โดยวิธีนี้ การนำไปใช้งานค่อนข้างมีข้อจำกัด และใช้ได้กับเงื่อนไขทางสถิตย์ศาสตร์(static)เท่านั้น

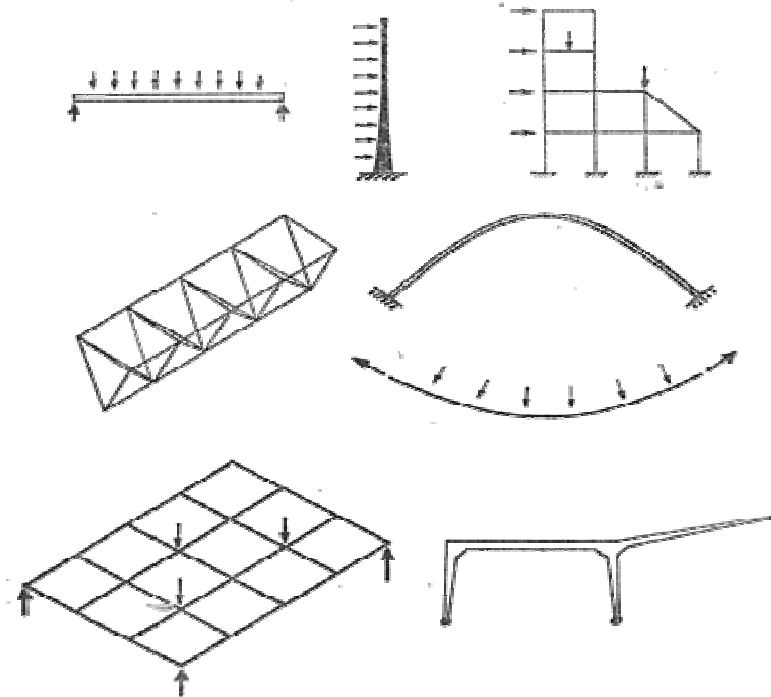
2. โดยวิธีการใช้การวิเคราะห์ในเชิงมิติ(dimensional analysis)ของปริมาณที่ต้องการทราบ ซึ่งที่มาของมาตรการส่วนย่อ(scale factor)โดยวิธีนี้นั้น สามารถนำไปใช้งานได้อย่างกว้างขวางใช้ได้กับทั้งเงื่อนไขทางสถิตย์ศาสตร์(static) และเงื่อนไขทางพลศาสตร์(dynamic)ซึ่งมีช่วงของเวลาเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย

Indirect Model

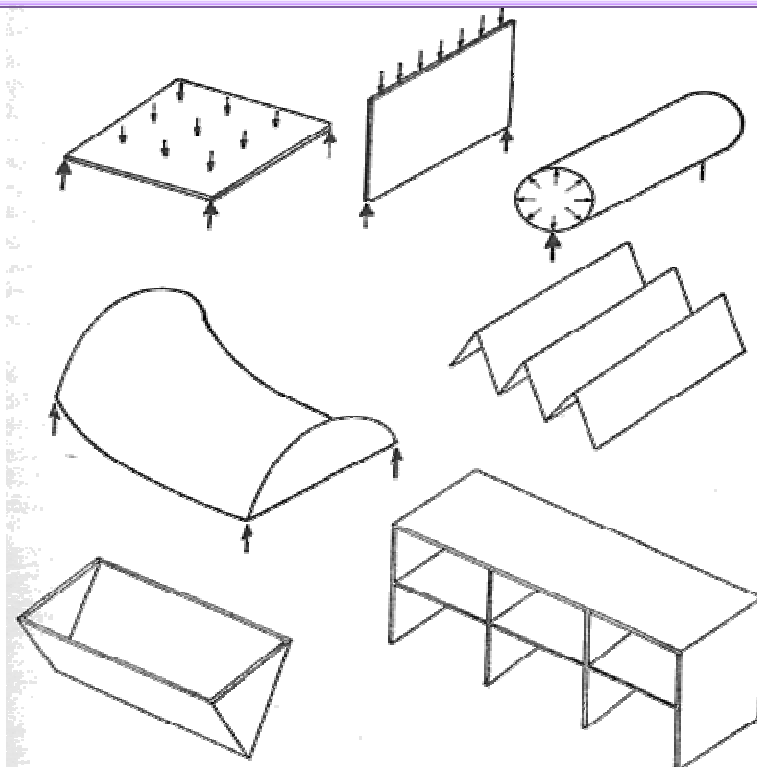
การจำลองโครงสร้างเพื่อศึกษาพฤติกรรมโดยวิธีนี้นั้นมี วัตถุประสงค์หลักก็เพื่อต้องการหาค่าของแรงภายในหรือหน่วยแรงภายในของโครงสร้างอย่างง่ายๆ ในรูปแบบของ influence line and influence surfaces โดยอาศัยหลักการทางด้านกลศาสตร์ แต่ถูกจำกัดอยู่แต่เฉพาะในส่วน of โครงสร้างในทางสถิตย์ศาสตร์(static)ที่เป็นโครงสร้างเชิงเส้น(linear structure)ที่แสดงออกซึ่งพฤติกรรมเชิงเส้นเท่านั้น ในขณะที่หลักของการรวมผล(super-position) ก็ยังคงสามารถนำมาใช้ได้กับทั้งแบบจำลองย่อยส่วนและโครงสร้างจริงตลอดเวลา แต่การศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างโดยวิธีนี้นั้น ระบบของน้ำหนักที่จะใส่ให้กับแบบจำลองย่อยส่วน จะไม่มีการจำลองหรือใส่สเกลหรือย่อส่วนลงหรือพุดง่ายๆก็ไม่จำเป็นต้องเหมือนกับโครงสร้างจริง

กลุ่มของโครงสร้างที่มักนิยมศึกษาพฤติกรรม(รูปที่ 1.4-1.5 ประกอบ) ผ่านทางแบบจำลองย่อยส่วนประเภทนี้นั้นมักจะเป็นโครงสร้างในกลุ่มของโครงสร้างโครงกระดูก (skeletal structure) ซึ่งเป็นโครงสร้างมิติเดียว (one-dimensional structures) แต่ทั้งนี้ทั้งนั้นก็อาจนำไปใช้

ได้กับโครงสร้างในกลุ่มของโครงสร้างสองมิติ(two-dimensional structures)หรือ surface structure และในกลุ่มของโครงสร้างสามมิติ(three-dimensional structures)หรือ solid structure ได้เหมือนกัน



รูปที่ 1.4 แสดงรูปแบบของโครงสร้างโครงกระดูก (skeletal structure)



รูปที่ 1.5 แสดงรูปแบบของโครงสร้าง surface structure

ลักษณะสำคัญของโครงสร้างที่มีพฤติกรรมเชิงเส้น (Linear Structural Behavior) ประกอบด้วย

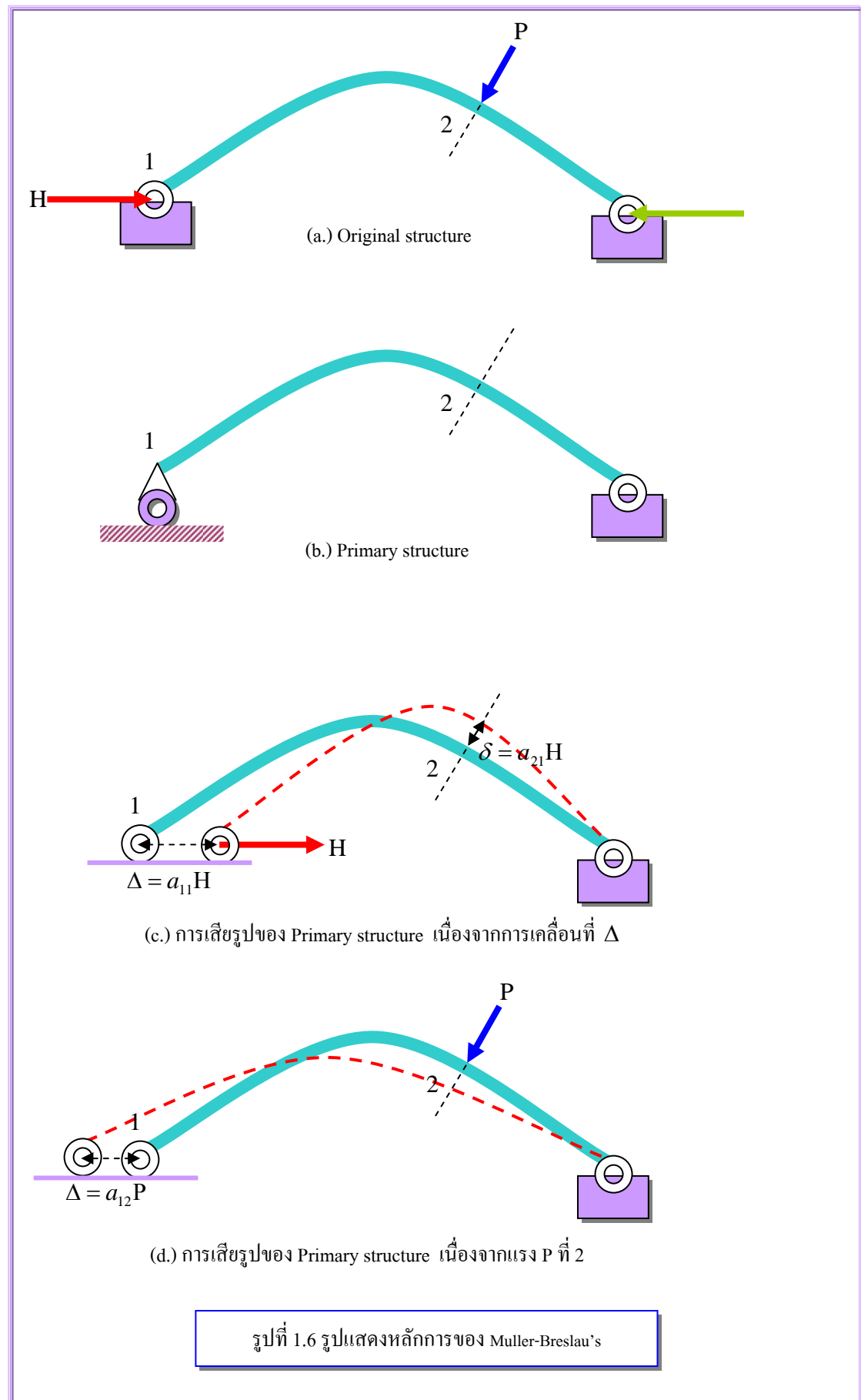
1. ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (stress) และความเครียด (strain) ต้องเป็นเชิงเส้น (เส้นตรง) เท่านั้น
2. การเสียรูปของโครงสร้างต้องไม่มีผลกระทบต่อระบบของน้ำหนักอื่นที่กระทำต่อโครงสร้าง
3. การเสียรูปของโครงสร้างโดยรวมต้องน้อยมากเมื่อมีระบบของน้ำหนักกระทำ จนสามารถตัดทิ้งได้ (นั่นคือโครงสร้างมีค่าความแข็งแรงสูง)
4. ระบบของน้ำหนักที่กระทำต่อโครงสร้าง จะต้องมีลักษณะที่ค่อยๆกระทำต่อโครงสร้าง (หรือด้วยอัตราเร็วคงที่)
5. หลักการรวมผล (super-position) ยังคงใช้ได้กับทั้งระบบของน้ำหนักที่กระทำ และการเสียรูปของโครงสร้าง

ซึ่งจากหลักการดังกล่าวทั้ง 5 ข้างบน ส่งผลโดยตรงต่อแบบจำลองย่อส่วน กล่าวคือแบบจำลองที่จะประดิษฐ์ขึ้นเพื่อการศึกษาพฤติกรรมนั้น จะต้องมีความเหมาะสมทั้งในเรื่องของคุณสมบัติของวัสดุที่ทำ วิธีการทดสอบและการแปลความหมายผลที่ได้จากการศึกษาจากแบบจำลอง

วิธีการในการหาค่า influence line ของปริมาณใดๆจากแบบจำลองประเภทนี้คือ หากต้องการทราบค่า influence line ของแรงใดที่ส่วนใดก็ให้ทำการปลดแรงนั้นออก ซึ่งจะทำให้การยึดรั้งที่จุดนั้นๆลด DOF. ลงไปอีกชั้น กลายเป็นโครงสร้างพื้นฐานอย่างง่าย(primary structure) แล้วหาค่าอันดับหนึ่งของเส้นอินฟลูเอนซ์ โดยอาศัยหลักการของ Muller-Breslau's และเนื่องหลักการดังกล่าวเกี่ยวกับการเสียรูปของโครงสร้างเมื่อมีแรงกระทำ ดังนั้นในบางครั้งเราจึงเรียก indirect model ในอีกชื่อคือ displacement models

หลักการของ “มัลเลอร์-เบรสเลา(Muller-Breslau's)”

หลักการนี้เป็นหลักพื้นฐานที่สำคัญของวิธี indirect model เพื่อใช้ในการหา influence line อย่างคร่าวๆของโครงสร้างใดๆได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งหลักการนี้กล่าวไว้คือ “สำหรับโครงสร้างเชิงเส้นใดๆ อันดับหนึ่งของเส้นอินฟลูเอนซ์สำหรับแรงตอบสนอง(แรงภายใน)ใดๆที่ต้องการทราบค่าเป็นส่วนโดยตรงกับเส้นการเสียรูปของโครงสร้างซึ่งเกิดจากการเอาแรงตอบสนองที่ต้องการทราบค่านั้นๆออก แล้วแทนที่(แรงดังกล่าว)กลับไปด้วยแรงหนึ่งหน่วย ในทิศทางเดียวกันกับแรงตอบสนองที่ถูกปลดออก” เพื่อความเข้าใจให้ดูรูปที่ 1.6 ประกอบการอธิบาย



จากรูปสมมุติว่าเป็น two-hinged arch หากต้องการหา influence line ของแรงปฏิกิริยาในแนวราบที่จุดรองรับที่ 1. เริ่มจากการปลดแรง H (เมื่อ H เป็นแรงปฏิกิริยาในแนวราบ) ออก ทำให้โครงสร้างในรูป (a.) กลายเป็นโครงสร้างตามรูป (b.) มีจุดรองรับเป็นล้อหมุน (ดังรูป b.) ซึ่งสามารถเคลื่อนที่ได้ในแนวราบ และเมื่อสมมุติให้มีแรง 1 หน่วยกระทำแทน H ในทิศทางของ H จะเกิดการเคลื่อนที่เป็นระยะ Δ ดังรูป (c.) ในขณะที่จุดที่ 2. ก็มีการเคลื่อนที่เป็นระยะ δ นั้นหมายความว่าเส้นประที่เกิดในรูป (c.) ก็คือเส้นที่แสดง influence line ของแรงปฏิกิริยาในแนวราบที่จุดรองรับที่ 1. นั่นเอง ส่วนการเสียรูปที่จุดที่ 2. คือ δ นั้น เราสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ influence coefficients ได้ดังนี้

$$\delta = a_{21}H \quad \text{และ} \quad \Delta = a_{11}H$$

หรือ

$$\frac{a_{21}}{a_{11}} = \frac{\delta}{\Delta} \dots\dots\dots (\text{สมการที่ 1})$$

ซึ่งก็คือ scale ของ influence line นั่นเอง

จากนั้นเมื่อเอาแรง H ที่จุด 1. ออกแล้วให้แรง P กระทำที่จุด 2. ดังรูป (d.) แทน เราจะได้ influence coefficients ดังนี้

$$\Delta = a_{12}P$$

$$\text{และเนื่องจาก } \Delta = a_{11}H$$

$$\text{ดังนั้น } a_{11}H = a_{12}P$$

$$\text{หรือ } H = \frac{a_{12}}{a_{11}}P$$

$$\text{แต่เนื่องจากว่า } a_{12} = a_{21}$$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{a_{12}}{a_{11}} = \frac{a_{21}}{a_{11}} = \frac{\delta}{\Delta}$$

$$\text{ดังนั้นเราจะได้ว่า } H = \frac{\delta}{\Delta}P \dots\dots\dots (\text{สมการที่ 2})$$

และในทางกลับกัน ถ้าหากที่จุด 2. เราเปลี่ยนให้แรงที่กระทำจาก P มาเป็น M เราก็จะได้สมการความสัมพันธ์คล้ายกับสมการที่ 2. ดังนี้

$$H = \frac{\theta}{\Delta} M \dots\dots\dots(\text{สมการที่ 3})$$

ซึ่งจากสมการที่ 2. ก็คือ scale ของ influence line ที่เราต้องการหา นั่นเอง และที่สำคัญมากสำหรับวิธีการนี้คือ เราให้ความสนใจไปที่การวัดแค่เพียงค่าการแอ่นตัว (Δ) และการรูปร่างการเสียรูปของโครงสร้าง(deformed shape)เท่านั้น โดยไม่ต้องมีการวัดค่าแรงใดๆเลย

ตัวอย่างที่ 1.

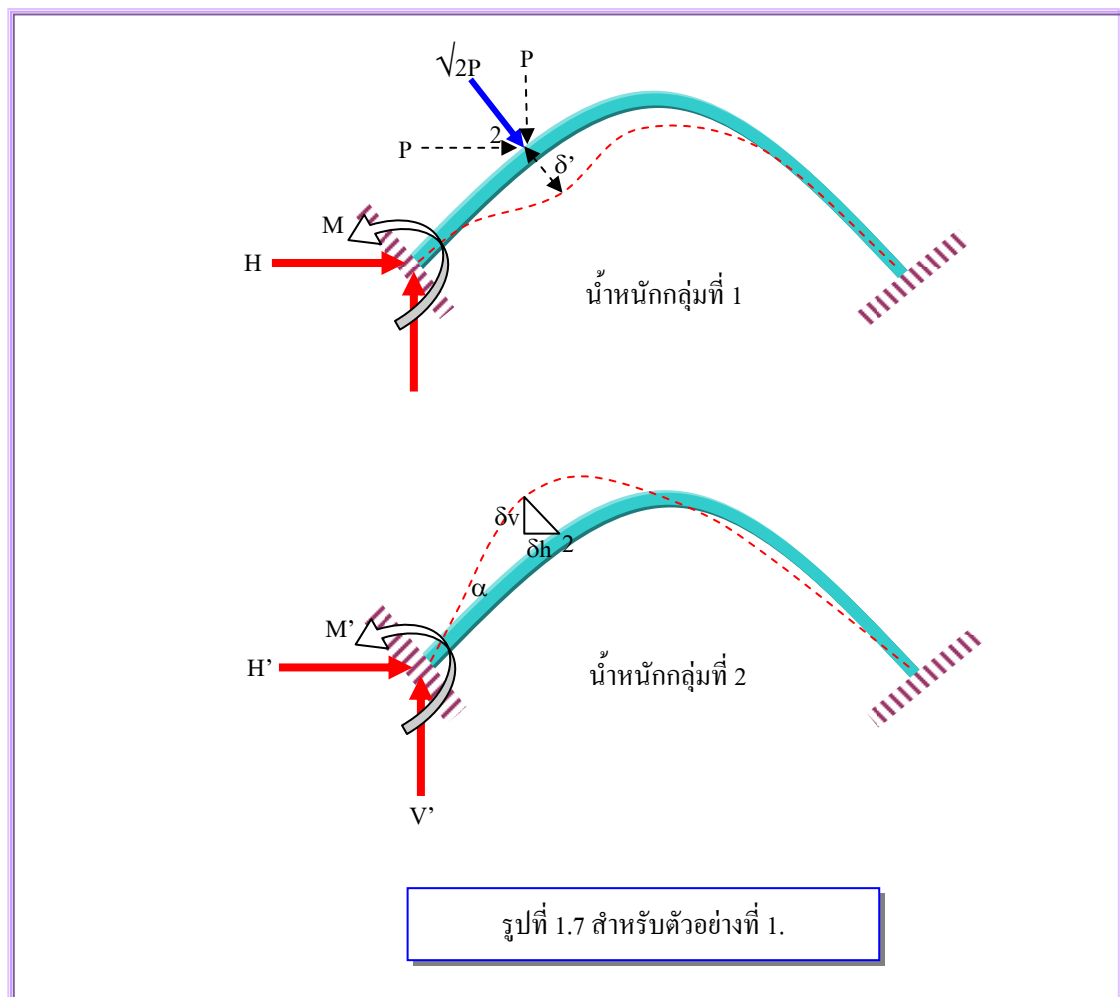
ในการทดสอบแบบจำลองย่อส่วนของ Perspex arch ที่มีช่วงยาว 12 นิ้ว(ดังรูปที่

1.7) ได้ผลการทดสอบดังนี้

-บริเวณใกล้จตุรรองรับด้านซ้ายหมุนทวนเข็มนาฬิกาไป 0.5 องศา

-บริเวณจุดที่ 2. มีการเคลื่อนที่ไปทางซ้าย 0.03 นิ้ว และยกขึ้น 0.014 นิ้ว

ให้หาค่าของโมเมนต์ที่จตุรรองรับด้านซ้ายมือ เมื่อมีแรงขนาด $\sqrt{2}P$ ปอนด์ กระทำในทิศทางลงเป็นมุม 45 องศา ที่บริเวณจุดที่ 2.



จากหลักการของ Muller-Breslau's โดยการใช้สมการก่อนหน้าก็คือ สมการที่ 3. ซึ่งก็คือ

$$H = \frac{\theta}{\Delta} M \rightarrow M = \frac{\delta}{\alpha} P \quad \text{เมื่อ } H = P, \Delta = \delta, \theta = \alpha$$

$$\text{จะได้ } M = \frac{\delta}{\alpha} (\sqrt{2P}) = \frac{P}{\alpha} [\delta_v + \delta_H]$$

$$\text{แทนค่า } \alpha = (0.5 \times \pi / 180) \text{ เรเดียน}, \delta_v = +0.014 \text{ นิ้ว}, \delta_H = +0.03 \text{ นิ้ว}$$

$$\text{จะได้ } M = \frac{Px180}{0.5 \times \pi} [0.014 + 0.03] = 5.04P \text{ ปอนด์-นิ้ว}$$

ตอบ

📖 ความสัมพันธ์ของปริมาณต่างๆระหว่างแบบจำลองกับโครงสร้างจริง

ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าว ต้องอยู่บนพื้นฐานของหลักการการเหมือนกันของโครงสร้าง (The Laws of Structural Similitude)

สำหรับโครงสร้างเชิงเส้นประเภทโครงกระดูก (skeletal structure) การแอ่นตัว(δ)ที่ตำแหน่งใดๆของโครงสร้างอันเนื่องมาจากการกระทำของระบบน้ำหนักใดๆ(หากเรากำหนดให้ว่าเป็น P) ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบของระบบแรงภายใน(ประกอบด้วย แรงตามแนวแกน-แรงเฉือน-แรงดัด และค่าความแข็งแรงต่อการบิดของโครงสร้าง) และรูปร่างการเสียดรูปของโครงสร้างนั้นๆ ซึ่งความสัมพันธ์ของปริมาณต่างๆดังกล่าวสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ parametrically ได้ดังนี้

$$\delta = P \left[\overset{\text{Axial}}{\downarrow} K_1 \frac{L}{EA} + \overset{\text{Bending}}{\downarrow} K_2 \frac{L^3}{EI} + \overset{\text{Shear}}{\downarrow} K_3 \frac{L}{GA} + \overset{\text{Torsion}}{\downarrow} K_4 \frac{L^3}{GH} \right] \dots\dots\dots (\text{สมการที่ 4})$$

เมื่อ

K_1 - K_4 คือค่าคงที่สัมประสิทธิ์ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ในเชิงรูปทรงของโครงสร้าง
 EA , EI , GA และ GH คือค่า rigidities ของโครงสร้างตามลำดับ

ดังนั้นสมการความสัมพันธ์ในส่วน of โครงสร้างจริงหรือต้นแบบ (prototype model) คือ

$$\delta_p = P_p \left[K_1 \frac{L_p}{E_p A_p} + K_2 \frac{L_p^3}{E_p I_p} + K_3 \frac{L_p}{G_p A_p} + K_4 \frac{L_p^3}{G_p H_p} \right] \dots\dots\dots(\text{สมการที่ 5})$$

และสมการความสัมพันธ์ในส่วนของแบบจำลอง(model)คือ

$$\delta_m = P_m \left[K_1 \frac{L_m}{E_m A_m} + K_2 \frac{L_m^3}{E_m I_m} + K_3 \frac{L_m}{G_m A_m} + K_4 \frac{L_m^3}{G_m H_m} \right] \dots\dots\dots(\text{สมการที่ 6})$$

และจากหลักการการเหมือนกันของโครงสร้าง((Prototype Quantity)_p = K x (Model Quantity)_m)

ดังนั้นสัดส่วนของ $\frac{\delta_p}{\delta_m}$ จะต้องคงที่ จึงสามารถเขียนได้ใหม่ว่า

$$\frac{L_p}{E_p A_p} = K \frac{L_m}{E_m A_m} ; \frac{L_p^3}{E_p I_p} = K \frac{L_m^3}{E_m I_m}$$

$$\frac{L_p}{G_p A_p} = K \frac{L_m}{G_m A_m} ; \frac{L_p^3}{G_p H_p} = K \frac{L_m^3}{G_m H_m}$$

เมื่อค่า K เป็นค่าตัวคูณคงที่ ดังนั้นเราจะได้ว่า

$$\frac{\delta_p}{\delta_m} = K \frac{P_p}{P_m} \dots\dots\dots(\text{สมการที่ 7})$$

สำหรับการเหมือนกันที่สมบูรณ์แบบ เราจะได้ว่า

$$K = \frac{E_m A_m}{E_p A_p} \frac{L_p}{L_m} = \frac{E_m I_m}{E_p I_p} \frac{L_p^3}{L_m^3} = \frac{G_m A_m}{G_p A_p} \frac{L_p}{L_m} = \frac{G_m H_m}{G_p H_p} \frac{L_p^3}{L_m^3} \dots\dots\dots(\text{สมการที่ 8})$$

จากสมการที่ 8 สามารถทำให้อยู่ในรูปของ scale factor(s) ได้ดังนี้

$$K = \frac{s_L}{s_E s_A} = \frac{s_L^3}{s_E s_I} = \frac{s_L}{s_G s_A} = \frac{s_L^3}{s_G s_H} \dots\dots\dots(\text{สมการที่ 9})$$

และจากสมการที่ 9 หากเราแทนค่า $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ลงไปจะได้ว่า

$$K = \frac{s_L}{s_E s_A} = \frac{s_L^3}{s_E s_I} = \frac{s_L(1+v_p)}{s_E s_A(1+v_m)} = \frac{s_L^3(1+v_p)}{s_E s_H(1+v_m)} \dots\dots\dots(\text{สมการที่ 10})$$

จากสมการที่ 10 หากเราทำให้มิติของขนาดหน้าตัดและความยาวอยู่ในรูปของมิติเดียวกัน
ดังนี้

$$K = \frac{s_L}{s_A} = \frac{s_L}{s_L^2} = \frac{1}{s_L}; K = \frac{s_L^3}{s_I} = \frac{s_L^3}{s_L^4} = \frac{1}{s_L}; K = \frac{s_L^3}{s_H} = \frac{s_L^3}{s_L^4} = \frac{1}{s_L}$$

เมื่อเราแทนค่าย้อนกลับเข้าไปในสมการที่ 10 จะได้ความสัมพันธ์ใหม่คือ

$$v_m = v_p$$

ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ของค่าคงที่ Poisson's ratio นั้นเอง

จากที่กล่าวมาทั้งหมด เราสามารถนำมาสรุปสร้างเป็นสมการความสัมพันธ์ได้ง่ายๆ โดยใช้สมการที่ 7 และสมการที่ 10 ดังนี้

$$\frac{\delta_p}{\delta_m} = K \frac{P_p}{P_m} \longrightarrow \frac{\delta_p}{\delta_m} = K s_p \longrightarrow \delta_p = K s_p \delta_m$$

กรณีเมื่อแรงตามแนวแกนมีผลมากกว่าจะได้ว่า

$$\delta_p = \frac{s_L}{s_E s_A} s_p \delta_m \dots\dots\dots(\text{สมการที่ 11})$$

กรณีเมื่อแรงคัตมีผลมากกว่าจะได้ว่า

$$\delta_p = \frac{s_L^3}{s_E s_I} s_p \delta_m \dots\dots\dots(\text{สมการที่ 12})$$

กรณีเมื่อแรงตามแนวแกนและแรงคัตมีผลในระดับเดียวกันจะได้ว่า ($\frac{s_I}{s_A} = s_L^2$)

$$\delta_p = \frac{s_L}{s_E s_A} s_p \delta_m = \frac{s_L^3}{s_E s_I} s_p \delta_m \dots\dots\dots(\text{สมการที่ 13})$$

กรณีเมื่อแรงเฉือนและแรงบิดมีผลในระดับเดียวกัน เช่นในโครงสร้าง grillage จะได้ว่า
($s_I = s_H$)

$$\delta_p = \frac{s^3_L}{s_E s_I} s_p \delta_m = \frac{s^3_L}{s_G s_H} s_p \delta_m \dots\dots\dots (\text{สมการที่ 14})$$

การหาปริมาณที่ต้องการที่ได้จากการวัดจาก Indirect models

สมมุติว่าเราสร้างแบบจำลองขึ้นมาให้เป็นไปตามเงื่อนไขของ indirect model ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ดังนั้นเราสามารถที่จะหาค่าของ influence ของปริมาณต่างๆของโครงสร้างจริง(หรือโครงสร้างต้นแบบ) ได้โดยการใช้ “มาตราส่วน(scale factor)” ไปดำเนินการได้โดยตรงกับค่าการเสียรูป(deformation) ที่สามารถวัดได้โดยตรงจากแบบจำลองดังกล่าวได้เลย ดังนี้

1.กรณี influence lines ของแรงตามแนวแกนและแรงเฉือน

จากสมการที่ 2. คือ $H = \frac{\delta}{\Delta} P$ เราจะได้ว่า

$$\text{สำหรับโครงสร้างจริง } H_p = \frac{\delta_p}{\Delta_p} P_p$$

$$\text{สำหรับแบบจำลอง } H_m = \frac{\delta_m}{\Delta_m} P_m$$

$$\text{ดังนั้นจะได้ว่า } \frac{H_p}{P_p} = \frac{\delta_p}{\Delta_p} \text{ และ } \frac{H_m}{P_m} = \frac{\delta_m}{\Delta_m}$$

$$\text{ผลสุดท้ายที่ได้คือ } H_p = \frac{\delta_m}{\Delta_m} P_p \dots\dots\dots (\text{สมการที่ 15})$$

2.กรณี influence lines ของโมเมนต์ดัด

จากสมการที่ 3. คือ $M = \frac{\delta}{\alpha} P$ เราจะได้ว่า

$$\text{สำหรับโครงสร้างจริง } M_p = \frac{\delta_p}{\alpha_p} P_p$$

$$\text{สำหรับแบบจำลอง } M_m = \frac{\delta_m}{\alpha_m} P_m$$

$$\text{ดังนั้นจะได้ว่า } \frac{M_p}{P_p} = \frac{\delta_p}{\alpha_p} \text{ และ } \frac{M_m}{P_m} = \frac{\delta_m}{\alpha_m}$$

$$\text{แต่เนื่องจากว่า } \frac{\delta_p}{\alpha_p} = s_L \frac{\delta_m}{\alpha_m}$$

$$\text{ผลสุดท้ายที่สุดที่ได้คือ } M_p = s_L \frac{\delta_m}{\alpha_m} P_p \dots\dots\dots (\text{สมการที่ 16})$$

ซึ่งจากสมการที่ 16 หากสังเกตให้ดี ก็คือค่าของโมเมนต์ที่หาได้จากโมเมนต์ของแบบจำลอง ที่หาได้จากหลักการของ Muller-Breslau's ดังแสดงในตัวอย่างที่ 1. นั่นเอง โดยโมเมนต์ของแบบจำลองคือ $M_m = \frac{\delta_m}{\alpha_m} P_p$

ดังนั้นจาก $M_p = s_L \frac{\delta_m}{\alpha_m} P_p$ เมื่อทำให้อยู่ในรูปของโมเมนต์จากแบบจำลองก็จะได้ว่า

$$M_p = s_L \frac{\delta_m}{\alpha_m} P_p = M_p = s_L M_m$$

ตัวอย่างที่ 2.

จากตัวอย่างที่ 1. ถ้าโครงสร้างจริงมีช่วงยาว 120 ฟุต ให้ทำการค่าของโมเมนต์คัตที่จุดรองรับคานซ้าย เมื่อมีน้ำหนักกระทำจริงที่จุด 2. ขนาด $10\sqrt{2}$ ตัน โดยมีทิศทางเช่นเดียวกันกับที่น้ำหนัก $\sqrt{2}P$ กระทำ เมื่อ $s_L = 120$

$$\text{จาก } M_p = s_L M_m$$

$$\text{นั่นคือ } M_p = 120 \times 5.04P \text{ ปอนด์-นิ้ว}$$

นั่นหมายความว่าเมื่อมีน้ำหนักขนาด $\sqrt{2}P$ ปอนด์ กระทำที่จุด 2. ของแบบจำลอง จะเกิดโมเมนต์ที่จุดเดียวกันในโครงสร้างจริงเท่ากับ $120 \times 5.04P$ ปอนด์-นิ้ว

ดังนั้นเมื่อมีน้ำหนักขนาด $10\sqrt{2}$ ตัน กระทำที่จุด 2. เกิดโมเมนต์ที่จุดเดียวกันในโครงสร้างจริงเท่ากับ $(120 \times 5.04 \times 10\sqrt{2}) \sqrt{2}P = 6,048$ ตัน-นิ้ว (เมื่อ $P = 1$)

[ตอบ](#)

วัสดุที่เหมาะสมสำหรับการสร้าง Indirect models

สิ่งสำคัญที่จะต้องพิจารณาในการเลือกใช้วัสดุเพื่อการสร้างแบบจำลอง มีด้วยกันในหลายๆองค์ประกอบ คือ

1. ในส่วนของราคาของวัสดุที่เลือก โดยทั่วไปแล้วหากไม่เกิดสภาพเงื่อนไขบังคับที่พิเศษจริงๆ วัสดุที่เลือกใช้ได้ด้วยความสะดวก ราคาที่ไม่ควรจะสูงมากนัก

2. การตัดแต่ง การประกอบ การติดตั้ง และอุปกรณ์ที่จะใช้ในการต่อเชื่อม ควรมีความวิธีที่ง่ายไม่สลับซับซ้อน

3. ควรเป็นวัสดุที่หาได้ง่าย และเป็นผลิตภัณฑ์ด้านอุตสาหกรรมที่มีการผลิตออกมาสู่ท้องตลาดค่อนข้างที่จะไม่ขาดตลาด

4. ควรมีน้ำหนักที่ค่อนข้างเบา ทำการเคลื่อนย้ายได้สะดวกและรวดเร็ว

5. วัสดุดังกล่าวควรที่จะสามารถวัดค่าการเสียรูปได้ง่าย โดยที่ไม่ต้องใส่น้ำหนักให้มากเกินไป

6. ที่สำคัญต้องมีคุณสมบัติเป็นวัสดุที่มีความยืดหยุ่นเชิงเส้น ที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดเป็นไปตามกฎของ Hooke's

หนังสืออ้างอิง

- American Concrete Institute. (1970) .**Models for Concrete Structures**.
Detroit,Michigan,USA : ACI.S
- Maeleod,I.A. (1990) .**Analytical Modelling of Structural Systems**.West Sussex
,England ; Ellis Horwood Limited
- Preece,B.W.and Davies,J.D. (1964) . **Model for Structural Concrete**.London
,England ; CR Books Limited